

1. 두 다항식 A, B 에 대하여 연산 Δ, ∇ 를 $A\Delta B = 2A + B$, $A\nabla B = A - 3B$ 로 정의한다.

$A = 2 + 3x^2 - x^3$, $B = x^2 + 3x + 1$ 일 때 $A\nabla(B\Delta A)$ 를 구하면?

① $2x^3 - 18x - 10$

② $2x^3 - 12x^2 - 18x - 10$

③ $2x^3 + 12x^2 + 18x + 10$

④ $2x^3 + 12x^2 + 18x - 10$

⑤ $2x^3 - 12x^2 + 18x + 10$

해설

$$\begin{aligned}A\nabla(B\Delta A) &= A\nabla(2B + A) \\ &= A - 3(2B + A) = -2A - 6B\end{aligned}$$

위와 같이 식을 간단히 정리한 후 A, B 에 대입하여 정리한다.

2. 세 다항식 $A = x^2 + 3x - 2$, $B = 3x^2 - 2x + 1$, $C = 4x^2 + 2x - 3$ 에 대하여

$3A - \{5A - (3B - 4C)\} + 2B$ 를 간단히 하면?

① $3x^2 + 12x - 13$

② $-3x^2 + 24x + 21$

③ $3x^2 - 12x + 21$

④ $-3x^2 - 24x + 21$

⑤ $x^2 + 12x + 11$

해설

$$3A - \{5A - (3B - 4C)\} + 2B$$

$$= -2A + 5B - 4C$$

$$= -2(x^2 + 3x - 2) + 5(3x^2 - 2x + 1) - 4(4x^2 + 2x - 3)$$

$$= -3x^2 - 24x + 21$$

3. 두 다항식 $A = a + 2b$, $B = 2a + 3b$ 일 때, $2A + B$ 를 구하는 과정에서 사용된 연산법칙 중 옳지 않은 것을 골라라.

$$\begin{aligned}
 2A + B &= 2(a + 2b) + (2a + 3b) \\
 &= (2a + 4b) + (2a + 3b) \quad \text{㉠ 분배법칙} \\
 &= 2a + (4b + 2a) + 3b \quad \text{㉡ 결합법칙} \\
 &= 2a + (2a + 4b) + 3b \quad \text{㉢ 교환법칙} \\
 &= (2a + 2a) + (4b + 3b) \quad \text{㉣ 교환법칙} \\
 &= (2 + 2)a + (4 + 3)b \quad \text{㉤ 분배법칙} \\
 &= 4a + 7b
 \end{aligned}$$

▶ 답:

▶ 정답: ㉣

해설

㉣ $2a + (2a + 4b) + 3b = (2a + 2a) + (4b + 3b)$: 결합법칙

4. 다음 안에 알맞은 수를 차례대로 써 넣어라.

$$(x^3 + 4x^2 + 3x - 2) \div (\text{□}x^2 + \text{□}x + \text{□}) = x + 2$$

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

▷ 정답 : 2

▷ 정답 : -1

해설

$x^2 +$ $x +$ = A 라 하면

$$(x^3 + 4x^2 + 3x - 2) \div A = x + 2$$

$$\therefore A = (x^3 + 4x^2 + 3x - 2) \div (x + 2)$$

$$\therefore A = x^2 + 2x - 1 \text{ 이므로}$$

안에 알맞은 수는 차례대로 1, 2, -1이다.

5. 다항식 $2x^2 + 5ax - a^2$ 을 다항식 $P(x)$ 로 나눈 몫이 $x + 3a$, 나머지가 $2a^2$ 일 때, 다항식 $(x + a)P(x)$ 를 나타낸 것은?

① $x^2 + 2ax - 2a^2$

② $x^2 - a^2$

③ $2x^2 + 3ax + a^2$

④ $2x^2 - 3ax - a^2$

⑤ $2x^2 + ax - a^2$

해설

$2x^2 + 5ax - a^2 = P(x)(x + 3a) + 2a^2$ 이므로

$$P(x)(x + 3a) = 2x^2 + 5ax - 3a^2$$

따라서, 다항식 $P(x)$ 는 $2x^2 + 5ax - 3a^2$ 을 $x + 3a$ 로 나눈 몫이므로

$$P(x) = 2x - a$$

$$\begin{aligned}\therefore (x + a)P(x) &= (x + a)(2x - a) \\ &= 2x^2 + ax - a^2\end{aligned}$$

6. $x + y + z = 1$, $xy + yz + zx = 2$, $xyz = 3$ 일 때, $(x + 1)(y + 1)(z + 1)$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 7

해설

$$\begin{aligned} & (x + 1)(y + 1)(z + 1) \\ &= xyz + xy + yz + zx + x + y + z + 1 \\ &= 7 \end{aligned}$$

7. 다음 식을 전개한 것 중 옳은 것을 고르면?

