1. 두 함수 $f(x)=2x-2$, $g(x)=\dfrac{x}{2}+2$ 에 대하여 $f(10)-2g(4)$ 의 값을 구하여라.

▶ **답 :**

▷ **정답 :** 10

해설

$f(10)=2\times10-2=18$, $g(4)=\dfrac{4}{2}+2=4$

$\therefore\ f(10)-2g(4)=18-2\times4=10$

2. 다음 중 일차함수인 것을 모두 고르면?

① $y = ax + b$ 에서 $a \neq 0,\ b \neq 0$ 인 경우

② $y = ax + b$ 에서 $a = 0,\ b \neq 0$ 인 경우

③ $y = ax + b$ 에서 $a \neq 0,\ b = 0$ 인 경우

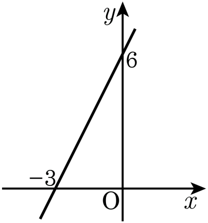
④ $y = ax + b$ 에서 $a = 0,\ b = 0$ 인 경우

⑤ $y = ax + b$ 에서 $ab = 0$ 인 경우

해설

① $y = ax + b$ 에서 $a \neq 0$, $b \neq 0$ 인 경우는 x 의 계수인 a 가 0 이 아니므로 일차함수이다.
② $y = ax + b$ 에서 $a = 0$, $b \neq 0$ 인 경우는 x 의 계수인 a 가 0 이므로 일차함수가 아니다.
③ $y = ax + b$ 에서 $a \neq 0$, $b = 0$ 인 경우는 x 의 계수인 a 가 0 이 아니므로 일차함수이다.
④ $y = ax + b$ 에서 $a = 0$, $b = 0$ 인 경우는 x 의 계수인 a 가 0 이므로 일차함수가 아니다.
⑤ $y = ax + b$ 에서 $ab = 0$ 인 경우는 $(a = 0,\ b \neq 0)$, $(a \neq 0,\ b = 0)$, $(a = 0,\ b = 0)$ 의 세 가지 경우가 있으므로 현재 조건으로만은 알 수 없다.

3. 일차함수 $y = ax + 3$의 그래프를 y축의 방향으로 b만큼 평행이동하면 다음 그림의 그래프가 된다고 한다. 이때, 일차함수 $y = ax + b$ 위에 있는 점이 아닌 것은?



① $(0,\ 3)$ ② $(2,\ 7)$ ③ $(-1,\ 1)$
④ $(1,\ 6)$ ⑤ $(3,\ 9)$

해설

그림의 그래프는 $(-3,\ 0)$, $(0,\ 6)$을 지나므로
직선의 방정식은 $y = 2x + 6$이다. 따라서 $a = 2$이다.
일차함수 $y = ax + 3$의 그래프를 y축의 방향으로 b만큼 평행이동한 식 $y = ax + 3 + b$가 $y = 2x + 6$이므로 $b = 3$이다.
따라서 $y = ax + b$는 $y = 2x + 3$이므로 점 $(1,\ 6)$은 $y = ax + b$ 위의 점이 아니다.

4. 일차함수 $y = \frac{1}{2}x - 3$의 그래프를 y축 방향으로 2만큼 평행 이동한 그래프의 x절편을 구하면?

① -3 ② 2 ③ -2 ④ 0 ⑤ 3

해설

일차함수 $y = \frac{1}{2}x - 3$의 그래프를 y축 방향으로 2만큼 평행 이동한 함수는 $y = \frac{1}{2}x - 1$이므로 x절편은 $0 = \frac{1}{2}x - 1$, $x = 2$이다.

5. 일차함수 $y = ax + b$의 그래프를 y축 방향으로 3만큼 평행이동시켰더니, x절편이 -2, y절편이 6이 되었다. $\frac{a}{b}$의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

일차함수 $y = ax + b$의 그래프를 y축 방향으로 3만큼 평행이동시킨 그래프의 식은

$y = ax + b + 3$인데

이 그래프의 y절편이 6이므로

$b + 3 = 6$, $b = 3$이다.

