

1. 다음 중  $(x-y)^2(x+y)^2$ 을 전개한 식은?

①  $x^4 - y^4$

②  $x^2 - y^2$

③  $x^4 - 2x^2y^2 + y^4$

④  $x^4 - x^2y^2 + y^4$

⑤  $x^4 - 4x^2y^2 + y^4$

해설

$$\begin{aligned}(x-y)^2(x+y)^2 &= \{(x-y)(x+y)\}^2 \\ &= (x^2 - y^2)^2 \\ &= x^4 - 2x^2y^2 + y^4\end{aligned}$$

2.  $x$ 에 대한 다항식  $x^3 - 2x^2 - px + 2$ 가  $x - 2$ 로 나누어떨어지도록 상수  $p$ 의 값을 정하면?

① 1

② -1

③ 2

④ -2

⑤ 3

해설

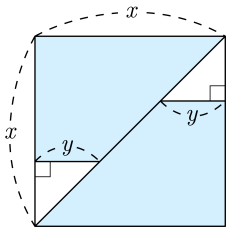
$x^3 - 2x^2 - px + 2 = f(x)$ 로 놓으면  $f(x)$ 가  $x - 2$ 로 나누어떨어지려면

$f(2) = 0$  이므로,

$$f(2) = 8 - 8 - 2p + 2 = 0$$

$$\therefore p = 1$$

3. 다음 그림은 한변의 길이가  $x$ 인 정사각형을 대각선을 따라 자른 후 직각이등변삼각형 2개를 떼어낸 도형이다. 이때, 색칠한 부분의 넓이를  $x, y$ 에 관한 식으로 나타내어라.



①  $xy - y^2$

②  $x^2 - y^2$

③  $x^2 - y$

④  $\frac{xy - y^2}{2}$

⑤  $\frac{x - y}{2}$

해설

$$x^2 - 2 \times \frac{1}{2} \times y \times y = x^2 - y^2$$

4.  $(x^3 + ax + 2)(x^2 + bx + 2)$ 를 전개했을 때,  $x^2$ 과  $x^3$ 의 계수를 모두 0이 되게 하는 상수  $a, b$ 에 대하여  $a + b$ 의 값은?

①  $-2$

②  $-1$

③  $1$

④  $2$

⑤  $\frac{3}{2}$

해설

$$\begin{aligned}(x^3 + ax + 2)(x^2 + bx + 2) \\ = x^5 + bx^4 + (a + 2)x^3 + (ab + 2)x^2 + (2a + 2b)x + 4\end{aligned}$$

$(x^2$ 의 계수) $= (x^3$ 의 계수) $= 0$ 이므로

$$ab + 2 = 0, a + 2 = 0$$

$$\text{따라서 } a = -2, b = 1$$

$$\therefore a + b = -1$$

5.  $a^2 + b^2 + c^2 = 9$ ,  $ab + bc + ca = 9$ ,  $a + b + c$ 의 값은?

①  $-3\sqrt{2}$

②  $-2\sqrt{3}$

③  $\pm 3\sqrt{3}$

④  $\pm 3\sqrt{2}$

⑤  $\sqrt{6}$

해설

$$\begin{aligned}(a + b + c)^2 &= a^2 + b^2 + c^2 + 2(ab + bc + ca) \\ &= 9 + 18 = 27\end{aligned}$$

$$\therefore a + b + c = \pm 3\sqrt{3}$$

6.  $2x^2 - 3x - 2 = a(x-1)(x+2) + bx(x+2) + cx(x-1)$  이  $x$ 에 대한 항등식이 되도록  $a, b, c$ 의 값을 정하면?

①  $a = 1, b = -1, c = 2$

②  $a = -1, b = 1, c = -2$

③  $a = 1, b = 1, c = 2$

④  $a = -1, b = -1, c = -2$

⑤  $a = 1, b = -1, c = -2$

해설

수치대입법을 이용한다.

$$x = 0 \text{을 대입 } -2 = -2a \quad \therefore a = 1$$

$$x = 1 \text{을 대입 } -3 = 3b \quad \therefore b = -1$$

$$x = -2 \text{를 대입 } 12 = 6c \quad \therefore c = 2$$

7.  $(x+y)a - (x-y)b - (y-z)c - 4z = 0$ 이  $x, y, z$ 의 값에 관계없이 항상 성립할 때, 곱  $abc$ 를 구하면?