① $(x - y - z)^2 = x^2 - y^2 - z^2 - 2xy + 2yz - 2zx$

② $(3x - 2y)^3 = 27x^3 - 54x^2y + 18xy^2 - 8y^3$

③ $(x + y)(x - y)(x^2 + xy - y^2)(x^2 - xy + y^2) = x^9 - y^9$

④ $(x^2 - 2xy + 2y^2)(x^2 + 2xy + 2y^2) = x^4 + 4y^4$

⑤ $(x + y - 1)(x^2 + y^2 - xy + 2x + 2y + 1) = x^3 + y^3 - 3xy - 1$

해설

① $(x - y - z)^2 = x^2 + y^2 + z^2 - 2xy + 2yz - 2zx$

② $(3x - 2y)^3 = 27x^3 - 54x^2y + 36xy^2 - 8y^3$

③ $(x + y)(x - y)(x^2 + xy + y^2)(x^2 - xy + y^2)$
 $= x^6 - y^6$

⑤ $(x + y - 1)(x^2 + y^2 - xy + x + y + 1)$
 $= x^3 + y^3 - 3xy - 1$

8. $(x-1)(x+2)(x-3)(x+4)$ 를 전개할 때, 각 항의 계수의 총합을 a , 상수항을 b 라 할 때, $a+b$ 의 값을 구하면?

① 8

② 15

③ 24

④ 36

⑤ 47

해설

$$\begin{aligned} & (x-1)(x+2)(x-3)(x+4) \\ &= (x^2+x-2)(x^2+x-12)(x^2+x=X(\text{치환})) \\ &= (X-2)(X-12) \\ &= X^2-14X+24 \\ &= (x^2+x)^2-14(x^2+x)+24 \\ &= x^4+2x^3-13x^2-14x+24 \\ \therefore a &= 1+2-13-14+24=0, b=24 \\ \therefore a+b &= 0+24=24 \end{aligned}$$

해설

㉠ 각 항 계수의 총합 구하기

$$x=1 \text{ 대입, } a=0$$

㉡ 상수항 구하기

$$x=0 \text{ 대입, } b=24$$

9. x 에 대한 항등식 $\frac{x^2 - 3x - 1}{x - 1} - \frac{x^2 - x - 3}{x + 1} + \frac{2}{x} = \frac{Ax + B}{x(x - 1)(x + 1)}$ 에서
 $A - B$ 의 값을 수치대입법을 이용하여 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -2

해설

분모를 간단히 할 수 있는 숫자를 대입해 보자.

양변에 $x = 2$, $x = -2$ 를 대입해서 정리하면

$x = 2$ 일 때

$$\frac{4 - 6 - 1}{1} - \frac{4 - 2 - 3}{3} + \frac{2}{2} = \frac{2A + B}{2 \times 1 \times 3}$$

$$-3 + \frac{1}{3} + 1 = \frac{2A + B}{6}$$

$$\therefore 2A + B = -10 \cdots \textcircled{㉠}$$

$x = -2$ 일 때

$$\frac{4 + 6 - 1}{-3} - \frac{4 + 2 - 3}{-1} + \frac{2}{-2} = \frac{-2A + B}{(-2)(-3)(-1)}$$

$$-3 + 3 - 1 = \frac{-2A + B}{-6}$$

$$\therefore -2A + B = 6 \cdots \textcircled{㉡}$$

$\textcircled{㉠}$, $\textcircled{㉡}$ 을 연립하여 풀면 $A = -4$, $B = -2$

$$\therefore A - B = (-4) - (-2) = -2$$

10. x 에 관계없이 $\frac{x-a}{2x-b}$ 가 항상 일정한 값을 가질 때, 상수 a, b 에 대하여 $\frac{b}{a}$ 의 값은?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

$$\frac{x-a}{2x-b} = k \text{라 놓으면,}$$

$$(2k-1)x + (a-bk) = 0$$

$$\therefore 2k-1=0, a=bk \text{이므로}$$

$$k = \frac{1}{2}, a = \frac{1}{2}b \text{이다.}$$

$$\therefore \frac{b}{a} = 2$$

11. 다항식 $(x^3 + x^2 - 2x - 1)^5$ 을 전개한 식이 $a_0 + a_1x + a_2x^2 + a_3x^3 + \cdots + a_{14}x^{14} + a_{15}x^{15}$ 일 때, $a_0 - a_1 + a_2 - a_3 + \cdots + a_{14} - a_{15}$ 의 값을 구하면?

① 0

② 1

③ 2

④ 3

⑤ 5

해설

$$(x^3 + x^2 - 2x - 1)^5$$

$$= a_0 + a_1x + a_2x^2 + a_3x^3 + \cdots + a_{14}x^{14} + a_{15}x^{15}$$

양변에 $x = -1$ 을 대입하면

$$(-1 + 1 + 2 - 1)^5 = a_0 - a_1 + a_2 - a_3 + \cdots + a_{14} - a_{15} = 1$$

12. 다항식 $x^{22} + x^{11} + 22x + 11$ 을 $x + 1$ 로 나눈 나머지는?

