

1. 등식  $ax^2 - (2a+c)x - 1 = (b-2)x^2 + (b+3)x - c$ 가  $x$ 에 대한 항등식이 되도록 상수  $a, b, c$ 를 정할 때,  $a^2 + b^2 + c^2$ 의 값은?

① 4

② 5

③ 6

④ 7

⑤ 8

해설

$$(\text{준식}) = (a - b + 2)x^2 - (2a + c + b + 3)x - 1 + c = 0$$

이 식이  $x$ 에 대한 항등식이므로

$$a - b + 2 = 0, 2a + c + b + 3 = 0, c = 1$$

$$\Rightarrow a = -2, b = 0, c = 1$$

$$\therefore a^2 + b^2 + c^2 = 5$$

2. 다음 등식이  $x$ 에 대한 항등식일 때,  $a - b + c$ 의 값을 구하여라.

$$3x^2 + 2x + 1 = a(x-1)^2 + b(x-1) + c$$

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

$$\begin{aligned} 3x^2 + 2x + 1 &= a(x-1)^2 + b(x-1) + c \\ &= ax^2 - (2a-b)x + (a-b+c) \end{aligned}$$

상수항을 비교해 보면

$$\therefore a - b + c = 1$$

해설

양변에  $x = 0$ 을 대입하면

$$1 = a - b + c$$

3. 다항식  $f(x) = x^3 - 2x^2 + 3x - 4$ 를 일차식  $x + 1$ 로 나누었을 때의 나머지를 구하면?

① -10

② 10

③ -4

④ 4

⑤ 0

해설

$f(x) = (x + 1)Q(x) + R$ 이라고 놓으면

$$f(-1) = R$$

$$\therefore f(-1) = -1 - 2 - 3 - 4 = -10$$

따라서  $R = -10$

4. 다항식  $x^3 - 2x^2 + 5x - 6$ 을 일차식  $x - 2$ 로 나눌 때의 나머지는?

① 0

② 1

③ 2

④ 3

⑤ 4

해설

$$\begin{aligned} f(x) &= x^3 - 2x^2 + 5x - 6 \\ &= (x - 2)Q(x) + R \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \therefore f(2) &= 2^3 - 2 \cdot 2^2 + 5 \cdot 2 - 6 \\ &= 8 - 8 + 10 - 6 \\ &= 4 \end{aligned}$$

$$\therefore R = 4$$

5.  $f(x) = x^3 - 3x^2 + 3x + 1$  일 때,  $f(x) - 2 = x(x^2 - 1) + a(x - x^2) + b(x^2 - 1)$  가 항상 성립하도록 하는 상수  $a, b$ 에 대하여  $a + b$ 의 값은?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

### 해설

$f(x) - 2 = x^3 - 3x^2 + 3x - 1$  이므로

$$x^3 - 3x^2 + 3x - 1 = x(x^2 - 1) + a(x - x^2) + b(x^2 - 1)$$

$$= x^3 + (-a + b)x^2 + (a - 1)x - b \cdots \text{㉠}$$

㉠이  $x$ 에 대한 항등식이므로 양변의 차수가 같은 항의 계수가 같아야 한다.

$$\text{즉, } -a + b = -3, a - 1 = 3, b = 1$$

$$\text{이므로 } a = 4, b = 1$$

$$\therefore a + b = 5$$

6. 등식  $x^2 + 2x + 3 = a(x-1)^2 + bx + c$ 가  $x$ 에 대한 항등식이 되도록 상수  $a, b, c$ 의 값을 정할 때,  $a + b + c$ 의 값은?

① 4

② 5

③ 6

④ 7

⑤ 8

### 해설

우변을 전개하여 동류항으로 묶는다.

$$\begin{aligned}x^2 + 2x + 3 &= a(x-1)^2 + bx + c \\ &= ax^2 + (b-2a)x + a + c\end{aligned}$$

$$a = 1, b - 2a = 2, a + c = 3$$

$$a = 1, b = 4, c = 2$$

$$a + b + c = 7$$

7. 등식  $2x^2 - 3x - 2 = a(x-1)(x-2) + bx(x-2) + cx(x-1)$ 가  $x$ 값에 관계없이 항상 성립할 때, 상수  $a + b + c$ 의 값은?

① -2

② -1

③ 0

④ 1

⑤ 2

해설

양변에  $x = 0$ 을 대입하면

$$-2 = 2a \quad \therefore a = -1$$

양변에  $x = 1$ 을 대입하면

$$-3 = -b \quad \therefore b = 3$$

양변에  $x = 2$ 를 대입하면

$$0 = 2c \quad \therefore c = 0$$

$$\therefore a + b + c = 2$$

8. 다음 등식이  $x$ 에 대한 항등식일 때,  $a - b + c$ 의 값은?

$$x^2 - 2x + 4 = a(x - 1)(x - 2) + bx(x - 2) + cx(x - 1)$$

① 8

② 7

③ 3

④ 0

⑤ -3

### 해설

주어진 등식이  $x$ 에 대한 항등식이므로  $x$ 에 어떤 값을 대입하여도 성립한다.

