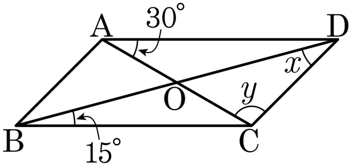
1. 평행사변형 ABCD 에서 두 대각선의 교점을 O 라 하고, $\angle CAD = 30°$, $\angle CBD = 15°$ 라고 할 때, $\angle x + \angle y = (\quad)°$ 이다. ( ) 안에 알맞은 수를 구하여라.



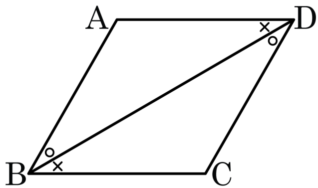
▶ 답 :

▷ 정답 : 135

해설

$\angle ODA = \angle OBC = 15°$ $\angle AOB = 30 + 15 = 45°$, $\angle BOC = 135° = \angle x + \angle y$ 이다.

2. 다음은 '평행사변형에서 두 쌍의 대변의 길이는 각각 같다.' 를 증명한 것이다. □ 안에 들어갈 말로 알맞은 것은?



평행사변형 ABCD에 점 B와 점 D를 이으면 $\triangle ABD$와 $\triangle CDB$에서

$\angle ABD = \angle CDB$ (엇각) $\cdots$ ㉠

$\angle ADB = \angle CBD$ (엇각) $\cdots$ ㉡

$\boxed{}$는 공통 $\cdots$ ㉢

㉠, ㉡, ㉢에 의해서 $\triangle ABD \equiv \triangle CDB$ (ASA 합동)

$\therefore\ \overline{AB} = \overline{CD},\ \overline{AD} = \overline{BC}$

① $\overline{AB}$ ② $\overline{BC}$ ③ $\overline{BD}$ ④ $\overline{DC}$ ⑤ $\overline{DA}$

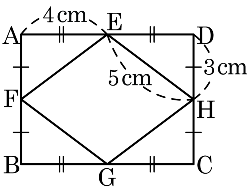
해설

$\triangle ABD$와 $\triangle CDB$에서

$\angle ABD = \angle CDB$ (엇각), $\angle ADB = \angle CBD$ (엇각), $\overline{BD}$는 공통이므로

$\triangle ABD \equiv \triangle CDB$ (ASA 합동)이다.

3. 다음은 직사각형 ABCD 의 각 변의 중점을 E, F, G, H 라 할 때, □EFGH 의 둘레의 길이는?



① 16cm ② 18cm ③ 20cm ④ 22cm ⑤ 24cm

해설

직사각형의 각 변의 중점을 차례로 연결하면 마름모가 된다.
따라서 □EFGH 는 둘레는 $4 \times 5 = 20(\mathrm{cm})$ 이다.

4. 평행사변형 ABCD 에서 $\angle A$ 와 $\angle B$ 의 크기의 비가 $4:5$일 때, $\angle A+\angle C$ 의 크기를 구하면?

① 100° ② 120° ③ 160° ④ 200° ⑤ 240°

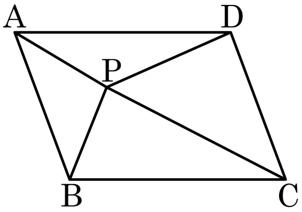
해설

$$\angle A = 180° \times \frac{4}{9} = 80°$$

$$\angle C = \angle A = 80°$$

$$\therefore \ \angle A + \angle C = 80° + 80° = 160°$$

5. 다음 그림과 같이 평행사변형 ABCD의 내부에 임의의 한 점 P를 잡았다. $\triangle PAD = 24cm^2$,$\triangle PAB = 18cm^2$, $\triangle PBC = 45cm^2$일 때, $\triangle PCD$ 의 넓이= $\boxed{}$ cm^2 이다. 빈 칸을 채워넣어라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 51

해설

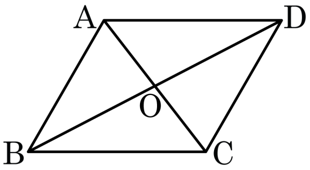
내부의 한 점 P에 대하여 $\frac{1}{2}\square ABCD = \triangle PAB + \triangle PCD = \triangle PAD + \triangle PBC$이다.

$\triangle PAD = 24cm^2$, $\triangle PAB = 18cm^2$, $\triangle PBC = 45cm^2$이므로

$24 + 45 = \triangle PCD + 18$이다.

