

1. 다항식 $8x^3 - 1$ 을 $4x^2 + 2x + 1$ 로 나누었을 때의 몫을 $Q(x)$ 라 할 때 $Q(x)$ 의 상수항의 계수는?

① -2

② -1

③ 0

④ 1

⑤ 2

해설

$$8x^3 - 1 = (2x)^3 - 1^3 = (2x - 1)(4x^2 + 2x + 1)$$

$$\therefore Q(x) = 2x - 1$$

$\therefore$ 상수항은 -1

2. 다음 ㉠~㉤중 인수분해를 한 결과가 틀린 것은 모두 몇 개인가?

$$\textcircled{㉠} \quad x^2(a-b) - y^2(b-a) = (a-b)(x+y)(x-y)$$

$$\textcircled{㉡} \quad 9x^2 + 3xy - 2y^2 = (3x - 2y)(3x + y)$$

$$\textcircled{㉢} \quad x^3 - 125 = (x - 5)(x^2 - 5x + 25)$$

$$\textcircled{㉤} \quad 2x^2 - xy - y^2 - 4x + y + 2 = (2x - y + 2)(x - y + 1)$$

① 0개

② 1개

③ 2개

④ 3개

⑤ 4개

해설

$$\textcircled{㉠} \quad x^2(a-b) - y^2(b-a) = x^2(a-b) + y^2(a-b) = (a-b)(x^2 + y^2)$$

$$\textcircled{㉡} \quad 9x^2 + 3xy - 2y^2 = (3x + 2y)(3x - y)$$

$$\textcircled{㉢} \quad x^3 - 125 = (x - 5)(x^2 + 5x + 25)$$

$$\textcircled{㉤} \quad 2x^2 - xy - y^2 - 4x + y + 2$$

$$= 2x^2 - (4 + y)x - (y^2 - y - 2)$$

$$= 2x^2 - (4 + y)x - (y - 2)(y + 1)$$

$$= \{2x + (y - 2)\} \{x - (y + 1)\}$$

$$= (2x + y - 2)(x - y - 1)$$

3. 다음 중 인수분해가 잘못된 것을 고르면?

① $(x-y)^2 - xy(y-x) = (x-y)(x-y+xy)$

② $3a^2 - 27b^2 = 3(a+3b)(a-3b)$

③ $64a^3 - 125 = (4a+5)(16a^2 - 20a + 25)$

④ $(x^2 - x)(x^2 - x + 1) - 6 = (x^2 - x + 3)(x+1)(x-2)$

⑤ $2x^2 - 5x + 3 = (x-1)(2x-3)$

해설

$$\begin{aligned} & 64a^3 - 125 \\ &= (4a)^3 - (5)^3 \\ &= (4a-5)(16a^2 + 20a + 25) \end{aligned}$$

4. 다항식 $f(x) = x^3 - x^2 - x + 1$ 을 인수분해하면?

① $(x-1)^2(x+1)$

② $(x+1)^2(x-1)$

③ $(x-1)(x+1)$

④ $(x-1)^3$

⑤ $(x+1)^3$

해설

$$\begin{aligned}x^3 - x^2 - x + 1 &= x^2(x-1) - (x-1) \\&= (x-1)(x^2-1) \\&= (x-1)^2(x+1) \\ \therefore f(x) &= (x-1)(x^2-1) = (x-1)^2(x+1)\end{aligned}$$

해설

인수정리를 이용하여 인수분해할 수 있다.

$$f(1) = 0,$$

즉 $x-1$ 로 나누어 떨어지므로

조립제법을 써서 인수분해하면 된다.

5. $x^2 + y^2 + 2xy - x - y$ 을 인수분해 하면?

① $(x - y)(x + y + 1)$

② $(x + y)(x - y - 1)$

③ $(x - y)(x - y - 1)$

④ $(x + y)(x + y - 1)$

⑤ $(x + y)(x + y + 1)$

해설

$$\begin{aligned} & x^2 + y^2 + 2xy - x - y \\ &= (x + y)^2 - (x + y) = (x + y)(x + y - 1) \end{aligned}$$

6. 다음 중 다항식 $a^3 - a^2b + ab^2 + ac^2 - b^3 - bc^2$ 의 인수인 것은?

