1. 다음 중 다항식의 사칙연산이 잘못된 것은?

① $(4x-2)+(7-2x)=2x-5$

② $(x^2+2y^2)-2(y^2-3x^2)=7x^2$

③ $(x+y)^3=x^3+3x^2y+3xy^2+y^3$

④ $(x+y+z)^2=x^2+y^2+z^2+2xy+2yz+2zx$

⑤ $(x^3+1)\div(x+1)=x^2-x+1$

해설

① $(4x-2)+(7-2x)=2x+5$

2. 다항식 $(a-b)(a^2+ab+b^2)$ 을 전개하면?

① a^2-b^2 ② a^3-b^3
③ a^3+b^3 ④ $a^3+3a^2b+3ab^2+b^3$
⑤ $a^3-3a^2b+3ab^2-b^3$

해설

공식 : $(a-b)(a^2+ab+b^2)=a^3-b^3$

3. 다음 중 식의 전개가 바르지 <u>않은</u> 것을 고르면?

① $(1-x)(1+x+x^2)=1-x^3$

② $(x^2+xy+y^2)(x^2-xy+y^2)=x^4+x^2y^2+y^4$

③ $(x-3)(x-2)(x+1)(x+2)=x^4-8x^2+12$

④ $(a-b)(a+b)(a^2+b^2)(a^4+b^4)=a^8-b^8$

⑤ $(a+b-c)(a-b+c)=a^2-b^2-c^2+2bc$

해설

$(x-3)(x-2)(x+1)(x+2)$

$=(x^2-x-6)(x^2-x-2)$

$x^2-x=Y$라 놓자.

$$\begin{aligned}(Y-6)(Y-2)&=Y^2-8Y+12\\&=(x^2-x)^2-8(x^2-x)+12\\&=x^4-2x^3-7x^2+8x+12\end{aligned}$$

4. 상수 a, b에 대하여 다음 등식이 항상 성립할 때, $2a+b$의 값은?

$$\frac{a}{x-1}+\frac{b}{x+3}=\frac{6(x+1)}{(x-1)(x+3)}$$

① 2 ② 3 ③ 5 ④ 7 ⑤ 9

해설

등식이 항상 성립하기 위해서는 (분모) $\neq 0$ 이어야 한다.
양변에 공통분모인 $(x-1)(x+3)$을 곱하면,
$a(x+3)+b(x-1)=6(x+1)$
$(a+b)x+(3a-b)=6x+6$
$\therefore\ a+b=6,\ 3a-b=6$
두 식을 연립하여 풀면,
$a=3,\ b=6-a=3$
$\therefore\ 2a+b=2\times 3+3=9$

5. 등식 $(x+1)(x-1)(x^3-x^2+x-1) = x^5-x^4+ax-b$가 항상 성립하도록 a, b값을 정할 때, $a+b$의 값을 구하면?

① -2　② -1　③ 0　④ 1　⑤ 2

해설

양변에 $x=1$을 대입하면, $0 = a-b \cdots$ ㉠
양변에 $x=-1$을 대입하면, $0 = -2-a-b \cdots$ ㉡
㉠, ㉡ 에서 $a = b = -1$
$\therefore\ a+b = -2$

6. k의 값에 관계없이 $(3k^2+2k)x-(k+1)y-(k^2-1)z$의 값이 항상 1일 때, $x+y+z$의 값은?

① -3 ② 0 ③ 3 ④ 6 ⑤ 8

해설

주어진 식을 k에 대하여 정리하면
$k^2(3x-z)+k(2x-y)-(y-z)=1$
위 식이 k의 값에 관계없이 성립하므로 k에 대한 항등식이다.

$$\begin{cases} 3x-z=0 & \cdots\cdots ㉠ \\ 2x-y=0 & \cdots\cdots ㉡ \\ z-y=1 & \cdots\cdots ㉢ \end{cases}$$

㉠, ㉡, ㉢을 연립하여 풀면
$x=1,\ y=2,\ z=3$
$\therefore\ x+y+z=6$

7. x 에 대한 다항식 $f(x)$ 를 x^2-3x+2 로 나누었을 때의 나머지가 $x+4$ 이고, x^2-4x+3 으로 나누었을 때의 나머지가 $2x+3$ 일 때, $f(x)$ 를 $x^3-6x^2+11x-6$ 으로 나누었을 때의 나머지를 $R(x)$ 라 하자. 이때 $R(10)$ 의 값은?