$x = 0$ 을 대입하면

$$4 = 2a \quad \therefore a = 2$$

$x = 1$ 을 대입하면

$$3 = -b \quad \therefore b = -3$$

$x = 2$ 을 대입하면

$$4 = 2c \quad \therefore c = 2$$

$$\therefore a - b + c = 2 - (-3) + 2 = 7$$

9. 다음 등식이  $k$ 의 값에 관계없이 항상 성립할 때,  $xy$ 의 값을 구하여라.

$$(2k + 3)x + (3k - 1)y + 5k - 9 = 0$$

▶ 답:

▷ 정답:  $-6$

#### 해설

$k$ 에 대하여 내림차순으로 정리하면

$$(2x + 3y + 5)k + (3x - y - 9) = 0$$

이것은  $k$ 에 대한 항등식이므로

$$2x + 3y + 5 = 0$$

$$3x - y - 9 = 0$$

연립방정식을 풀면  $x = 2$ ,  $y = -3$

$$\therefore xy = 2 \times (-3) = -6$$

10. 다항식  $f(x) = x^3 - 2x^2 + 5x - 6$ 을  $x - 2$ ,  $x - 1$ 로 나누었을 때의 나머지를 각각  $a, b$ 라 할 때,  $a + b$ 의 값은?

①  $-8$

②  $-2$

③  $-16$

④  $4$

⑤  $2$

해설

$$f(x) = (x - 2)Q(x) + a$$

$$f(x) = (x - 1)Q'(x) + b$$

$$f(2) = 4 = a, \quad f(1) = -2 = b$$

$$\therefore a + b = 2$$

11.  $x$ 에 관한 삼차식  $x^3 + mx^2 + nx + 1$ 을  $x+1$ 로 나누면 나머지가 5이고,  $x-2$ 로 나누면 나머지가 3이다. 이 때, 상수  $m-n$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설

나머지 정리를 이용한다.

주어진 식에  $x = -1$ ,  $x = 2$ 를 각각 대입하면,

$$(-1)^3 + m(-1)^2 + n(-1) + 1 = 5 \cdots \textcircled{㉠}$$

$$(2)^3 + m(2)^2 + n \cdot 2 + 1 = 3 \cdots \textcircled{㉡}$$

㉠, ㉡을 연립하면,

$$m = \frac{2}{3}, n = -\frac{13}{3}$$

$$\therefore m - n = 5$$

12.  $x$ 에 대한 다항식  $4x^3 - 3x^2 + ax + b$ 가  $(x+1)(x-3)$ 을 인수로 갖도록  $a + b$ 의 값을 정하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 :  $-37$

해설

$P(x) = 4x^3 - 3x^2 + ax + b$ 라 하고  $P(x)$ 가  $(x+1)(x-3)$ 을 인수로 가지려면

$$P(-1) = P(3) = 0$$

$$P(-1) = -4 - 3 - a + b = 0 \quad \therefore a - b = -7$$

$$P(3) = 108 - 27 + 3a + b = 0 \quad \therefore 3a + b = -81$$

$$\therefore a = -22, b = -15$$

13. 다항식  $f(x) = -4x^3 + kx + 1$ 가 일차식  $x - 1$ 로 나누어 떨어 지도록 상수  $k$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$$f(x) = -4x^3 + kx + 1 = (x - 1)Q(x)$$

$$f(1) = -4 + k + 1 = 0$$

$$\therefore k = 3$$

14.  $f(x) = x^3 - ax^2 + bx - 2$ 가  $(x-1)(x+2)$ 로 나누어 떨어지도록 상수  $a + b$ 의 값을 정하십시오.

▶ 답 :

▷ 정답 : -3

해설

$f(x) = x^3 - ax^2 + bx - 2$ 라 놓으면,

$$f(1) = 1 - a + b - 2 = 0$$

$$\therefore -a + b = 1 \cdots \textcircled{㉠}$$

$$f(-2) = -8 - 4a - 2b - 2 = 0$$

$$\therefore 2a + b = -5 \cdots \textcircled{㉡}$$

$\textcircled{㉠}$ ,  $\textcircled{㉡}$ 에서  $a = -2$ ,  $b = -1$

15. 다항식  $f(x) = x^3 + 2x^2 - x + k$ 가 일차식  $x - 1$ 을 인수로 가질 때, 이 다항식  $f(x)$ 를 인수분해 하면?