① $a + c$

② $a - b^2$

③ $a^2 - b^2 + c^2$

④ $a^2 + b^2 + c^2$

⑤ $a^2 + b^2 - c^2$

해설

$$\begin{aligned} & a^3 - a^2b + ab^2 + ac^2 - b^3 - bc^2 \\ &= a^3 - b^3 + (a - b)c^2 - ab(a - b) \\ &= (a - b)(a^2 + ab + b^2) + (a - b)c^2 - ab(a - b) \\ &= (a - b)(a^2 + ab + b^2 + c^2 - ab) \\ &= (a - b)(a^2 + b^2 + c^2) \end{aligned}$$

7. $3x^4 - x^2 - 2$ 를 인수분해 하여라.

① $(3x^2 - 2)(x + 1)(x - 1)$

② $(3x^2 + 2)(x - 1)(x - 1)$

③ $(3x^2 + 2)(x + 1)(x + 1)$

④ $(3x^2 + 3)(x + 1)(x - 1)$

⑤ $(3x^2 + 2)(x + 1)(x - 1)$

해설

$A = x^2$ 로 치환하면

$$(\text{준식}) = 3A^2 - A - 2$$

$$= (3A + 2)(A - 1)$$

$$= (3x^2 + 2)(x + 1)(x - 1)$$

8. $(a - b + c)(a + b - c)$ 를 전개한 식은?

① $a^2 + b^2 + c^2 - 2bc$

② $a^2 - b^2 + c^2 - 2bc$

③ $a^2 - b^2 - c^2 + 2bc$

④ $a^2 + b^2 - c^2 - 2bc$

⑤ $a^2 + b^2 + c^2 + 2bc$

해설

$$\begin{aligned} & (a - b + c)(a + b - c) \\ &= \{a - (b - c)\}\{a + (b - c)\} \\ &= a^2 - (b - c)^2 \\ &= a^2 - b^2 - c^2 + 2bc \end{aligned}$$

9. 다항식 $(x-1)^3 + 27$ 을 바르게 인수분해한 것은?

① $(x-1)(x^2+3)$

② $(x-1)(x^2-x-2)$

③ $(x-1)(x^2+3x+3)$

④ $(x+2)(x^2+x+7)$

⑤ $(x+2)(x^2-5x+13)$

해설

$x-1$ 을 A 로 치환하면

$$\text{준 식} = A^3 + 27 = (A+3)(A^2-3A+9)$$

다시 $x-1$ 을 대입하면 $(x+2)(x^2-5x+13)$

10. $x^4 + 3x^2 + 4 = (x^2 + x + 2)(x^2 + ax + b)$ 일 때, 상수 a, b 의 곱을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -2

해설

$$\begin{aligned}(\text{좌 변}) &= (x^2 + 2)^2 - x^2 \\ &= (x^2 + x + 2)(x^2 - x + 2)\end{aligned}$$

$$\therefore a = -1, b = 2$$

$$\therefore ab = -1 \times 2 = -2$$

11. $a^2 - b^2 - c^2 + 2bc$ 의 인수가 아닌 것은?

① $a - b + c$

② $a + b - c$

③ $-a + b - c$

④ $-a + b + c$

⑤ $-a - b + c$

해설

$$a^2 - b^2 - c^2 + 2bc = a^2 - (b^2 + c^2 - 2bc)$$

$$= a^2 - (b - c)^2$$

$$= (a + b - c)(a - b + c)$$

인수 : $(a + b - c)$, $(a - b + c)$ (단, 복부호 동순)

12. $1 - 4x^2 - y^2 + 4xy = (1 + ax + by)(1 + cx + dy)$ 일 때, $ac + bd$ 의 값을 구하면?

① -6

② -5

③ -4

④ -3

⑤ -2

해설

$$(\text{준식}) = 1 - (4x^2 - 4xy + y^2)$$

$$= 1^2 - (2x - y)^2$$

$$= (1 + 2x - y)(1 - 2x + y)$$

$$\therefore a = 2, b = -1, c = -2, d = 1$$

$$\therefore ac + bd = 2 \times (-2) + (-1) \times 1 = -5$$

13. $x^2 - 2x - y^2 + 2y$ 를 인수분해 하였더니 $(x + ay)(x - by + c)$ 가 된다고 할 때, $a + b + c$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -4

해설

$$\begin{aligned} & x^2 - 2x - y^2 + 2y \\ &= (x^2 - y^2) - 2(x - y) \\ &= (x + y - 2)(x - y) \\ &= (x + ay)(x - by + c) \end{aligned}$$