① 86　② 88　③ 90　④ 92　⑤ 94

해설

$f(x)=(x-1)(x-2)Q(x)+x+4$

$\cdots f(1)=5, f(2)=6\cdots$ ㉠

$f(x)=(x-1)(x-3)P(x)+2x+3$

$\cdots f(1)=5, f(3)=9\cdots$ ㉡

$f(x)=(x-1)(x-2)(x-3)Z(x)+R(x)$

$R(x)=ax^2+bx+c\cdots$ ㉢

㉠, ㉡를 ㉢에 각각 대입하면,

$a+b+c=5,\ 4a+2b+c=6,\ 9a+3b+c=9$

세식을 연립하여 풀면, $a=1,\ b=-2,\ c=6$

$R(x)=x^2-2x+6$

$\therefore R(10)=86$

8. 다항식 $f(x)$를 일차식 $ax+b(a \neq 0)$으로 나누었을 때의 몫을 $Q(x)$, 나머지를 R이라 할 때, $xf(x)$를 $ax+b$로 나눈 나머지를 구하면?

① R ② aR ③ bR ④ $-\frac{b}{a}R$ ⑤ $\frac{R}{a}$

해설

$f(x)=(ax+b)Q(x)+R \quad \therefore \ R=f(-\frac{b}{a})$

$g(x)=xf(x)$를 $ax+b$로 나눈 나머지는

$g(-\frac{b}{a})=-\frac{b}{a}f(-\frac{b}{a})=-\frac{b}{a}R$

9. 등식 $f(x) = x^3 + 4x^2 + x - 6 = (x+a)(x+b)(x+c)$ 일 때, $a+b+c$ 의 값은?

① 2 ② 3 ③ 4 ④ 5 ⑤ 6

해설

조립제법을 사용한다

1	1	4	1	-6
		1	5	6
-2	1	5	6	0
		-2	-6	
-3	1	3	0	
		-3		
	1	0		

$x^3 + 4x^2 + x - 6 = (x-1)(x+2)(x+3)$

$\therefore a+b+c = 4$

10. 차수가 같은 두 다항식의 합이 $2x^2 - 8$이고, 최소공배수가 $x^3 - 2x^2 - 5x + 6$일 때, 두 다항식의 최대공약수는 $ax + b$이다. 이 때, $a + b$의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

두 식 A, B의 최대공약수를 G라 하면

$A = Ga, B = Gb(a, b$는 서로소)

$A + B = (a + b)G = 2(x + 2)(x - 2)$

$L = abG = (x - 1)(x - 3)(x + 2)$

$\therefore\ G = x + 2$

11. 최고차항의 계수가 1 인 두 이차식의 최대공약수가 $x+3$ 이고 최소공배수가 x^3+x^2-6x 일 때, 두 이차식의 합은?

① $(x+1)(x-2)$ ② $(x+2)(x+4)$

③ $2(x-1)(x+3)$ ④ $2(x-2)(x-4)$

⑤ $2(x+1)(x-4)$

해설

최대공약수가 $x+3$ 이므로 두 이차식을
$a(x+3)$, $b(x+3)$ (a, b 는 서로소) 라 하고
최소공배수를 $f(x)=x^3+x^2-6x$ 라 하면
$f(x)=x(x^2+x-6)=x(x+3)(x-2)$
따라서 두 다항식은
$x(x+3)$, $(x-2)(x+3)$ 이므로
구하는 두 다항식의 합은

$$\begin{aligned} x(x+3)+(x-2)(x+3) &= (x+3)(2x-2) \\ &= 2(x-1)(x+3) \end{aligned}$$

12. $a^2(1+i)+a(2+i)-8-6i$가 순허수가 되도록 실수 a의 값을 구하면?

① -10　　② -8　　③ -6　　④ -4　　⑤ -2

해설

$a^2(1+i)+a(2+i)-8-6i$
$=(a^2+2a-8)+i(a^2+a-6)$
$=(a+4)(a-2)+i(a+3)(a-2)$
만약에 $a=2$가 되면 실수가 된다.
$a \neq 2$, $\therefore\ a=-4$

13. 복소수 $z = (1+i)x + 1 - 2i$ 에 대하여 z^2 이 음의 실수일 때, 실수 x 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $x = -1$

해설

$z = (1+i)x + 1 - 2i = (x+1) + (x-2)i$

z^2 의 음의실수 $\Leftrightarrow$ z 가 순허수

$\therefore\ x + 1 = 0,\quad x = -1$

14. 이차방정식 $x^2+2ax+3b=0$ 의 한 근이 $3-ai$ 일 때, 실수 a, b 의 곱 ab 의 값을 구하면?(단, $a \neq 0, i = \sqrt{-1}$)

① 12　② 6　③ −6　④ −12　⑤ −18

해설

이차방정식 $x^2+2ax+3b=0$ 의 한 근이 복소수 $3-ai$ 이므로,
다른 한 근은 켤레근인 $3+ai$ 이다.
두 근의 합은 $(3-ai)+(3+ai)=-2a$ 이므로,
$-2a=6 \quad \therefore\ a=-3$ 이다.
두 근의 곱은 $(3-ai)(3+ai)=3b$ 이므로,
$9+a^2=3b,\ 9+(-3)^2=18=3b \quad \therefore\ b=6$
$\therefore\ ab=-18$

15. 방정식 $x^2+2(m-1)x-m+3=0$의 두 근을 모두 음이 되게 하는 실수 m의 범위를 정하면?