① -33

② -22

③ -11

④ 11

⑤ 33

해설

$f(x) = x^{22} + x^{11} + 22x + 11$ 이라 하면,

$f(x) = (x + 1)Q(x) + R$ 에서 $f(-1) = R$ 이므로

$$f(-1) = (-1)^{22} + (-1)^{11} - 22 + 11 = -11$$

13. 다항식 $f(x)$ 를 $x-2$ 로 나눈 몫을 $Q(x)$ 라 할 때, 나머지는?

① $f(2)$

② $f(-2)$

③ $f(2) + Q(2)$

④ $Q(2)$

⑤ $Q(-2)$

해설

$$f(x) = (x-2)Q(x) + R$$

$$\therefore f(2) = R$$

14. $f(x)$ 를 $x-1$ 로 나눌 때 나머지가 3이다. 또, 이때의 몫을 $x+3$ 으로 나눈 나머지가 2이면 $f(x)$ 를 x^2+2x-3 으로 나눈 나머지를 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $2x+1$

해설

$$\begin{aligned}f(x) &= (x-1)Q(x) + 3 \\ &= (x-1)\{(x+3)Q'(x) + 2\} + 3 \\ &= (x-1)(x+3)Q'(x) + 2(x-1) + 3 \\ &= (x^2 + 2x - 3)Q'(x) + 2x + 1\end{aligned}$$

따라서, 구하는 나머지는 $2x+1$

15. 다항식 $f(x)$ 를 $\left(x - \frac{2}{3}\right)$ 로 나눌때의 몫을 $Q(x)$, 나머지를 R 이라고 할 때, 다음 중 $f(x)$ 를 $3x - 2$ 로 나누었을 때의 몫과 나머지는?

① $Q(x), R$

② $3Q(x), R$

③ $Q(x), 3R$

④ $\frac{1}{3}Q(x), R$

⑤ $Q(x), \frac{1}{3}R$

해설

$$\begin{aligned} f(x) &= \left(x - \frac{2}{3}\right) Q(x) + R \\ &= 3 \left(x - \frac{2}{3}\right) \cdot \frac{1}{3} Q(x) + R \\ &= (3x - 2) \frac{1}{3} Q(x) + R \end{aligned}$$

이므로 구하는 몫과 나머지는

몫: $\frac{1}{3}Q(x)$ 나머지: R

16. 1000^{10} 을 1001 로 나눌 때 몫과 나머지를 각각 $Q(x)$, R 라 할 때, 다음 중 나머지 R 를 구하기 위한 가장 적절한 식은?

① $x^{10} = xQ(x) + R$

② $x^{10} = (x - 1)Q(x) + R$

③ $x^{10} = (x + 1)Q(x) + R$

④ $x^{10} = (x - 1)^{10}Q(x) + R$

⑤ $x^{10} = (x + 1)Q(x) + R + 1$

해설

$1000^{10} = 1001 \cdot Q(x) + R$ 에서 $1000 = x$ 라 하면

$$x^{10} = (x + 1)Q(x) + R$$

$x = -1$ 을 대입하면 $R = 1$ 을 구할 수 있다.

17. 다항식 $f(x) = 3x^3 - 4x^2 + 2x - k$ 가 $x - 2$ 를 인수로 가질 때, k 의 값은?

① 8

② 10

③ 12

④ 16

⑤ 20

해설

$$f(2) = 24 - 16 + 4 - k = 0$$

$$\therefore k = 12$$

18. x^3 의 항의 계수가 1인 삼차 다항식 $P(x)$ 가 $P(1) = P(2) = P(3) = 0$ 을 만족할 때, $P(4)$ 의 값은?

① 4

② 6

③ 8

④ 10

⑤ 12

해설

인수정리에 의해

$$P(x) = (x-1)(x-2)(x-3)$$

$$P(4) = 3 \times 2 \times 1 = 6$$

19. 임의의 실수 x 에 대하여 $2x^3 - 5x + 2 = a(x+1)^3 + b(x+1)^2 + c(x+1) + d$ 가 성립할 때, $a^2 - b^2 + c^2 - d^2$ 의 값을 구하면?

① 56

② 28

③ -28

④ -46

⑤ -56

해설

a, b, c, d 는 $2x^2 - 5x + 2$ 를 $(x+1)$ 로 계속 나뉘어 줄 때 나오는 나머지이다.

조립제법을 이용해 보면

$$\begin{array}{r|rrrr}
 -1 & 2 & 0 & -5 & 2 \\
 & & -2 & 2 & 3 \\
 \hline
 -1 & 2 & -2 & -3 & 5 \leftarrow d \\
 & & -2 & 4 & \\
 \hline
 -1 & 2 & -4 & 1 & \leftarrow c \\
 & & -2 & & \\
 \hline
 -1 & 2 & -6 & & \leftarrow b \\
 & \uparrow & & & \\
 & a & & &
 \end{array}$$

$$\therefore a^2 - b^2 + c^2 - d^2 = 2^2 - (-6)^2 + 1^2 - 5^2 = -56$$

20. $(x^2 - x + 1)(x^2 - x - 3) - 5$ 를 인수분해하면 $(x^2 + ax + b)(x^2 + cx + 2)$ 일 때, 상수 a, b, c 의 합 $a + b + c$ 의 값은?