계수를 비교하면

$$a = -1, b = -1, c = -2$$

$$\therefore a + b + c = -1 - 1 - 2 = -4$$

14. $2x^2 + xy - 3y^2 + 5x + 5y + 2$ 를 인수분해 하면 $(x + ay + b)(2x + cy + d)$ 이다. 이 때, $a + b + c + d$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설

$$\begin{aligned} & 2x^2 + xy - 3y^2 + 5x + 5y + 2 \\ &= 2x^2 + (y + 5)x - 3y^2 + 5y + 2 \\ &= 2x^2 + (y + 5)x - (y - 2)(3y + 1) \\ &= \{x - (y - 2)\}\{2x + (3y + 1)\} \\ &= (x - y + 2)(2x + 3y + 1) \\ \therefore a &= -1, b = 2, c = 3, d = 1 \end{aligned}$$

15. $3x^2 + 2xy - y^2 - 4y - 3$ 을 인수분해 하면?

① $(x + y + 1)(3x + y - 3)$

② $(x - y + 1)(3x - y - 3)$

③ $(3x + y + 1)(x - y - 3)$

④ $(x + y + 1)(3x - y - 3)$

⑤ $(x - y - 1)(3x - y - 3)$

해설

$$\begin{aligned} & 3x^2 + 2xy - y^2 - 4y - 3 \\ &= \{3x - (y + 3)\}(x + y + 1) \\ &= (x + y + 1)(3x - y - 3) \end{aligned}$$

16. 다항식 $2x^3 + x^2 + x + 1$ 를 $2x - 1$ 로 나눈 몫과 나머지를 순서대로 나열한 것은?

① $x^2 + x + 1, 1$

② $x^2 + x + 1, 2$

③ $2x^2 + 2x + 2, 1$

④ $2x^2 + 2x + 2, 2$

⑤ $4x^2 + 4x + 4, 4$

해설

다항식 $2x^3 + x^2 + x + 1$ 를 $2x - 1$ 로 나눈 몫과 나머지를 각각 $Q(x), R$ 이라고 하면 $2x^3 + x^2 + x + 1 = (2x - 1)Q(x) + R$

$$= \left(x - \frac{1}{2}\right) \cdot 2Q(x) + R$$

이므로

$$\begin{array}{r|rrrr} \frac{1}{2} & 2 & 1 & 1 & 1 \\ & & 1 & 1 & 1 \\ \hline & 2 & 2 & 2 & 2 \end{array}$$

$$2Q(x) = 2x^2 + 2x + 2$$

$$\therefore Q(x) = x^2 + x + 1, R = 2$$

17. 등식 $f(x) = x^3 + 4x^2 + x - 6 = (x+a)(x+b)(x+c)$ 일 때, $a+b+c$ 의 값은?

① 2

② 3

③ 4

④ 5

⑤ 6

해설

조립제법을 사용한다

1	1	4	1	-6
		1	5	6
-2	1	5	6	0
		-2	-6	
-3	1	3	0	
		-3		
	1	0		

$$x^3 + 4x^2 + x - 6 = (x-1)(x+2)(x+3)$$

$$\therefore a+b+c = 4$$

18. $x^3 - 4x^2 + x + 6$ 을 인수분해하면 $(x+a)(x+b)(x+c)$ 이다. $a^2 + b^2 + c^2$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 14

해설

$f(x) = x^3 - 4x^2 + x + 6$ 이라 놓으면,

$x = -1$ 일 때, $-1 - 4 - 1 + 6 = 0$

따라서, $f(x)$ 는 $(x+1)$ 로 나누어 떨어진다.

즉, $f(x)$ 는 $(x+1)$ 의 인수를 갖는다.

즉, $f(x) = (x+1)Q(x)$ 몫

$Q(x)$ 는 조립제법으로 구한다.

$$\begin{array}{r|rrrr} -1 & 1 & -4 & 1 & 6 \\ & & -1 & 5 & -6 \\ \hline & 1 & -5 & 6 & 0 \end{array}$$

$$f(x) = (x^2 - 5x + 6)(x+1)$$

$$\therefore f(x) = (x-3)(x-2)(x+1)$$

$$\therefore a^2 + b^2 + c^2 = (-3)^2 + (-2)^2 + 1^2 = 14$$

19. 서로 다른 세 실수 x, y, z 에 대하여 $x^3 + y^3 + z^3 = 3xyz$ 를 만족할 때, $x + y + z$ 의 값은?