① $-2<m<3$ ② $2\le m<3$ ③ $-1<m<3$

④ $1<m\le 3$ ⑤ $3<m\le 4$

해설

두 근을 $\alpha,\ \beta$라 할 때 두 근이 모두 음수이므로

(i) $\dfrac{D}{4}=(m-1)^2+m-3\ge 0$

$m^2-m-2\ge 0,\ (m-2)(m+1)\ge 0$

$\therefore\ m\le -1,\ m\ge 2$

(ii) $\alpha+\beta=-2(m-1)<0 \quad \therefore\ m>1$

(iii) $\alpha\beta=-m+3>0 \quad \therefore\ m<3$

$\therefore$ (i), (ii), (iii)의 공통범위는 $2\le m<3$

16. $x^2+y^2=5$를 만족시키는 실수 x, y에 대하여 $2x-y$는 $x=\alpha, y=\beta$에서 최댓값 m을 갖는다. 이때, $m+\alpha+\beta$의 값은?

① 2　　② 3　　③ 4　　④ 5　　⑤ 6

해설

$2x-y=k$로 놓으면
$y=2x-k \cdots$ ㉠
㉠을 $x^2+y^2=5$에 대입하면
$x^2+(2x-k)^2=5$
$\therefore 5x^2-4kx+k^2-5=0 \cdots$ ㉡
㉡을 x에 대한 이차방정식으로 보면
x가 실수이므로
$\frac{D}{4}=4k^2-5(k^2-5)\ 0$, $k^2 \le 25$
$\therefore -5 \le k \le 5$
따라서 k의 최댓값은 5이다.
이 때의 x, y의 값은
㉡에서 $5x^2-20x+20=0$, $5(x-2)^2=0 \therefore x=2$
㉠에서 $y=4-5=-1$
따라서, $m=5, \alpha=2, \beta=-1$이므로
$m+\alpha+\beta=6$

17. $x^2-xy+y^2+2y=0$ 을 만족하는 실수 x, y 에 대하여 x 의 최댓값은?

① $\frac{2}{3}$ ② 1 ③ 2 ④ $\frac{11}{5}$ ⑤ 4

해설

주어진 식을 y 에 대하여 정리하면
$y^2+(2-x)y+x^2=0$
이 식을 y 에 대한 이차방정식으로 보면 y 가 실수이므로 실근을 갖는다.
$D=(2-x)^2-4\cdot x^2\geq 0$,
$3x^2+4x-4\leq 0$, $(x+2)(3x-2)\leq 0$
$\therefore -2\leq x\leq \frac{2}{3}$
따라서 x 의 최댓값은 $\frac{2}{3}$ 이다.

18. $3x-1 \geq 5$, $\dfrac{x+4}{3}-5 \leq -3$을 모두 만족하는 x의 값은?

① $-2 \leq x \leq 2$ ② -2 ③ 2
④ 없다. ⑤ 0

해설

$3x-1 \geq 5$ 에서 $3x \geq 6$
$\therefore\ x \geq 2$
$\dfrac{x+4}{3}-5 \leq -3$ 에서 $x+4-15 \leq -9$
$\therefore\ x \leq 2$
$\therefore x=2$

19. 두 개의 부등식 $\frac{4x-1}{5} \le \frac{x+1}{2}$, $\frac{3x+1}{3} > \frac{x-1}{2}$ 를 동시에 만족하는 정수는?

① 0, 1
② −1, 0, 1, 2
③ −1, 0, 2, 3
④ −1, 0, 1, 2, 3
⑤ −2, −1, 0, 1, 2

해설

i) $\frac{4x-1}{5} \le \frac{x+1}{2}$ 의 양변에 분모의 최소공배수인 10 을 곱해주면,

$\Rightarrow 2(4x-1) \le 5(x+1) \Rightarrow x \le \frac{7}{3}$

ii) $\frac{3x+1}{3} > \frac{x-1}{2}$ 의 양변에 분모의 최소공배수인 6 을 곱해주면,

$\Rightarrow 2(3x+1) > 3(x-1) \Rightarrow x > -\frac{5}{3}$

따라서 $-\frac{5}{3} < x \le \frac{7}{3}$ 을 만족하는 정수는 −1, 0, 1, 2 이다.

20. 연립부등식 $\begin{cases} 4x-2 \geq -10 \\ 6-x > 3 \end{cases}$ 의 해가 $a \leq x < b$ 일 때, 상수 $a+b$ 의 값은?

① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

$6-x>3 \rightarrow x<3$

$4x-2 \geq -10 \rightarrow x \geq -2$

$\therefore\ a+b=-2+3=1$

21. 연립부등식 $\begin{cases} 3x-2 \le x+a \\ 2x-b \le 3x \end{cases}$ 의 해가 4 일 때, $a-b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 10

해설

$\begin{cases} 3x-2 \le x+a & \cdots ① \\ 2x-b \le 3x & \cdots ② \end{cases}$ 이라 하면

①에서 $x \le \dfrac{a+2}{2}$

②에서 $x \ge -b$

$\therefore \ -b \le x \le \dfrac{a+2}{2}$

이 부등식의 해가 4 이려면 $4 \le x \le 4$ 이어야 하므로

$-b = 4$ 에서 $b = -4$, $\dfrac{a+2}{2} = 4$ 에서 $a = 6$

따라서 $a-b = 6-(-4) = 10$ 이다.

22. 연립부등식 $2x+a<x+2<4(x-1)$ 의 해가 $b<x<5$ 일 때, $a+b$ 의 값은?

① -5 ② -1 ③ 1 ④ 3 ⑤ 5

해설

$2x+a<x+2<4(x-1)$
$2x+a<x+2 \rightarrow x<2-a$
$x+2<4(x-1) \rightarrow x>2$
$2<x<2-a$ 가 $b<x<5$ 이므로 $a=-3,\ b=2$
$\therefore\ a+b=-1$

23. 연립부등식 $\frac{2x+4}{3} < \frac{5-x}{2} \le a$의 해가 $-2 \le x < 1$일 때, 상수 a의 값은?

① $\frac{7}{2}$　　② 3　　③ 1　　④ $-\frac{1}{2}$　　⑤ $-\frac{3}{4}$

해설

연립부등식 $\frac{2x+4}{3} < \frac{5-x}{2} \le a$ 를

$$\begin{cases} \frac{2x+4}{3} < \frac{5-x}{2} & \cdots ㉠ \\ \frac{5-x}{2} \le a & \cdots ㉡ \end{cases}$$

으로 바꾸어 연립부등식의 해를 구한다.

㉠을 풀면

$\frac{2x+4}{3} < \frac{5-x}{2}$, $4x+8 < 15-3x$, $7x < 7$

$\therefore\ x < 1 \cdots$ (ⅰ)

㉡을 풀면 $\frac{5-x}{2} \le a$, $5-x \le 2a$

$\therefore\ x \ge 5-2a \cdots$ (ⅱ)

(ⅰ), (ⅱ)를 모두 만족시키는 x의 범위는 $5-2a \le x < 1$이다.

연립부등식의 해가 $-2 \le x < 1$ 이므로 $5-2a = -2$

$\therefore\ a = \frac{7}{2}$

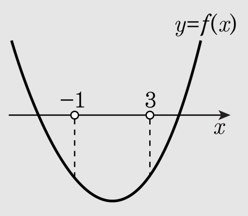
24. $-1 < x < 3$ 인 모든 실수 x에 대하여 이차부등식 $x^2+2(k-1)x+3k < 0$ 이 항상 성립하도록 하는 실수 k의 최댓값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -3

해설

$f(x) = x^2 + 2(k-1)x + 3k$ 라 하자.
$-1 < x < 3$ 인 모든 실수 x에 대하여 $f(x) < 0$ 이 항상 성립하려면 다음 그림과 같이 $f(-1) \le 0,\ f(3) \le 0$ 이어야 한다.



(i) $f(-1) \le 0$ 에서 $(-1)^2 + 2(k-1) \cdot (-1) + 3k \le 0,\ k+3 \le 0$
$\therefore k \le -3$
(ii) $f(3) \le 0$ 에서 $3^2 + 2(k-1) \cdot 3 + 3k \le 0,\ 9k+3 \le 0$
$\therefore k \le -\frac{1}{3}$
(i), (ii) 에서 $k \le -3$
따라서, 실수 k의 최댓값은 -3이다.

25. 이차방정식 $ax^2-(a+1)x-4=0$의 한 근이 -1과 0 사이에 있고, 다른 한 근이 1과 2 사이에 있을 때, 상수 a의 범위는?

① $a>3$　② $0<a<3$　③ $a\ge\frac{1}{2}$
④ $a\ge 1$　⑤ $-1<a<3$

해설

주어진 조건을 만족시키려면 $f(-1)>0, f(0)<0, f(1)<0, f(2)>0$ 이어야 한다.
따라서 $f(-1)=a+(a+1)-4>0$ 에서
$2a>3 \quad \therefore\ a>\frac{3}{2} \cdots$ ㉠
$f(2)=4a-2a-2-4>0$ 에서
$2a>6 \quad \therefore\ a>3 \cdots$ ㉡
㉠,㉡을 모두 만족해야 하므로
구하는 a의 값의 범위는 $a>3$

26. 다음은 두 직선 $x+y-2=0$, $mx-y+m+1=0$이 제 1사분면에서 만나도록 하는 상수 m의 값의 범위를 정하는 과정이다. 위의 안에 들어갈 것으로 옳지 <u>않은</u> 것은?