$\therefore\ \triangle PCD = 51(cm^2)$

6. 다음은 '평행사변형에서 두 대각선은 서로 다른 것을 이등분한다.' 를 증명한 것이다. ㄱ~ㅁ에 들어갈 것으로 옳지 <u>않은</u> 것은?



[가정] □ABCD 에서 $\overline{AB} // \overline{DC}$, $\overline{AD} // \overline{BC}$

[결론] $\overline{AO} = \overline{CO}$, $\boxed{\text{ㄱ}} = \overline{DO}$

[증명] △OAD 와 △OCB 에서 $\boxed{\text{ㄴ}} = \overline{BC}$ ⋯㉠

$\overline{AD} // \boxed{\text{ㄷ}}$ 이므로

$\angle OAD = \angle OCB$ ($\boxed{\text{ㄹ}}$) ⋯㉡

$\angle ODA = \angle OBC$ ($\boxed{\text{ㄹ}}$) ⋯㉢

㉠, ㉡, ㉢에 의해서 $\triangle OAD \equiv \triangle OCB$ ($\boxed{\text{ㅁ}}$ 합동)

$\therefore \overline{AO} = \overline{CO}$, $\boxed{\text{ㄱ}} = \overline{DO}$

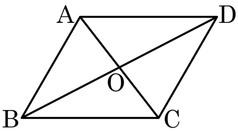
① ㄱ : $\overline{BO}$　② ㄴ : $\overline{CD}$　③ ㄷ : $\overline{BC}$

④ ㄹ : 엇각　⑤ ㅁ : ASA

해설

②에서 $\overline{BC} = \overline{AD} \neq \overline{CD}$ 이다.

7. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD 의 두 대각선이 서로 다른 것을 이등분함을 증명하려고 할 때, 다음 중 필요한 것은?



① $\triangle ABC \equiv \triangle CDA$

② $\triangle ABD \equiv \triangle CDB$

③ $\triangle ABO \equiv \triangle CDO$

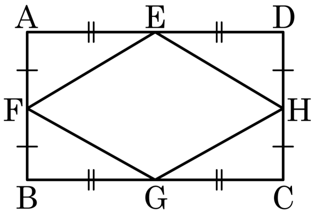
④ $\triangle OBC \equiv \triangle OCD$

⑤ $\triangle OCD \equiv \triangle ODA$

해설

$\triangle ABO \equiv \triangle CDO$ 일 때,
$\overline{AO} = \overline{CO}$, $\overline{BO} = \overline{DO}$ 이다.

8. 다음은 직사각형 ABCD 의 각 변의 중점을 E, F, G, H 라 할 때, □EFGH 는 $\boxed{}$ 임을 증명하는 과정이다. $\boxed{}$ 안에 들어갈 알맞은 것은?



$\triangle AEF \equiv \triangle BGF \equiv \triangle CGH \equiv \triangle DEH$ (SAS 합동)

$\overline{EF} = \overline{FG} = \overline{GH} = \overline{EH}$

따라서 □EFGH 는 $\boxed{}$ 이다.

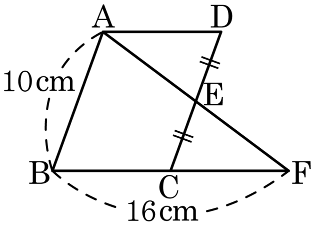
① 등변사다리꼴 ② 직사각형 ③ 마름모

④ 정사각형 ⑤ 평행사변형

해설

네 변의 길이가 모두 같은 사각형은 마름모이다.

9. 오른쪽 그림과 같은 평행사변형 ABCD 에서 $\overline{CD}$ 의 중점을 E , $\overline{AE}$ 의 연장선과 $\overline{BC}$ 의 연장선의 교점을 F 라 할 때, $\overline{AD}$ 의 길이를 구하여라.



① 4 cm ② 5 cm ③ 6 cm ④ 9 cm ⑤ 8 cm

해설

$\triangle$AED 와 $\triangle$FEC 에서

$\overline{DE} = \overline{CE}$, $\angle ADE = \angle FCE$ (엇각),

$\angle AED = \angle FEC$ (맞꼭지각) 이므로

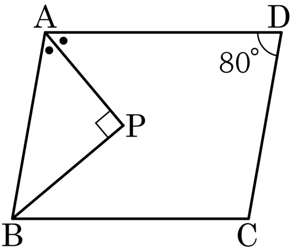
$\triangle AED \equiv \triangle FEC$(ASA합동)

따라서 $\overline{AD} = \overline{FC}$ 이고, □ABCD 가 평행사변형이므로 $\overline{AD} = \overline{BC}$ 이다.