① 0

② 1

③ 2

④ 3

⑤ 4

해설

$$x^3 + y^3 + z^3 - 3xyz$$

$$= (x + y + z)(x^2 + y^2 + z^2 - xy - yz - zx) = 0$$

$$(x + y + z) = 0 \text{ 또는 } x^2 + y^2 + z^2 - xy - yz - zx = 0$$

$$\therefore x + y + z = 0 \text{ 또는 } \frac{1}{2}\{(x - y)^2 + (y - z)^2 + (z - x)^2\} = 0$$

그런데 x, y, z 가 서로 다른 세 실수($x \neq y \neq z$)이므로

$$x + y + z = 0$$

20. $a + b + c = 0$ 일 때, $\frac{a^2 + 1}{bc} + \frac{b^2 + 1}{ac} + \frac{c^2 + 1}{ab}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= \frac{a(a^2 + 1) + b(b^2 + 1) + c(c^2 + 1)}{abc} \\ &= \frac{a^3 + b^3 + c^3 + a + b + c}{abc}\end{aligned}$$

그런데, $a^3 + b^3 + c^3 = 3abc$ 이므로

$$\therefore \frac{a^3 + b^3 + c^3 + a + b + c}{abc} = \frac{3abc}{abc} = 3$$

21. a, b, c 가 삼각형의 세변의 길이를 나타내고 $ab(a+b) = bc(b+c) + ca(c-a)$ 인 관계가 성립할 때, 이 삼각형은 어떤 삼각형인가?

① $a = b$ 인 이등변 삼각형

② $a = c$ 인 이등변 삼각형

③ 정삼각형

④ a 가 빗변인 직각 삼각형

⑤ b 가 빗변인 직각 삼각형

해설

$$ab(a+b) = bc(b+c) + ca(c-a)$$

$$a^2b + ab^2 - bc(b+c) - ac^2 + a^2c = 0$$

$$(b+c)a^2 + (b^2 - c^2)a - bc(b+c) = 0$$

$$(b+c) \{a^2 + (b-c)a - bc\}$$

$$= (b+c)(a+b)(a-c) = 0$$

22. 삼각형의 세 변의 길이 a, b, c 에 대하여 $(a + b - c)(a - b + c) = b(b + 2c) + (c + a)(c - a)$ 가 성립할 때, 이 삼각형은 어떤 삼각형인가?

- ① 직각삼각형 ② 이등변삼각형 ③ 정삼각형
 ④ 예각삼각형 ⑤ 둔각삼각형

해설

$$(a + b - c)(a - b + c)$$

$$= b(b + 2c) + (c + a)(c - a) \text{에서}$$

$$\{a + (b - c)\}\{a - (b - c)\} = b^2 + 2bc + c^2 - a^2$$

$$a^2 - b^2 + 2bc - c^2 = -a^2 + b^2 + c^2 + 2bc$$

$$2a^2 = 2b^2 + 2c^2$$

$$\therefore a^2 = b^2 + c^2$$

따라서, 이 삼각형은 빗변의 길이가 a 인 직각삼각형이다.

23. $(125^2 - 75^2) \div \{5 + (30 - 50) \div (-4)\}$ 의 값은?

① 75

② 125

③ 900

④ 1000

⑤ 1225

해설

$$\begin{aligned}125^2 - 75^2 &= (125 + 75)(125 - 75) \\ &= 200 \times 50 = 10000\end{aligned}$$

$$5 + (30 - 50) \div (-4) = 5 + -\frac{20}{-4} = 10$$

$$(\text{준 식}) = 10000 \div 10 = 1000$$

24. $(a+1)(a^2-a+1) = a^3+1$ 을 이용하여 $\frac{1999^3+1}{1998 \times 1999 + 1}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 2000

해설

$a = 1999$ 라 하면

$$1998 \times 1999 + 1 = (a-1)a + 1 = a^2 - a + 1$$

$$\begin{aligned}\therefore \frac{1999^3 + 1}{1998 \times 1999 + 1} &= \frac{a^3 + 1}{a^2 - a + 1} \\ &= \frac{(a+1)(a^2 - a + 1)}{a^2 - a + 1} \\ &= a + 1 = 2000\end{aligned}$$

25. 자연수 $N = 35^3 + 3 \cdot 35^2 + 3 \cdot 35 + 1$ 의 양의 약수의 개수를 구하여라.(인수분해공식을 이용하여 푸시오.)

▶ 답: 개

▷ 정답: 49 개

해설

$$a^3 + 3a^2 + 3a + 1 = (a + 1)^3$$

$$\therefore N = 35^3 + 3 \cdot 35^2 + 3 \cdot 35 + 1$$

$$= (35 + 1)^3 = 36^3 = 2^6 \times 3^6$$

$$\therefore \text{약수의 개수} = (6 + 1) \times (6 + 1) = 49$$