- ① -6 ② -3 ③ 0 ④ 3 ⑤ 6

해설

$x^2 - x$ 를 X 로 치환하면

$$(x^2 - x + 1)(x^2 - x - 3) - 5$$

$$= (X + 1)(X - 3) - 5$$

$$= X^2 - 2X - 3 - 5$$

$$= X^2 - 2X - 8$$

$$= (X - 4)(X + 2)$$

$$= (x^2 - x - 4)(x^2 - x + 2)$$

따라서, $a = -1, b = -4, c = -1$ 이므로

$$a + b + c = -1 - 4 - 1 = -6$$

21. 자연수 $N = p^n q^m r^l$ 로 소인수분해될 때, 양의 약수의 개수는 $(n + 1)(m + 1)(l + 1)$ 이다. 이 때, $38^3 + 3 \cdot 38^2 + 3 \cdot 38 + 1$ 의 양의 약수의 개수는?

① 9 개

② 12 개

③ 16 개

④ 24 개

⑤ 32 개

해설

$38 = x$ 라 하면,

$$\begin{aligned} 38^3 + 3 \cdot 38^2 + 3 \cdot 38 + 1 &= x^3 + 3x^2 + 3x + 1 \\ &= (x + 1)^3 \\ &= 39^3 \\ &= 13^3 \cdot 3^3 \end{aligned}$$

$$\therefore (3 + 1)(3 + 1) = 16$$

22. 다음 식을 인수분해하면 $x^4 - 3x^2y^2 + 4y^4 = (x^2 + axy + by^2)(x^2 + cxy + dy^2)$ 일 때, $a + b + c + d$ 의 값을 구하여라. (a, b, c, d 는 상수)

▶ 답:

▷ 정답: 4

해설

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= x^4 + 4x^2y^2 + 4y^4 - 7x^2y^2 \\ &= (x^2 + 2y^2)^2 - 7x^2y^2 \\ &= (x^2 + \sqrt{7}xy + 2y^2)(x^2 - \sqrt{7}xy + 2y^2) \\ \therefore a + b + c + d &= 4\end{aligned}$$

23. 두 다항식 $x^2 - 4x + 3a + b$ 와 $x^2 + bx - 6$ 의 최대공약수가 $x - 2$ 일 때, $a + b$ 의 값은?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 8

해설

$$f(x) = x^2 - 4x + 3a + b,$$

$$g(x) = x^2 + bx - 6 \text{이라 하면}$$

$f(x)$ 와 $g(x)$ 는 모두 $x - 2$ 로 나누어떨어지므로

$$f(2) = g(2) = 0 \text{에서}$$

$$f(2) = 4 - 8 + 3a + b = 0, \quad g(2) = 4 + 2b - 6 = 0$$

$$\therefore a = 1, \quad b = 1 \therefore a + b = 2$$

24. 두 다항식의 최대공약수는 $2x - 1$ 이고 두 다항식의 곱은 $4x^3 + 4x^2 - 7x + 2$ 이다. 이 두 다항식의 합을 $g(x)$ 라면 $g(1)$ 의 값을 구하면?

① 0

② 1

③ 2

④ 3

⑤ 4

해설

$$4x^3 + 4x^2 - 7x + 2$$

$$(x - \frac{1}{2})(4x^2 + 6x - 4)$$

$$= (x - \frac{1}{2}) \cdot 2 \cdot (2x^2 + 3x - 2)(2x - 1)(2x - 1)(x + 2)$$

두 다항식의 곱이 $(2x - 1)^2(x + 2)$ 이고

최대공약수가 $(2x - 1)$ 이므로

두 다항식은 $(2x - 1), (2x - 1)(x + 2)$

$$g(x) = (2x - 1) + (2x - 1)(x + 2)$$

$$g(1) = 1 + 3 \cdot 1 = 4$$

25. 복소수 $z = (1 + i)x^2 + x - (2 + i)$ 가 0이 아닌 실수가 되도록 실수 x 의 값을 구하면? (단, $i = \sqrt{-1}$)

① -1

② 1

③ 1

④ 2

⑤ 2

해설

복소수 z 를 $a + bi$ (a, b 는 실수)의 꼴로 정리하면

$$z = (x^2 + x - 2) + (x^2 - 1)i$$

이것이 실수가 되려면 허수부분이 0이 되어야 한다.

$$\text{즉, } x^2 - 1 = 0, x = \pm 1$$

한편, $x = 1$ 이면 $z = 0 + 0i = 0$ 이므로

$z \neq 0$ 라는 조건에 맞지 않는다.

$$\therefore x = -1$$

26. 실수 k 에 대하여 복소수 $z = 3(k + i) - k(1 - i)^2$ 의 값이 순허수가 될 때, $z \cdot \bar{z}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 9

해설

$z = 3(k + i) - k(1 - i)^2$ 를 정리하면

$$z = 3k + 3i + 2ki = 3k + (3 + 2k)i$$

이것이 순허수이려면 $3k = 0$, $3 + 2k \neq 0$

$$k = 0 \text{ 이므로 } z = 3i, \bar{z} = -3i$$

$$\therefore z \cdot \bar{z} = 3i \cdot -3i = 9$$

27. x, y 가 양의 실수이고, $x^2 + xyi + y^2 - 5 - 2i = 0$ 일 때, $x + y$ 의 값을 구하여라.(단, $i = \sqrt{-1}$)