$y = ax + 6$의 x절편이 -2이므로 $a = 3$

따라서 $\frac{a}{b} = a \div b = 3 \div 3 = 1$이다.

6. 점 $(-3,\ -6)$을 지나는 $y = ax + b$의 그래프가 제 1 사분면을 지나지 않도록 하는 음의 정수 a 의 최댓값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -1

해설

점 $(-3,\ -6)$을 $y = ax + b$ 에 대입하면

$-6 = -3a + b \qquad \therefore\ b = 3a - 6$

제 1 사분면을 지나지 않기 위해서는

기울기는 음수이고, y 절편은 음수이어야 하므로

$a < 0,\ \ 3a - 6 < 0 \ \ \rightarrow\ \ a < 0,\ \ a < 2$이다.

따라서 음의 정수 a의 최댓값은 -1이다.

7. 일차방정식 $2x-ay=10$ 의 그래프가 두 점 $(-1,\ 4)$, $(b,\ b)$ 를 지날 때, ab 의 값은?

① -6 ② -5 ③ -4 ④ -3 ⑤ -2

해설

$(-1,\ 4)$ 를 $2x-ay=10$ 에 대입하면

$-2-4a=10 \therefore\ a=-3$

$(b,\ b)$ 를 $2x+3y=10$ 에 대입하면

$2b+3b=10 \therefore\ b=2$

8. 일차방정식 $(2a+1)x+(b+2)y+5=0$의 그래프가 y축에 평행하고 제 1, 4사분면을 지난다고 한다. 다음 중 옳은 것은?

① $a+b=0$ ② $a+b>0$ ③ $a\times b=0$

④ $a\times b>0$ ⑤ $a\times b<0$

해설

y축에 평행하므로 $x=k$(k는 상수) 꼴의 식이 되어야 하므로

$b+2=0$, $b=-2$이고,

$$\frac{-5}{2a+1}>0$$

$2a+1<0$

$a<-\frac{1}{2}$이다.

따라서 $a<0$, $b<0$이므로 $a\times b$는 양수이다.

9. 다음 방정식들의 그래프로 둘러싸인 부분의 넓이를 구하여라.

$2x=0$ $-3y=9$ $5-2x=3$ $\frac{2}{5}y-4=0$

▶ 답 :

▷ 정답 : 13

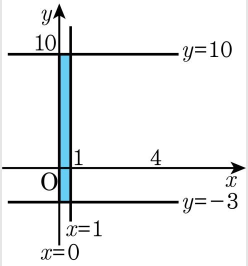
해설

$2x=0,\quad x=0\,(y축)$

$-3y=9,\quad y=-3$

$5-2x=3\quad,\quad x=1$

$\frac{2}{5}y=4\quad,\quad y=10$



넓이 : $1\times(3+10)=13$

10. 일차함수 $y = 2x - 1$에 대하여 $f(f(2))$의 값은?

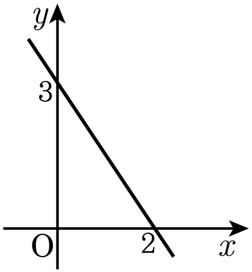
① 1　② 2　③ 3　④ 4　⑤ 5

해설

$f(2) = 2 \times 2 - 1 = 3$

$f(f(2)) = f(3) = 5$

11. 다음은 일차함수 $y = ax + b$의 그래프이다. $a + b$의 값은?



① -2 ② $-\frac{3}{2}$ ③ -1 ④ $\frac{3}{2}$ ⑤ 2

해설

$$(\text{기울기}) = \frac{(y\text{값의 증가량})}{(x\text{값의 증가량})} = \frac{-3}{2} = -\frac{3}{2}$$

$$(y\text{절편}) = 3$$

$$\therefore\ y = -\frac{3}{2}x + 3$$

$$\therefore\ a + b = \frac{3}{2}$$

12. $2x-5y+3=0$의 그래프에 대한 설명 중 옳지 <u>않은</u> 것은?