증명

$x+y-2=0\cdots\cdots$㉠
$mx-y+m+1=0\cdots\cdots$㉡
㉡을 m에 대하여 정리하면
$(x+1)m-(\boxed{①})=0$에서 이 직선은 m의 값에 관계없이 정점
$\boxed{②}$을 지난다.
(i) ㉡이 점 $(0,2)$를 지날 때, $m=\boxed{③}$
(ii) ㉡이 점 $(2,0)$를 지날 때, $m=\boxed{④}$
따라서, 두 직선이 제 1사분면에서 만나려면 (i), (ii)에서
$\boxed{⑤}$

① $y-1$　② $(-1,1)$　③ 1
④ $-\frac{1}{3}$　⑤ $-\frac{1}{3}\le m\le 1$

해설

$x+y-2=0\cdots\cdots$㉠
$mx-y+m+1=0\cdots\cdots$㉡
㉡을 m에 대하여 정리하면
$(x+1)m-(\boxed{y-1})=0$에서 이 직선은 m의 값에 관계없이
정점 $\boxed{(-1,\ 1)}$을 지난다.
따라서 두 직선이 제 1사분면에서 만나려면
(i) ㉡이 점 $(0,\ 2)$를 지날 때, $m=\boxed{1}$
(ii) ㉡이 점 $(2,\ 0)$를 지날 때, $m=\boxed{-\frac{1}{3}}$
(i), (ii)에서 $\boxed{-\frac{1}{3}<m<1}$

27. 두 직선 $mx-y+m+1=0$ 과 $y=-x+2$ 가 제1사분면에서 만나도록 하는 상수 m 의 값의 범위는?

① $\frac{1}{3}<m<1$　　② $-\frac{1}{3}<m<1$

③ $-1<m<2$　　④ $m<-\frac{1}{3},\ m>1$

⑤ $-1<m<-\frac{1}{3}$

해설

$mx-y+m+1=0\cdots$ ㉠

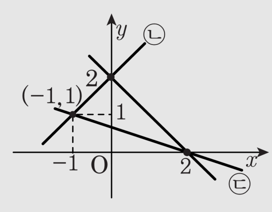
$\Leftrightarrow m(x+1)-(y-1)=0$ 에서

이 직선은 m 의 값에 관계없이

항상 점 $(-1,1)$ 을 지난다.

다음 그림에서 ㉠이 직선 $y=-x+2$ 와

제1사분면에서 나려면 ㉠의 기울기 m 은



㉡의 기울기 $\frac{2-1}{0-(-1)}=1$ 보다 작고

㉢의 기울기 $\frac{0-1}{2-(-1)}=-\frac{1}{3}$ 보다 커야한다.

$\therefore\ -\frac{1}{3}<m<1$

28. 다음에서 집합이 아닌 것을 모두 골라라.

㉠ 6 의 약수의 모임
㉡ 100 보다 큰 수 중에 100 에 가까운 수들의 모임
㉢ 100 보다 큰 모든 자연수들의 모임
㉣ 우리 반에서 키가 제일 큰 학생의 모임
㉤ 잘생긴 남학생의 모임

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉡

▷ 정답 : ㉤

해설

㉡ '가까운' 이란 기준이 명확하지 않아 집합이 아니다.
㉤ '잘 생긴' 이란 기준이 명확하지 않아 집합이 아니다.

29. 집합 $A = \{x \mid x = 3 \times n - 1,\ n = 5$ 미만의 자연수$\}$ 일 때, 집합 A 의 모든 원소의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 26

해설

$A = \{2,\ 5,\ 8,\ 11\}$ 이므로 모든 원소의 합은 $2 + 5 + 8 + 11 = 26$ 이다.

30. 집합 $A = \left\{x \mid x\text{는 } 20\text{의 약수}\right\}$, $B = \{a,\ \{b\},\ \{c,\ \varnothing\}\}$ 일 때, $n(A)-n(B)$ 를 구하면?

① 1　② 2　③ 3　④ 4　⑤ 0

해설

$A = \left\{x \mid x\text{는 } 20\text{의 약수}\right\} = \{1,\ 2,\ 4,\ 5,\ 10,\ 20\}$ 이므로 $n(A) = 6$ 이고,
$B = \{a,\ \{b\},\{c,\ \varnothing\}\}$ 의 원소는 3 개이므로
$n(A) - n(B) = 3$ 이다.

31. 다음은 음식점에서 흔히 볼 수 있는 차림표이다. 다음 차림표에서 찌개류의 집합을 집합 A , 3000원 미만의 음식을 집합 B , 3000원 이상 4000원 미만의 음식을 집합 C 라고 할 때, $n(A)+n(B)-n(C)$ 의 값을 구하여라.