▶ 답:

▷ 정답: 3

해설

실수부와 허수부로 나눈다.

$$(x^2 + y^2 - 5) + (xy - 2)i = 0$$

$$x^2 + y^2 - 5 = 0 \cdots \textcircled{㉠}$$

$$xy - 2 = 0 \cdots \textcircled{㉡}$$

㉠, ㉡을 연립하면

$$(x + y)^2 = x^2 + y^2 + 2xy = 5 + 4 = 9$$

$$\therefore x + y = 3 \quad (\because x, y \text{ 는 양의 실수})$$

28. $i + i^2 + i^3 + i^4 + \dots + i^{29} + i^{30}$ 을 계산하면?

- ① $i - 1$ ② $1 - 2i$ ③ $3i - 1$ ④ $2 - 3i$ ⑤ $i + 3$

해설

$$i + i^2 + i^3 + i^4 = i - 1 - i + 1 = 0$$

$$i^{4k} = 1, i^{4k+1} = i, i^{4k+2} = -1, i^{4k+3} = -i$$

$$\therefore i + i^2 + i^3 + \dots + i^{29} + i^{30} = i^{29} + i^{30}$$

$$= i + i^2$$

$$= i - 1$$

29. 실수 a, b, c, d 에 대하여 $\sqrt{a}\sqrt{b} = -\sqrt{ab}$, $\frac{\sqrt{c}}{\sqrt{d}} = -\sqrt{\frac{c}{d}}$ 을 만족할 때,
 다음 중 옳은 것은? (단, $ab \neq 0, cd \neq 0$)

① $ab < 0$

② $ad > 0$

③ $bc > 0$

④ $bd < 0$

⑤ $cd > 0$

해설

$$\sqrt{a}\sqrt{b} = -\sqrt{ab}, (a < 0, b < 0)$$

$$\frac{\sqrt{c}}{\sqrt{d}} = -\sqrt{\frac{c}{d}}, (c > 0, d < 0)$$

① $ab > 0$

② $ad > 0$

③ $bc < 0$

④ $bd > 0$

⑤ $cd < 0$

30. 다음 방정식의 해는?

$$x^2 - 5|x| + 6 = 0$$

① 0, ± 1

② 0, ± 2

③ ± 1 , ± 2

④ ± 2 , ± 3

⑤ ± 3 , ± 4

해설

(i) $x^2 - 5|x| + 6 = 0$ 에서

$x \geq 0$ 일 때,

$$x^2 - 5x + 6 = 0$$

$$(x - 2)(x - 3) = 0$$

$$\therefore x = 2, \text{ 또는 } x = 3$$

(ii) $x < 0$ 일 때,

$$x^2 + 5x + 6 = 0$$

$$(x + 2)(x + 3) = 0$$

$$\therefore x = -2, \text{ 또는 } x = -3$$

(i), (ii)에서 $x = \pm 2$, $x = \pm 3$

31. x 에 대한 이차방정식 $x^2 + ax + b = 0$ 의 한 근이 $1 + i$ 일 때, 실수 a, b 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $a = -2$

▷ 정답 : $b = 2$

해설

$x^2 + ax + b = 0$ 에 $x = 1 \pm i$ 를 대입하여 정리하면

$1 + 2i - 1 + a(1 + i) + b = 0$ 과

$a + b + (a + 2)i = 0$ 이다.

위 식을 정리하면 $a + b = 0$ 과 $a + 2 = 0$ 에서

$a = -2, b = 2$ 이다.

해설

계수가 실수이므로 한 근이 복소수 근이면 켈레복소수 근을 갖는다.

따라서 두 근은 $1 + i, 1 - i$

근과 계수의 관계에서

$$-a = (1 + i) + (1 - i) = 2 \quad \therefore a = -2$$

$$b = (1 + i)(1 - i) = 2 \quad \therefore b = 2$$

32. $x^2 - 2x + 3 = 0$ 의 두 근을 α, β 라고 할 때, $(\alpha^2 - 2\alpha)(\beta^2 - 2\beta)$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 9

해설

$x^2 - 2x + 3 = 0$ 에서 근과 계수의 관계에 의해

$$\alpha + \beta = 2, \alpha\beta = 3$$

$$(\alpha^2 - 2\alpha)(\beta^2 - 2\beta)$$

$$= \alpha^2\beta^2 - 2\alpha^2\beta - 2\alpha\beta^2 + 4\alpha\beta$$

$$= (\alpha\beta)^2 - 2\alpha\beta(\alpha + \beta) + 4\alpha\beta$$

$$= 9 - 6 \cdot 2 + 12 = 9$$

33. $a^2 - 3a + 1 = 0$ 일 때, $a^2 - 2a + \frac{3}{a^2 + 1}$ 의 값은?