즉, $\overline{BF} = \overline{BC} + \overline{CF} = \overline{AD} + \overline{AD} = 2\overline{AD}$ 이므로 $2\overline{AD} = 16$

$\therefore \overline{AD} = 8(\mathrm{cm})$

10. 다음 그림의 평행사변형 ABCD 에서 $\angle PAB = \angle PAD$, $\angle APB = 90°$, $\angle D = 80°$ 일 때, $\angle PBC$ 의 크기를 구하면?

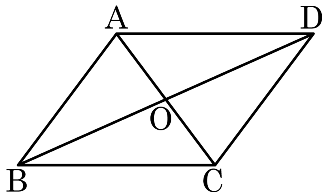


① 30° ② 35° ③ 40° ④ 45° ⑤ 50°

해설

$\angle A + \angle B = 180°$
$\angle BAP = (180° - 80°) \div 2 = 50°$
$\angle ABP = 90° - 50° = 40°$
$\therefore \angle PBC = 80° - 40° = 40°$

11. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD 에 대하여 다음 중 옳지 <u>않은</u> 것을 골라라.



㉠ $\angle ABC + \angle BCD = 180°$

㉡ $\overline{AB} = \overline{DC}$

㉢ $\angle ADB = \angle ACB$

㉣ $\overline{AO} = \overline{CO}$

㉤ $\angle BAC = \angle ACD$

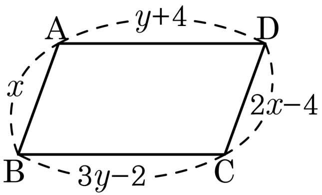
▶ 답 :

▷ 정답 : ㉢

해설

$\overline{AD} // \overline{BC}$ 이므로 $\angle ADB = \angle CBD$

12. 다음 □ABCD가 평행사변형이 되도록 하는 x, y의 값을 구하여라.



▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $x = 4$

▷ 정답 : $y = 3$

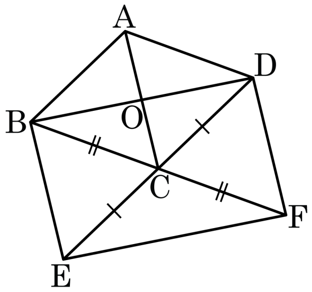
해설

두 쌍의 대변의 길이가 각각 같은 사각형은 평행사변형이므로

$x = 2x - 4,\ y + 4 = 3y - 2$

$\therefore\ x = 4,\ y = 3$

13. 다음 그림의 평행사변형 ABCD 에 대하여 $\overline{\mathrm{BC}}=\overline{\mathrm{FC}}, \overline{\mathrm{DC}}=\overline{\mathrm{EC}}$ 일 때, 다음 그림에서 평행사변형은 모두 몇 개인가?

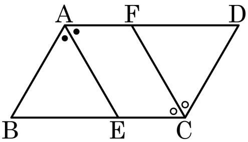


① 1개 ② 2개 ③ 3개 ④ 4개 ⑤ 5개

해설

□ABCD (주어진 평행사변형)
□ABEC ($\overline{\mathrm{AB}} // \overline{\mathrm{CE}}$, $\overline{\mathrm{AB}}=\overline{\mathrm{CE}}$)
□ACFD ($\overline{\mathrm{AD}} // \overline{\mathrm{CF}}$, $\overline{\mathrm{AD}}=\overline{\mathrm{CF}}$)
□BEFD ($\overline{\mathrm{BC}}=\overline{\mathrm{CF}}, \overline{\mathrm{DC}}=\overline{\mathrm{CE}}$)

14. 다음 그림의 평행사변형ABCD 에서 $\angle A$ 와 $\angle C$ 의 이등분선과 $\overline{BC}$, $\overline{AD}$ 와의 교점을 E, F 라고 할 때, 다음 중 옳지 <u>않은</u> 것은?