밥류	면류	찌개류
비빔밥 3000원	치즈라면 2500원	김치찌개 4000원
오징어덮밥 4000원	떡라면 2500원	된장찌개 4000원
김치덮밥 3000원	자장면 3000원	순두부찌개 4500원
김치볶음밥 3500원	우동 2500원	참치찌개 3500원
참치볶음밥 4000원	쫄면 3000원	
돌솥비빔밥 3500원	잔치국수 2000원	

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

$A = \{$ 김치찌개, 된장찌개, 순두부찌개, 참치찌개 $\}$이므로 $n(A)=4$

$B=\{$치즈라면 , 떡라면 , 우동 , 잔치국수$\}$ 이므로 $n(B)=4$

$C=\{$ 비빔밥, 김치덮밥, 김치볶음밥, 돌솥비빔밥, 자장면, 쫄면, 참치찌개 $\}$ 이므로 $n(C)=7$

따라서 $n(A)+n(B)-n(C)=1$ 이다.

32. 다음에서 $\{5,\ 10,\ 15\}$ 와 같은 집합의 개수는?

보기

㉠ $\{5,\ 15,\ 10\}$	㉡ $\{1,\ 5,\ 10\}$
㉢ $\{10,\ 5\times4,\ 5\}$	㉣ $\{5,\ 5\times2,\ 5\times3\}$
㉤ $\{10,\ 11\}$	㉥ $\{25,\ 5,\ 3\times5\}$

① 1 개 ② 2 개 ③ 3 개 ④ 4 개 ⑤ 5 개

해설

$\{5,\ 15,\ 10\}=\{5,\ 5\times2,\ 5\times3\}=\{5,\ 10,\ 15\}$

33. 두 집합 $A = \{6,\ a,\ 1,\ b,\ 3\}$, $B = \{8,\ c,\ 1,\ d,\ 5\}$ 가 서로 같을 때, $(a+b)-(c+d)$ 의 값으로 옳은 것은?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$A = B$ 이므로
$\{6,\ a,\ 1,\ b,\ 3\} = \{8,\ c,\ 1,\ d,\ 5\}$
이 중 1 은 공통이므로 제외하면
$a = 8,\ b = 5$ 또는 $a = 5,\ b = 8$
따라서 $a + b = 13$
$c = 3,\ d = 6$ 또는 $c = 6,\ d = 3$
따라서 $c + d = 9$
$\therefore (a+b)-(c+d) = 4$

34. 두 집합 $A=\{1,2,3,4,5\}$, $B=\{1,2\}$에 대하여 $B\subset X\subset A$를 만족하는 집합 X의 개수는?

① 4 개 ② 8 개 ③ 16 개 ④ 32 개 ⑤ 64 개

해설

X는 1, 2를 원소로 갖는 A의 부분집합이므로 $\{3,4,5\}$의 부분집합의 개수와 같다.
따라서 $2^3=8$(개)이다.

35. 집합 $A = \{1,\ 2,\ 4\}$ 의 부분집합 중 원소 2 또는 4 를 포함하는 부분집합의 개수를 구하여라.

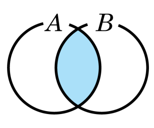
▶ 답 : ______ 개

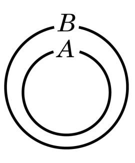
▷ 정답 : 6 개

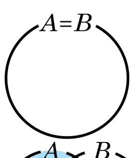
해설

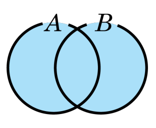
원소 2 를 포함하는 부분집합의 개수 :
$2^{3-1} = 4$ (개)
원소 4 를 포함하는 부분집합의 개수 :
$2^{3-1} = 4$ (개)
원소 2, 4 를 포함하는 부분집합의 개수 :
$2^{3-2} = 2$ (개)
원소 2 또는 4 를 포함하는 부분집합의 개수 :
$4 + 4 - 2 = 6$ (개)

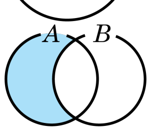
36. $A \cap B$ 를 벤 다이어그램으로 나타낸 것은?

① 

② 

③ 

④ 

⑤ 

해설

집합 A 에 속하고 집합 B 에도 속하는 모든 원소로 이루어진 집합

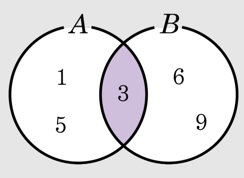
37. 두 집합 A, B에 대하여 $A = \{x \mid x\text{는 5 이하의 홀수}\}$, $A \cap B = \{3\}$, $A \cup B = \{1, 3, 5, 6, 9\}$일 때, 집합 B를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\{3,\ 6,\ 9\}$

해설

$A = \{1, 3, 5\}$이고, 주어진 조건을 벤 다이어그램으로 나타내면 다음과 같다.



따라서 $B = \{3, 6, 9\}$이다.

38. 전체집합 U 의 부분집합 A, B 에서 집합 $(A \cup B) \cap (A - B)^c$ 을 간단히 한 것은?

① $\varnothing$ ② A ③ B ④ U ⑤ $A \cap B$

해설

$(A \cup B) \cap (A \cap B^c)^c = (A \cup B) \cap (A^c \cup B) = B$

39. '모든 중학생은 고등학교에 진학한다' 의 부정인 명제는?

① 고등학교에 진학하는 중학생은 없다.

② 어떤 중학생은 고등학교에 진학한다.