① 2

② 3

③ 4

④ 5

⑤ 6

해설

$a^2 - 3a + 1 = 0$ 에서

$$a^2 - 2a + \frac{3}{a^2 + 1} = a - 1 + \frac{3}{3a} = a + \frac{1}{a} - 1$$

한편, $a^2 - 3a + 1 = 0$ 의 양변을 a 로 나누면

$$a - 3 + \frac{1}{a} = 0 \quad \therefore a + \frac{1}{a} = 3$$

$$\therefore (\text{준식}) = \left(a + \frac{1}{a}\right) - 1 = 2$$

34. 계수가 실수인 x 에 대한 이차방정식 $x^2 + 2(a-m-1)x + a^2 - b + m^2 = 0$ 의 근이 m 의 값에 관계없이 항상 중근을 갖도록 하는 a, b 값의 합은?

① -2

② -1

③ 0

④ 1

⑤ 2

해설

$$\frac{D}{4} = (a - m - 1)^2 - (a^2 - b + m^2) = 0$$

m 의 값에 관계없이

$$2(-a + 1)m + (-2a + b + 1) = 0$$

이어야 하므로

$$2(-a + 1) = 0, \quad -2a + b + 1 = 0$$

$$\therefore a = 1, \quad b = 1$$

$$\therefore a + b = 2$$

35. 이차방정식 $x^2 + 3x - 2 = 0$ 의 두 근을 α, β 라 할 때, $\alpha^4 + \beta^4$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 161

해설

$$\alpha + \beta = -3, \alpha\beta = -2$$

$$\alpha^2 + \beta^2 = (\alpha + \beta)^2 - 2\alpha\beta = 13$$

$$\alpha^4 + \beta^4 = (\alpha^2 + \beta^2)^2 - 2\alpha^2\beta^2$$

$$= (13)^2 - 2\alpha^2\beta^2$$

$$= (13)^2 - 2(-2)^2 = 161$$

36. 이차방정식 $x^2 - 10x + k = 0$ 의 두 근의 비가 2 : 3이 되도록 상수 k 의 값을 정하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 24

해설

주어진 방정식의 한 근을 2α 라 하면
다른 한 근은 3α 가 되므로

$$\begin{cases} 2\alpha + 3\alpha = 10 & \dots\dots ① \\ 2\alpha \times 3\alpha = k & \dots\dots ② \end{cases}$$

①, ②를 풀면

$$\alpha = 2, k = 6 \times 2^2 = 24$$

37. $x^2 - px + q = 0$ 의 두 근이 α, β 이다. $\alpha + \beta = 3$, $\alpha\beta = 2$ 일 때 $p^2 + q^2$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 13

해설

두 근의 합이 3이므로 $p = 3$,
두 근의 곱이 2이므로 $q = 2$ 이다.
따라서 $p^2 + q^2 = 9 + 4 = 13$

38. 이차방정식 $x^2 + 2(m-1)x - 2m - 6 = 0$ 의 근 중 양근의 절대값이 음근의 절대값보다 클 때 실수 m 의 범위는?

① $m < 1$

② $-3 < m < 1$

③ $m < -3$ 또는 $m > 1$

④ $m > -3$

⑤ $m < -1$

해설

근과 계수와의 관계에서

$$\alpha + \beta > 0, \alpha\beta < 0$$

(\because 양근의 절대값이 음근의 절대값보다 크다.)

$$\begin{cases} \alpha + \beta = -2(m-1) > 0 & \therefore m < 1 \\ \alpha\beta = -2m - 6 < 0 & \therefore m > -3 \end{cases}$$

$$\therefore -3 < m < 1$$

39. 이차방정식 $x^2 - 14kx + 96k = 0$ 의 두 근의 비가 3 : 4일 때, 양수 k 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $k = 2$

해설

두 근을 3α , 4α 라고 하면
근과 계수의 관계에 의하여

$$3\alpha + 4\alpha = 14k \dots\dots \textcircled{㉠}$$

$$3\alpha \cdot 4\alpha = 96k \dots\dots \textcircled{㉡}$$

$$\textcircled{㉠} \text{에서 } 7\alpha = 14k \therefore \alpha = 2k \dots\dots \textcircled{㉢}$$

$$\textcircled{㉡} \text{에서 } 12\alpha^2 = 96k \therefore \alpha^2 = 8k \dots\dots \textcircled{㉣}$$

$$\textcircled{㉢} \text{을 } \textcircled{㉣} \text{에 대입하면 } 4k^2 = 8k, 4k(k - 2) = 0$$

$$\therefore k = 0 \text{ 또는 } k = 2$$

따라서 양수 k 의 값은 $k = 2$ 이다.

40. 한 근이 $1 - i$ 인 이차방정식이 $x^2 + ax + b = 0$ 일 때, 실수 $a + b$ 의 값을 구하시오.

▶ 답 :

▷ 정답 : 0

해설

한 근이 $1 - i$ 이면 다른 한 근은 $1 + i$ 이다.