① 4

② 8

③ 16

④ 32

⑤ 64

해설

$x, y, z$ 에 대해 정리하면

$$(a-b)x + (a+b-c)y + (c-4)z = 0$$

$x, y, z$ 에 대한 항등식이므로

$$a = b, a + b - c = 0, c = 4$$

$$\therefore a = b = 2, c = 4$$

$$\therefore abc = 16$$

8.  $a, b$ 는 정수이고,  $ax^3 + bx^2 + 1$ 이  $x^2 - x - 1$ 로 나누어 떨어질 때,  $b$ 의 값은?

① -2

② -1

③ 0

④ 1

⑤ 2

해설

전개했을 때 양변의 최고차항과 상수항이 같아야 하므로

$$ax^3 + bx^2 + 1$$

$$= (x^2 - x - 1)(ax - 1)$$

$$= ax^3 - (1+a)x^2 + (1-a)x + 1$$

양변의 계수를 비교하면

$$-(1+a) = b, 1-a = 0$$

$$\therefore a = 1, b = -2$$



9.  $x$ 에 대한 다항식  $(4x^2 - 3x + 1)^5$ 을 전개하였을 때, 모든 계수들(상수항 포함)의 합은?

① 0

② 16

③ 32

④ 64

⑤ 1024

### 해설

$(4x^2 - 3x + 1)^5$ 을 전개하여  $x$ 에 대한 내림차순으로 정리하면  
 $(4x^2 - 3x + 1)^5 = a_0x^{10} + a_1x^9 + a_2x^8 + \cdots + a_9x + a_{10}$ 과 같이 된다.

여기서 모든 계수들의 합

$a_0 + a_1 + a_2 + \cdots + a_{10}$ 을 구하려면

$x = 1$ 을 대입하면 된다.

즉,  $(4 - 3 + 1)^5 = a_0 + a_1 + a_2 + \cdots + a_{10}$

모든 계수들의 합은  $2^5 = 32$

10.  $x^3 - 6x^2 + 11x - 6$ 을 인수분해 하면?

①  $(x+1)(x-2)(x+3)$

②  $(x-1)(x+2)(x+3)$

③  $(x-1)(x-2)(x-3)$

④  $(x+1)(x+2)(x-3)$

⑤  $(x-1)(x-2)(x+3)$

해설

인수정리를 이용하면

$$f(1) = 0, f(2) = 0, f(3) = 0 \text{ 이므로}$$

$$(\text{준식}) = (x-1)(x-2)(x-3)$$

11. 다음  안에 알맞은 수를 차례대로 써 넣어라.

$$(x^3 + 4x^2 + 3x - 2) \div (\text{ } x^2 + \text{ } x + \text{ }) = x + 2$$

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

▷ 정답 : 2

▷ 정답 : -1

해설

$x^2 +$    $x +$   = A 라 하면

$$(x^3 + 4x^2 + 3x - 2) \div A = x + 2$$

$$\therefore A = (x^3 + 4x^2 + 3x - 2) \div (x + 2)$$

$$\therefore A = x^2 + 2x - 1 \text{ 이므로}$$

안에 알맞은 수는 차례대로 1, 2, -1 이다.

12.  $x$  에 대한 다항식  $x^3 + ax^2 + bx + 2$  를  $x^2 - x + 1$  로 나눈 나머지가  $x + 3$  이 되도록  $a, b$  의 값을 정할 때,  $ab$  값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 :  $ab = -6$

### 해설

검산식을 사용

$$x^3 + ax^2 + bx + 2 = (x^2 - x + 1) \cdot A + (x + 3)$$

$$A = (x + p)$$

$$x^3 + ax^2 + bx + 2 - (x + 3) = (x^2 - x + 1)(x + p)$$

$$x^3 + ax^2 + (b - 1)x - 1 = (x^2 - x + 1)(x - 1) \quad \therefore p = -1$$

우변을 정리하면

$$\therefore a = -2, b = 3$$

$$\therefore ab = -6$$

13.  $x^2 - x + 1 = 0$  일 때,  $x^5 + \frac{1}{x^5}$  의 값은?