③ 고등학교에 진학하지 않는 중학생도 있다.

④ 모든 중학생은 고등학교에 진학하지 않는다.

⑤ 어떤 중학생은 고등학교에 진학하지 않는다.

해설

부정이란 'p 이면 q 이다' 가 'p 이면 q 가 아니다' 이고, '모든' 의 부정은 '어떤' 이므로 '모든 중학생은(p) 고등학교에 진학한다(q)' 의 부정은 '어떤 중학생은 고등학교에 진학하지 않는다' 이다.

40. 다음 명제의 참, 거짓을 써라. (단, x, y 는 실수)
'$xy \neq 0$ 이면 $x \neq 0$ 또는 $y \neq 0$ 이다.'

▶ 답 :

▷ 정답 : 참

해설

대우가 참이면 주어진 명제도 참이다.
대우 : $x = 0,\ y = 0 \ \Rightarrow \ xy = 0$ (참)

41. n 이 100보다 작은 자연수일 때, 다음 명제가 거짓임을 보여주는 반례는 모두 몇 가지인가?

'n^2 이 12의 배수이면 n 은 12의 배수이다.'

▶ 답 : ________ 가지

▷ 정답 : 8가지

해설

명제가 거짓임을 보이는 반례는 n^2 이 12의 배수이면서 n 이 12의 배수가 아닌 수를 찾으면 된다. 즉, n 은 6의 배수이면서 12의 배수가 아닌 수를 찾으면 된다.

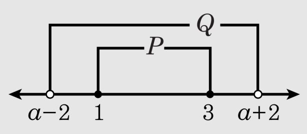
$n \in \{6\times1,\ 6\times3,\ 6\times5,\ 6\times7,\ 6\times9,\ 6\times11,\ 6\times13,\ 6\times15\}$

42. 두 조건 $p : 1 \le x \le 3$, $q : |x-a| < 2$에 대하여 $p \to q$이가 참이 되도록 상수 a의 값의 범위를 구하면?

① $1 < a < 3$　② $1 \le a < 3$　③ $1 < a \le 3$
④ $1 \le a \le 3$　⑤ $2 < a \le 3$

해설

$p \to q \Rightarrow P \subset Q$, $|x-a| < 2 \leftrightarrow a-2 < x < a+2$



$\therefore a-2 < 1$ 그리고 $3 < a+2$
$\therefore 1 < a < 3$

43. 두 조건 $p : |x-2| \le h$, $q : |x+1| \le 7$에 대하여 'p이면 q이다.'가 참이 되도록 하는 h의 최댓값을 구하여라. (단, $h \ge 0$)

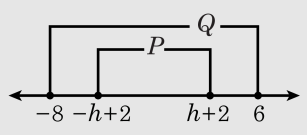
▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

p : $2-h \le x \le 2+h$

q : $-8 \le x \le 6$



$-h+2 \ge -8 \leftrightarrow h \le 10$, $h+2 \le 6 \leftrightarrow h \le 4$

$\therefore h \le 4$

$\therefore n$의 최댓값은 4

44. 실수 x에 대한 두 조건

p : $\lvert x-2\rvert < a$ (단, $a > 0$) q : $x < -3$ 또는 $x > 1$

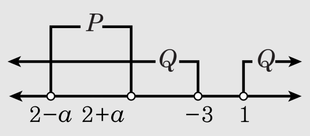
에 대하여 명제 $p \rightarrow q$가 참이 되기 위한 a의 값의 범위를 $\alpha < a \leq \beta$ 라 할 때, $\alpha + \beta$의 값을 구하여라.

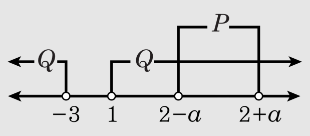
▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

$\lvert x-2\rvert < a$ 에서 $-a < x-2 < a$ $\therefore 2-a < x < 2+a$ $\therefore$
$P = \{x \mid 2-a < x < 2+a\}$, $Q = \{x \mid x < -3$ 또는 $x > 1\}$
따라서 $P \subset Q$가 되려면 $2+a \leq -3$ ⋯ ㉠ 또는 $2-a \geq 1$ ⋯ ㉡,
즉, $a \leq -5$ 또는 $a \leq 1$
그런데 $a > 0$이므로 구하는 a의 범위는 $0 < a \leq 1$

㉠ :


㉡ :


$\therefore \alpha = 0,\ \beta = 1$
$\therefore \alpha + \beta = 1$

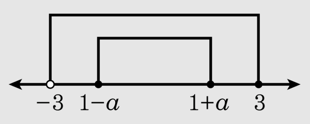
45. 명제 '$|x-1| \le a$이면 $|x| < 3$ 이다.'가 참이 되기 위한 a의 값의 범위는? (단, x, y는 실수이고, $a > 0$)