두 근의 합 : 2,

두 근의 곱 : 2

$\therefore a = -2, b = 2$

41. 계수가 유리수인 이차방정식 $x^2 - ax + b = 0$ 의 한 근이 $2 + \sqrt{3}$ 일 때, ab 의 값은?

① -3

② 0

③ 2

④ 4

⑤ $2 + 2\sqrt{3}$

해설

유리계수이므로 다른 한 근은 $2 - \sqrt{3}$
근과 계수와의 관계에 의해

$$a = 4, b = 1$$

$$\therefore ab = 4$$

해설

$x^2 + ax + b = 0$ 에 $x = 2 + \sqrt{3}$ 대입

$$(2 + \sqrt{3})^2 - a \cdot (2 + \sqrt{3}) + b = 0$$

계수가 유리수이므로

$$\sqrt{3} \cdot (4 - a) + (b - 2a + 7) = 0$$

$$a = 4, b = 1$$

$$\therefore ab = 4$$

42. 이차방정식 $x^2 - 2ax + 4 = 0$ 의 두 근이 모두 1보다 크다. 이 때, 실수 a 의 값의 범위를 정하면?

① $2 \leq a < \frac{5}{2}$

② $2 \leq a \leq \frac{5}{2}$

③ $2 < a < \frac{5}{2}$

④ $2 \leq a < 3$

⑤ $2 < a < 3$

해설

$f(x) = x^2 - 2ax + 4$ 라고 하면

(i) $f(1) > 0 \Rightarrow a < \frac{5}{2}$

(ii) 두근을 가지므로

$$\frac{D}{4} = a^2 - 4 \geq 0$$

$$a \leq -2 \text{ 또는 } a \geq 2$$

(iii) 그래프의 축이 $x = 1$ 의 오른쪽에 있어야하므로
 $a > 1$

(i), (ii), (iii)에 의해 $2 \leq a < \frac{5}{2}$

43. 직선 $y = 3x + 2$ 와 포물선 $y = x^2 + mx + 3$ 이 두 점에서 만나기 위한 실수 m 의 범위를 구하면?

① $m < -1, m > 3$

② $m < 1, m > 5$

③ $-1 < m < 3$

④ $-1 < m < 5$

⑤ $1 < m < 5$

해설

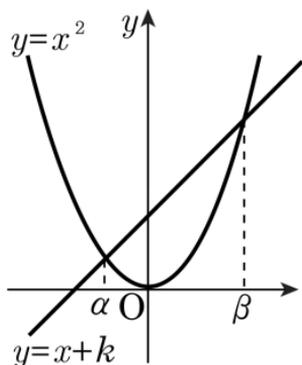
$y = 3x + 2, y = x^2 + mx + 3$ 에서 y 를 소거하면

$$x^2 + (m - 3)x + 1 = 0, D = (m - 3)^2 - 4 > 0$$

$$m^2 - 6m + 5 > 0, (m - 1)(m - 5) > 0$$

$$\therefore m < 1, m > 5$$

44. 이차함수 $y = x^2$ 과 일차함수 $y = x + k$ 의 그래프가 다음 그림과 같이 서로 다른 두 점에서 만날 때, 다음 보기에서 옳은 것을 모두 고른 것은?



보기

㉠ $\alpha + \beta = 1$

㉡ $k > 0$

㉢ $\alpha\beta = -k$

① ㉠

② ㉠, ㉡

③ ㉠, ㉢

④ ㉡, ㉢

⑤ ㉠, ㉡, ㉢

해설

두 함수 $y = x^2$ 과 $y = x + k$ 의 그래프가 만나는 두 점의 x 좌표가 α, β 이므로 이차방정식 $x^2 = x + k$, 즉 $x^2 - x - k = 0$ 은 서로 다른 두 실근 α, β 를 갖는다.

㉠ 이차방정식의 근과 계수의 관계에 의하여

$$\alpha + \beta = 1 \dots (\text{참})$$

㉡ 이차방정식 $x^2 - x - k = 0$ 의 판별식을 D 라 하면 $D = 1 + 4k > 0$

$$\text{에서 } k > -\frac{1}{4} \dots (\text{거짓})$$

㉢ 이차방정식의 근과 계수의 관계에 의하여

$$\alpha\beta = -k \dots (\text{참})$$

따라서, 옳은 것은 ㉠, ㉢이다.

45. 이차함수 $y = 2x^2 - 3x + 1$ 의 그래프와 직선 $y = ax + b$ 의 두 교점의 x 좌표가 각각 1, 5일 때, 상수 a, b 의 곱 ab 의 값은?

① -81

② -45

③ 0

④ 5

⑤ 14

해설

이차방정식 $2x^2 - 3x + 1 = ax + b$, 즉 $2x^2 - (3 + a)x + 1 - b = 0$ 의 두 근이 1, 5이므로 근과 계수의 관계에 의하여

$$1 + 5 = \frac{3 + a}{2}, \quad 1 \times 5 = \frac{1 - b}{2}$$

$$\therefore a = 9, \quad b = -9$$

$$\therefore ab = -81$$

46. 이차함수 $y = ax^2 - 5x - 2$ 의 그래프와 직선 $y = bx + a$ 의 교점의 x 좌표가 각각 0, -3 일 때, 상수 a, b 의 합 $a + b$ 의 값은?