①  $(x - 2)(x - 1)(x + 1)$

②  $(x - 1)x(x + 2)$

③  $(x + 1)(x - 1)(x + 2)$

④  $(x - 2)(x - 1)(x + 2)$

⑤  $(x - 2)(x + 1)(x + 2)$

해설

$$f(x) = (x - 1)Q(x) \Rightarrow f(1) = 0$$

$$\therefore f(1) = 2 + k = 0, \quad \therefore k = -2$$

$$\text{즉, } f(x) = x^3 + 2x^2 - x - 2$$

$$= (x - 1)(x + 1)(x + 2)$$

16. 다항식  $2x^3 + ax^2 + bx + 3$  이 다항식  $2x^2 - x - 3$  으로 나누어 떨어질 때,  $a + b$  의 값은 ?

① 3

② 1

③ -1

④ -2

⑤ -5

해설

$$\begin{aligned} 2x^3 + ax^2 + bx + 3 &= (2x^2 - x - 3)Q(x) \\ &= (x + 1)(2x - 3)Q(x) \end{aligned}$$

$$x = -1 \text{ 일 때, } -2 + a - b + 3 = 0$$

$$\therefore a - b = -1 \cdots \textcircled{\Gamma}$$

$$x = \frac{3}{2} \text{ 일 때, } \frac{27}{4} + \frac{9}{4}a + \frac{3}{2}b + 3 = 0$$

$$27 + 9a + 6b + 12 = 0$$

$$\therefore 3a + 2b = -13 \cdots \textcircled{\Delta}$$

$$\textcircled{\Gamma}, \textcircled{\Delta} \text{ 에서 } a = -3, b = -2$$

$$\therefore a + b = (-3) + (-2) = -5$$

17.  $x$ 에 대한 다항식  $x^3 - 2x^2 - px + 2$ 가  $x - 2$ 로 나누어떨어지도록 상수  $p$ 의 값을 정하면?

① 1

② -1

③ 2

④ -2

⑤ 3

해설

$x^3 - 2x^2 - px + 2 = f(x)$ 로 놓으면  $f(x)$ 가  $x - 2$ 로 나누어떨어지려면

$f(2) = 0$  이므로,

$$f(2) = 8 - 8 - 2p + 2 = 0$$

$$\therefore p = 1$$

18.  $f(x) = 2x^3 - 3x^2 + x - k$  가  $x - 2$ 를 인수로 가질 때,  $k$ 를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 6

해설

$f(x)$  가  $x - 2$ 를 인수로 갖는다는 것은  $f(x)$ 가  $x - 2$ 로 나누어 떨어진다는 뜻이다.

즉,  $f(2) = 0$ 을 만족시키는  $k$ 를 구하면,

$$f(2) = 2 \times 2^3 - 3 \times 2^2 + 2 - k = 0$$

$$\therefore k = 6$$

19.  $x^3$ 의 항의 계수가 1인 삼차 다항식  $P(x)$ 가  $P(1) = P(2) = P(3) = 0$ 을 만족할 때,  $P(4)$ 의 값은?

① 4

② 6

③ 8

④ 10

⑤ 12

해설

인수정리에 의해

$$P(x) = (x-1)(x-2)(x-3)$$

$$P(4) = 3 \times 2 \times 1 = 6$$

20. 다항식  $f(x) = 3x^3 + ax^2 + bx + 12$ 가  $x - 2$ 로 나누어 떨어지고 또,  $x - 3$ 으로도 나누어 떨어지도록 상수  $a + b$ 의 값을 정하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 :  $-5$

해설

$f(x)$ 가  $x - 2$ 로 나누어 떨어지려면

$$f(2) = 24 + 4a + 2b + 12 = 0$$

$$\therefore 4a + 2b + 36 = 0 \quad \cdots \cdots \textcircled{㉠}$$

또,  $f(x)$ 가  $x - 3$ 으로 나누어 떨어지려면

$$f(3) = 81 + 9a + 3b + 12 = 0$$

$$\therefore 9a + 3b + 93 = 0 \quad \cdots \cdots \textcircled{㉡}$$

$\textcircled{㉠}$ ,  $\textcircled{㉡}$ 을 연립하여 풀면  $a = -13$ ,  $b = 8$

21. 다항식  $ax^3 + bx^2 - 4$  가  $x^2 + x - 2$  로 나누어 떨어지도록  $a, b$  를 정할 때,  $a$  와  $b$  의 곱을 구하면?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

$$\begin{aligned} ax^3 + bx^2 - 4 &= (x^2 + x - 2)Q(x) \\ &= (x - 1)(x + 2)Q(x) \end{aligned}$$

양변에  $x = 1, x = -2$  를 각각 대입하면

$$a + b - 4 = 0, -8a + 4b - 4 = 0$$

두 식을 연립하여 풀면  $a = 1, b = 3$

$$\therefore ab = 3$$

해설

$$ax^3 + bx^2 - 4 = (x^2 + x - 2)(ax + 2)$$

우변을 전개하여 계수를 비교하면

$$a = 1, b = 3 \therefore ab = 3$$