① $0 < a \le 2$　　② $0 < a < 2$　　③ $0 < a \le 4$

④ $0 < a < 4$　　⑤ $0 < a < 5$

해설

$|x-1| \le a$에서 $-a \le x-1 \le a$ $\therefore 1-a \le x \le 1+a$ $|x| < 3$에서 $-3 < x < 3$ 따라서 주어진 명제가 참이 되려면,



위의 그림에서 $1-a > -3$ 그리고 $1+a < 3$ $\therefore a < 4$ 그리고 $a < 2$
$\therefore a < 2$ 그런데 $0 < a$ 이므로, $0 < a < 2$

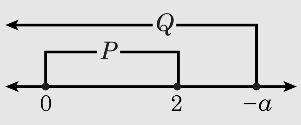
46. 실수 x에 대한 두 조건 p : $0 \le x \le 2$, q : $x + a \le 0$이 있다. 명제 $p \rightarrow q$가 참일 때, a의 최댓값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -2

해설

p, q를 만족하는 집합을 각각 P, Q라 하면 $p \rightarrow q$가 참이므로 $P \subset Q$ 이다. $P = \{x | 0 \le x \le 2\}$, $Q = \{x | x \le -a\}$



위의 그림에서 $P \subset Q$이려면 $2 \le -a$, $a \le -2$ 따라서 a의 최댓값은 -2

47. $p : |x-1| \le h$, $q : |x+2| \le 7$ 에 대하여 'p 이면 q 이다' 가 참이 되도록 하는 h 의 최댓값은? (단, $h \ge 0$)

① 4　　② 5　　③ 7　　④ 8　　⑤ 9

해설

조건 p 의 진리집합을 P 라 하면
$|x-1| \le h$ 에서 $-h \le x-1 \le h$ 이므로
$-h+1 \le x \le h+1$
또 조건 q 의 진리집합을 Q 라 하면
$|x+2| \le 7$ 에서 $-7 \le x+2 \le 7$ 이므로
$-9 \le x \le 5$
$P \subset Q$ 이어야 하므로
$-h+1 \ge -9$ 에서
$h \le 10$
$h+1 \le 5$ 에서 $h \le 4$
따라서 $0 \le h \le 4$ 이므로 h 의 최댓값은 4

48. 명제 $p \rightarrow q$가 참일 때, $p \Rightarrow q$로 나타내기로 한다. 명제 p, q, r에 대하여 다음 추론 중에서 옳은 것은?

① $p \Rightarrow \sim q$, $r \Rightarrow q$ 이면 $p \Rightarrow r$ 이다.

② $p \Rightarrow q$, $r \Rightarrow \sim q$ 이면 $\sim p \Rightarrow r$ 이다.

③ $p \Rightarrow \sim q$, $\sim r \Rightarrow q$ 이면 $\sim p \Rightarrow r$ 이다.

④ $q \Rightarrow p$, $\sim q \Rightarrow r$ 이면 $p \Rightarrow r$ 이다.

⑤ $q \Rightarrow \sim p$, $\sim q \Rightarrow r$ 이면 $p \Rightarrow r$ 이다.

해설

① $p \Rightarrow \sim q$, $\sim q \Rightarrow \sim r$ 이므로 $p \Rightarrow \sim r$
② $p \Rightarrow q$, $q \Rightarrow \sim r$ 이므로 $p \Rightarrow \sim r$
③ $p \Rightarrow \sim q$, $\sim q \Rightarrow r$ 이므로 $p \Rightarrow r$
④ $\sim p \Rightarrow \sim q$, $\sim q \Rightarrow r$ 이므로 $\sim p \Rightarrow r$
⑤ $p \Rightarrow \sim q$, $\sim q \Rightarrow r$ 이므로 $p \Rightarrow r$
따라서 옳은 것은 ⑤이다.

49. 두 명제 $p \to q$와 $r \to \sim q$가 모두 참일 때, 다음 명제 중 반드시 참이 되는 것은?

① $q \to p$ ② $r \to \sim p$ ③ $\sim p \to r$

④ $\sim r \to \sim p$ ⑤ $\sim q \to r$

해설

$p \to q\ (T)$, $\sim q \to \sim p\ (T)$, $r \to \sim q(T)$, $q \to \sim r(T)$

$\therefore\ p \to q \to \sim r$

따라서 $p \to \sim r(T)$, $r \to \sim p(T)$

50. 두 명제 $p \rightarrow q$와 $\sim r \rightarrow \sim q$가 모두 참일 때, 다음 중 항상 참인 명제는?

① $p \rightarrow r$　　② $\sim q \rightarrow p$　　③ $p \rightarrow \sim q$

④ $r \rightarrow q$　　⑤ $r \rightarrow \sim q$

해설

$p \rightarrow q\,(T) \Rightarrow \sim q \rightarrow \sim p\,(T)$

$\sim r \rightarrow \sim q\,(T) \Rightarrow q \rightarrow r\,(T)$

$\therefore p \rightarrow q \rightarrow r \Rightarrow p \rightarrow r\,(T)$