① -3

② -2

③ -1

④ 0

⑤ 1

해설

이차함수 $y = ax^2 - 5x - 2$ 의 그래프와

직선 $y = bx + a$ 의 교점의 x 좌표 0, -3 은

이차방정식 $ax^2 - (b+5)x - a - 2 = 0$ 의 두 근이므로 근과 계수의 관계에 의하여

$$(\text{두근의합}) = 0 + (-3) = \frac{b+5}{a}$$

$$\therefore 3a + b = -5 \cdots \text{㉠}$$

$$(\text{두 근의 곱}) = 0 \cdot (-3) = \frac{-a-2}{a}$$

$$\therefore a = -2$$

$$\text{㉠에서 } b = 1 \text{ 이므로 } a + b = -1$$

47. 이차함수 $f(x) = ax^2 + bx + c$ 가 $f(1) = f(3) = 8$ 이고 최솟값 5를 가질 때, 상수 a, b, c 에 대하여 $a + b + c$ 의 값을 구하면?

① 6

② 7

③ 8

④ 9

⑤ 10

해설

꼭짓점의 좌표가 $(2, 5)$ 이므로

이차함수는 $f(x) = a(x - 2)^2 + 5$ 라고 할 수 있다.

$f(3) = 8$ 이므로 $x = 3, y = 8$ 을 대입하면

$a + 5 = 8 \quad \therefore a = 3$ 이므로

$f(x) = 3(x - 2)^2 + 5 = 3x^2 - 12x + 17$

$\therefore a + b + c = 8$

48. 이차함수 $y = 2x^2$ 의 그래프와 모양이 같고 $x = -1$ 일 때, 최솟값 4를 갖는 이차함수의 식은?

① $y = 2(x - 1)^2$

② $y = 2(x - 1)^2 + 4$

③ $y = 2(x + 1)^2 + 4$

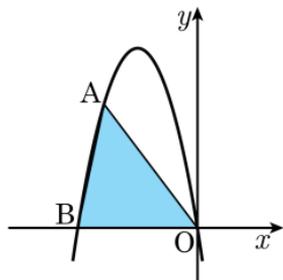
④ $y = -2(x + 1)^2 + 4$

⑤ $y = -2(x - 1)^2 + 4$

해설

$y = 2x^2$ 의 그래프와 모양이 같고 꼭짓점이 $(-1, 4)$ 이므로
 $y = 2(x + 1)^2 + 4$

49. 다음 그림은 축의 방정식이 $x = -3$ 인 이차함수 $y = -x^2 + bx + c$ 의 그래프이다. 점 O (원점), B 는 x 축과 만나는 점이고, 점 A 가 O 에서 B 까지 포물선을 따라 움직일 때, $\triangle OAB$ 의 넓이의 최댓값은?



- ① 18 ② 27 ③ 36
 ④ 45 ⑤ 54

해설

축이 $x = -3$ 이므로 B 의 좌표는 $(-6, 0)$ 이다.

따라서 $y = -x^2 + bx + c$ 가 두 점

$(0, 0)$, $(-6, 0)$ 을 지나므로,

$$0 = c, 0 = -36 - 6b$$

$$b = -6, c = 0$$

$$y = -x^2 - 6x = -(x + 3)^2 + 9$$

$\triangle OAB$ 에서 밑변의 길이를 \overline{OB} 라

고 하면, 높이가 최대일 때 $\triangle OAB$ 의

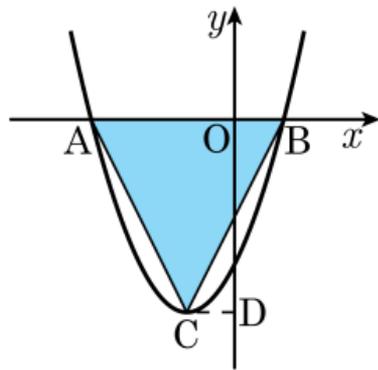
넓이가 최대가 된다.

즉, A 가 꼭짓점에 있을 때이다. 꼭짓점의 좌표가 $(-3, 9)$ 이므로

$$\triangle OAB \text{의 넓이} = \frac{1}{2} \times \overline{OB} \times 9 = \frac{1}{2} \times 6 \times 9 = 27$$

50. 다음 그림과 같이 $y = x^2 + 2x - 3$ 의 그래프가 x 축과 만나는 두 점을 A, B, 꼭짓점을 C 라 할 때, $\triangle ABC$ 의 넓이는?

- ① 6 ② 7 ③ 8
 ④ 9 ⑤ 10



해설

$$y = x^2 + 2x - 3 = (x + 1)^2 - 4$$

꼭짓점 $C(-1, -4)$

$y = 0$ 일 때 $x^2 + 2x - 3 = (x + 3)(x - 1) = 0$ 이므로

$A(-3, 0)$, $B(1, 0)$

$$\therefore \triangle ABC = \frac{1}{2} \times 4 \times 4 = 8$$