① $\overline{AB} = \overline{DF}$

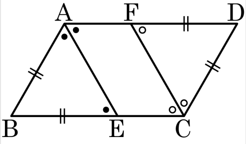
② $\angle BEA = \angle DFC$

③ $\overline{AF} = \overline{CE}$

④ $\overline{AE} = \overline{CF}$

⑤ $\angle AEC = \angle BAD$

해설



$\angle BAD = 2\angle BEA$

$\angle BEA = \angle EAF$(엇각)

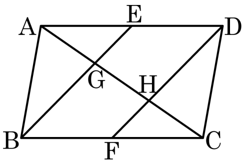
$= \angle BAE$

$\angle AEC = 180° - \angle BEA = 180° - \angle BAE$

따라서 $\angle AEC = \angle BAD$ 인 것은 $\angle BAE = 60°$ 일 때만 성립한다.

그런데 $\angle BAE$는 알 수 없으므로 $\angle AEC \neq \angle BAD$

15. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD 에서 $\overline{AD}$, $\overline{BC}$ 의 중점을 각각 E, F 라 하고, $\overline{EB}$, $\overline{DF}$ 와 대각선 AC 가 만나는 점을 각각 G, H 라 할 때, □GBFH 의 넓이는 평행사변형 ABCD 의 넓이의 몇 배인가?



① $\frac{1}{8}$ 배　② $\frac{1}{5}$ 배　③ $\frac{1}{4}$ 배　④ $\frac{1}{3}$ 배　⑤ $\frac{1}{2}$ 배

해설

$\overline{AD} = \overline{BC}$ 이므로 $\overline{ED} = \overline{BF}$ 이고, $\overline{ED} \,//\, \overline{BF}$ 이므로 □EBFD 는 평행사변형이다.

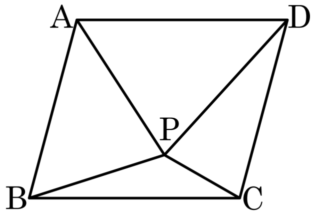
B, D 를 연결하고 $\overline{BD}$ 와 $\overline{AC}$ 의 교점을 O 라 하면 △OGB 와 △OHD 에서 $\overline{BE} \,//\, \overline{FD}$ 이므로

$\angle GBO = \angle HDO$, $\overline{BO} = \overline{DO}$, $\angle GOB = \angle HOD$ 가 되어 $\triangle OGB \equiv \triangle OHD$ (ASA 합동)이다.

□GBFH $=$ △OGB $+$ □OBFH $=$ △OHD $+$ □OBFH $=$ △DBF $= \frac{1}{2}$△BDC $= \frac{1}{4}$□ABCD

$\therefore \frac{1}{4}$ 배

16. 다음 그림과 같이 넓이가 40cm^2 인 평행사변형 ABCD의 내부의 한 점 P에 대하여 $\triangle PAD$와 $\triangle PBC$의 넓이가 $4:1$일 때, $\triangle PAD$의 넓이는?



① 15cm^2 ② 16cm^2 ③ 20cm^2

④ 22cm^2 ⑤ 25cm^2

해설

내부의 한 점 P에 대하여 $\frac{1}{2}\square ABCD = \triangle PAB + \triangle PCD = \triangle PAD + \triangle PBC$이다.

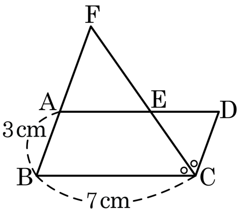
$\square ABCD = \triangle PAB + \triangle PBC + \triangle PCD + \triangle PAD = 2 \times (\triangle PBC + \triangle PAD)$

$\triangle PBC + \triangle PAD = 40 \times \frac{1}{2} = 20(\text{cm}^2)$이고,

$\triangle PAD : \triangle PBC = 4:1$이므로

$\therefore\ \triangle PAD = 20 \times \frac{4}{5} = 16(\text{cm}^2)$

17. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD 에서 $\angle C$ 의 이등분선이 $\overline{AD}$ 와 $\overline{BA}$ 의 연장선과 만나는 점을 각각 E, F 라 하자. $\overline{AB} = 3\,\text{cm}, \overline{BC} = 7\,\text{cm}$ 일 때, $\overline{AF}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 : ______ cm

▷ 정답 : 4 cm

해설

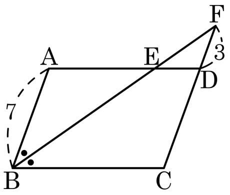
$\overline{BF} // \overline{CD}$ 이므로 $\angle AFE = \angle ECD$ (엇각)

$\triangle FBC$ 에서 $\angle BFC = \angle BCF$ 이므로 $\triangle FBC$ 는 $\overline{BF} = \overline{BC}$ 인 이등변삼각형이다.