① -2

② -1

③ 0

④ 1

⑤ 2

해설

$x^2 - x + 1 = 0$ , 양변에  $x + 1$  을 곱하면,

$$(x + 1)(x^2 - x + 1) = 0$$

$$x^3 + 1 = 0, x^3 = -1 \text{ 에서 } x^5 = x^3 \times x^2 = -x^2$$

$$x^5 + \frac{1}{x^5} = -\left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right) \dots\dots\dots \textcircled{1}$$

$x^2 - x + 1 = 0$  를  $x$  로 나누어 정리한다.

$$x + \frac{1}{x} = 1$$

$$x^2 + \frac{1}{x^2} = \left(x + \frac{1}{x}\right)^2 - 2 = -1$$

$$\textcircled{1} \text{ 에 대입하면, } x^5 + \frac{1}{x^5} = 1$$

14. 두 다항식  $f(x) = x^2 + 3x + a$ ,  $g(x) = x^3 + ax$ 를  $x+2$ 로 나눈 나머지가 같을 때, 상수  $a$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 :  $a = -2$

해설

$$f(x) = x^2 + 3x + a, g(x) = x^3 + ax \text{에서}$$

$$f(-2) = g(-2) \text{이므로}$$

$$4 - 6 + a = -8 - 2a$$

$$\therefore a = -2$$

15. 다항식  $f(x)$ 를  $x-1$ 로 나눈 나머지가 3이고,  $x+1$ 로 나눈 나머지가  $-1$ 일 때,  $(x^2+x+2)f(x)$ 를  $x^2-1$ 로 나눈 나머지를  $R(x)$ 라 할 때,  $R(1)$  구하시오.

▶ 답 :

▶ 정답 : 12

해설

나머지 정리에 의해  $f(1) = 3, f(-1) = -1$

$$(x^2+x+2)f(x) = (x^2-1)Q(x) + ax + b$$

$x=1, x=-1$  을 대입한다.

$$4f(1) = 12 = a + b \cdots \textcircled{㉠}$$

$$2f(-1) = -2 = -a + b \cdots \textcircled{㉡}$$

$\textcircled{㉠}, \textcircled{㉡}$ 을 연립하여 풀면,

$$a = 7, b = 5$$

$$\therefore \text{나머지 } R(x) = 7x + 5$$

$$R(1) = 12$$

16. 다항식  $f(x)$  를  $2x - 1$ 로 나누면 나머지는  $-4$ 이고, 그 몫을  $x + 2$ 로 나누면 나머지는  $2$ 이다. 이때,  $f(x)$ 를  $x + 2$ 로 나눌 때의 나머지를 구하시오.

▶ 답 :

▷ 정답 :  $-14$

해설

$$f(x) = (2x - 1)Q(x) - 4 \text{라 하면}$$

$$f(-2) = -5Q(-2) - 4$$

$$\text{그런데 } Q(-2) = 2 \text{ 이므로 } f(-2) = -14$$



17. 다항식  $f(x)$ 를  $x^2 - 4$ 로 나누었을 때의 나머지가  $-x + 4$ 이다. 다항식  $f(x+1)$ 을  $x^2 + 2x - 3$ 으로 나누었을 때의 나머지를 구하면?

①  $2x + 1$

②  $-x + 3$

③  $x - 1$

④  $2x$

⑤  $2x - 3$

해설

$$\begin{aligned}f(x) &= (x^2 - 4)P(x) - x + 4 \\&= (x + 2)(x - 2)P(x) - x + 4\end{aligned}$$

$$\therefore f(-2) = 6, f(2) = 2$$

$$\begin{aligned}f(x+1) &= (x^2 + 2x - 3)Q(x) + ax + b \\&= (x + 3)(x - 1)Q(x) + ax + b\end{aligned}$$

$$x = -3 \text{을 대입하면 } f(-2) = -3a + b = 6$$

$$x = 1 \text{을 대입하면 } f(2) = a + b = 2$$

$$\therefore a = -1, b = 3$$

따라서 나머지는  $-x + 3$

18.  $x^3 - 4x^2 + 5x - 3$  을  $A(x-3)^3 + B(x-3)^2 + C(x-3) + D$  로 나타낼 때,  $ABCD$  의 값을 구하면?

① -20

② 40

③ -60

④ 120

⑤ -120

해설

$x^3 - 4x^2 + 5x - 3$  을  $x-3$  에 대해 내림차순으로 정리하기 위해  $x-3$  으로 반복하여 나누면 나머지가 차례로  $D, C, B, A$  가 되므로

|   |   |    |  |    |    |     |
|---|---|----|--|----|----|-----|
| 3 | 1 | -4 |  | 5  | -3 |     |
|   |   | 3  |  | -3 | 6  |     |
| 3 | 1 | -1 |  | 2  | 3  | ← d |
|   |   | 3  |  | 6  |    |     |
| 3 | 1 | 2  |  | 8  |    | ← c |
|   |   | 3  |  |    |    |     |
|   | 1 | 5  |  |    |    | ← b |
|   | ↑ |    |  |    |    |     |
|   | a |    |  |    |    |     |

$$\therefore ABCD = 1 \times 5 \times 8 \times 3 = 120$$

19.  $(x^2+5x+4)(x^2+5x+2)-24$ 를 인수분해하면  $(x^2+ax+b)(x^2+cx+d)$ 일 때  $a+b+c+d$ 를 구하면?

- ① 16      ② -16      ③ 15      ④ 18      ⑤ 0

해설

$(x^2+5x+4)(x^2+5x+2)-24$ 에서

$x^2+5x=t$ 로 치환하면

$$(\text{준식}) = (t+4)(t+2) - 24$$

$$= t^2 + 6t + 8 - 24 = t^2 + 6t - 16$$

$$= (t+8)(t-2)$$

이 때  $t = x^2 + 5x$ 이므로

$$\therefore (x^2+5x+8)(x^2+5x-2)$$

$$\therefore a=5, b=8, c=5, d=-2$$

$$a+b+c+d = 5+8+5+(-2) = 16$$

20.  $a, b, c$ 가 삼각형의 세변의 길이를 나타내고  $ab(a+b) = bc(b+c) + ca(c-a)$ 인 관계가 성립할 때, 이 삼각형은 어떤 삼각형인가?

①  $a = b$ 인 이등변 삼각형

②  $a = c$ 인 이등변 삼각형

③ 정삼각형

④  $a$ 가 빗변인 직각 삼각형

⑤  $b$ 가 빗변인 직각 삼각형

해설

$$ab(a+b) = bc(b+c) + ca(c-a)$$

$$a^2b + ab^2 - bc(b+c) - ac^2 + a^2c = 0$$

$$(b+c)a^2 + (b^2 - c^2)a - bc(b+c) = 0$$

$$(b+c) \{a^2 + (b-c)a - bc\}$$

$$= (b+c)(a+b)(a-c) = 0$$

21. 자연수  $N = 35^3 + 3 \cdot 35^2 + 3 \cdot 35 + 1$  의 양의 약수의 개수를 구하여라.(인수분해공식을 이용하여 푸시오.)

▶ 답:                           개

▷ 정답: 49      개

해설

$$a^3 + 3a^2 + 3a + 1 = (a + 1)^3$$

$$\therefore N = 35^3 + 3 \cdot 35^2 + 3 \cdot 35 + 1$$

$$= (35 + 1)^3 = 36^3 = 2^6 \times 3^6$$

$$\therefore \text{약수의 개수} = (6 + 1) \times (6 + 1) = 49$$

22. 실수  $x, y$ 가  $xy = 6$ ,  $x^2y + xy^2 + x + y = 63$ 을 만족시킬 때,  $x^2 + y^2$ 의 값은?

- ① 13      ②  $\frac{1173}{32}$       ③ 55      ④ 69      ⑤ 81

해설

$$\begin{aligned} & x^2y + xy^2 + x + y \\ &= xy(x + y) + (x + y) \\ &= (xy + 1)(x + y) \\ &= 7(x + y) = 63, \\ & x + y = 9, xy = 6 \\ & \therefore x^2 + y^2 = (x + y)^2 - 2xy \\ & \qquad \qquad = 81 - 12 = 69 \end{aligned}$$