따라서 $\overline{BF} = \overline{BC} = 7(\text{cm})$ 이므로

$\overline{AF} = \overline{BF} - \overline{AB} = 7 - 3 = 4(\text{cm})$

18. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD 에서 $\angle B$ 의 이등분선이 $\overline{AD}$ 와 만나는 점을 E , $\overline{CD}$ 의 연장선과 만나는 점을 F 라고 한다. $\overline{AB}=7$, $\overline{FD}=3$ 일 때, $\overline{BC}$ 의 길이를 구하여라.



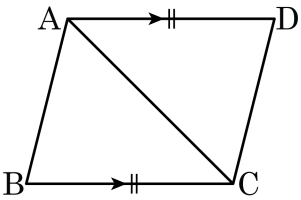
▶ 답 :

▷ 정답 : 10

해설

$\overline{AB}//\overline{CF}$ 이므로 $\angle ABE=\angle BFC$ (엇각) 이다.
그러므로 삼각형 BCF 는 이등변삼각형이다. $\overline{BC}$ 의 길이는 $\overline{CF}$ 의 길이와 같으므로 $7+3=10$ 이다.

19. 다음은 '한 쌍의 대변이 평행하고 그 길이가 같은 사각형은 평행사변형이다.' 를 증명하는 과정이다. 밑줄 친 부분 중 <u>틀린</u> 곳을 모두 고르면?



가정) □ABCD 에서 $\overline{AD} // \overline{BC}$, ㄱ. <u>$\overline{AD} = \overline{BC}$</u>

결론) $\overline{AB} // \overline{DC}$

증명) 대각선 AC를 그으면

△ABC 와 △CDA 에서

ㄱ. <u>$\overline{AD} = \overline{BC}$</u> (가정) $\cdots$㉠

ㄴ. <u>$\angle DCA = \angle BAC$</u> (엇각) $\cdots$㉡

ㄷ. <u>$\overline{AC}$</u> 는 공통 $\cdots$㉢

㉠, ㉡, ㉢에 의해서 △ABC ≡ △CDA (ㄹ. <u>SAS</u> 합동)

ㅁ. <u>$\angle DAC = \angle BCA$</u> 이므로

$\therefore \overline{AB} // \overline{DC}$

따라서 두 쌍의 대변이 각각 평행하므로

□ABCD는 평행사변형이다.

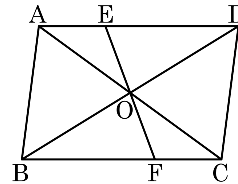
① ㄱ ② ㄴ ③ ㄷ ④ ㄹ ⑤ ㅁ

해설

ㄴ. $\angle DCA = \angle BAC \rightarrow \angle DAC = \angle BCA$

ㅁ. $\angle DAC = \angle BCA \rightarrow \angle DCA = \angle BAC$

20. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD 에서 $\overline{AE} : \overline{ED} = 1 : 2$, $\triangle OFC = 5\text{cm}^2$ 일 때, □ABCD 의 넓이는 ($\quad$)cm^2 이다. ($\quad$)안에 알맞은 수를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 60

해설

$\overline{AD} \,/\!/\, \overline{BC}$ 이므로 $\angle EAO = \angle FCO$,

$\angle EOA = \angle FOC$, $\overline{AO} = \overline{CO}$ 이므로

$\triangle AOE \equiv \triangle COF$ (ASA 합동)

$\therefore \triangle AOE = \triangle COF = 5(\text{cm}^2)$

$\triangle AOE$ 와 $\triangle DOE$ 에서 높이는 같고 밑변이 $1 : 2$ 이므로 $\triangle AOE : \triangle DOE = 1 : 2$

$\therefore \triangle DOE = 2\triangle AOE = 10(\text{cm}^2)$

$\triangle AOD = 5 + 10 = 15(\text{cm}^2)$

$\overline{AO} = \overline{CO}$ 이므로

$\triangle AOD = \triangle DOC,\ \triangle AOB = \triangle COB,$

$\overline{BO} = \overline{DO}$ 이므로

$\triangle ABO = \triangle ADO,\ \triangle CBO = \triangle CDO$

$\rightarrow \triangle AOB = \triangle BOC = \triangle COD = \triangle DOA = 15(\text{cm}^2)$

$\therefore$ □ABCD $= 15 \times 4 = 60(\text{cm}^2)$ 이다.