① 직선의 기울기는 $\frac{2}{5}$이다.

② x절편은 $-\frac{3}{2}$, y절편은 $\frac{3}{5}$이다.

③ $y=\frac{2}{5}x$의 그래프와 평행이다.

④ 제2 사분면을 지나지 않는다.

⑤ 점 $(6,\ 3)$을 지난다.

해설

$y=\frac{2}{5}x+\frac{3}{5}$의 그래프는 제4 사분면을 지나지 않는다.

13. 제 2 사분면을 지나지 않는 일차함수 $y = ax - 1$ 이 있다. 이 함수를 y 축의 방향으로 b 만큼 평행이동하면 점 $(a,\ a)$ 를 지난다. 그 일차함수가 지나지 <u>않는</u> 사분면은?

(단, $\dfrac{f(p) - f(q)}{p - q} = 3$)

① 제 1사분면

② 제 2사분면

③ 제 3사분면

④ 제 4사분면

⑤ 제 3사분면과 제 4사분면

해설

$\dfrac{f(p) - f(q)}{p - q} = 3$ 은 기울기를 뜻하므로 $a = 3$ 이다.

따라서, $y = 3x - 1$ 을 y축의 방향으로 b 만큼 평행이동하면

$y = 3x - 1 + b$ 이고

점 $(a,\ a)$ 를 지나므로, $a = 3a - 1 + b$

그런데 $a = 3$ 이므로 $3 = 9 - 1 + b \quad \therefore b = -5$

구하는 일차함수는 $y = 3x - 6$ 이므로

x 절편은 2 , y 절편은 -6 이다.

그래프를 그려보면, 제 2사분면을 지나지 않는다.

14. $y=-ax+5$ 의 그래프는 $y=4x-7$ 의 그래프와 평행하고, $3y=bx-6$ 의 그래프가 $y=5x-1$ 의 그래프와 만나지 않을 때, $-\frac{a}{2}+\frac{b}{5}$ 의 값은?

① 1　　② 2　　③ 3　　④ 5　　⑤ 6

해설

$y=-ax+5$ 와 $y=4x-7$ 는 평행하므로 $-a=4$ 이다. 따라서 $a=-4$ 이다.

$3y=bx-6$ 의 그래프는 $y=5x-1$ 의 그래프와 만나지 않으므로 평행하다.

$3y=bx-6,\ y=\frac{b}{3}x-2$ 이므로 $\frac{b}{3}=5,\ b=15$ 이다.

따라서 $-\frac{a}{2}+\frac{b}{5}=-\frac{-4}{2}+\frac{15}{5}=2+3=5$ 이다.

15. 두 일차함수 $y=(m-1)x-m+3n$, $y=(n-m)x+n-1$의 그래프가 일치할 때, 상수 m, n에 대하여 mn의 값은?

① $-\frac{1}{9}$ ② $-\frac{1}{3}$ ③ 0 ④ $\frac{1}{3}$ ⑤ $\frac{1}{9}$

해설

$m-1=n-m, -m+3n=n-1$이므로

$$\begin{cases} 2m-n=1 \\ -m+2n=-1 \end{cases}$$

연립방정식의 해를 구하면, $m=\frac{1}{3}$, $n=-\frac{1}{3}$이다.

$\therefore mn=\frac{1}{3}\times\left(-\frac{1}{3}\right)=-\frac{1}{9}$

16. 길이가 20cm, 30cm 인 두 개의 양초 A, B 에 불을 붙였더니 A 는 1 분에 0.2cm, B 는 1 분에 0.3cm 씩 길이가 줄어들었다. 동시에 불을 붙였을 때, A, B 의 길이가 같아지는 것은 불을 붙인지 몇 분 후인가?

① 30 분 ② 40 분 ③ 50 분

④ 80 분 ⑤ 100 분

해설

x 분 후의 두 양초 A, B 의 길이 $y$cm 는 각각 $y = 20 - 0.2x$, $y = 30 - 0.3x$ 이다. 따라서 두 일차함수의 그래프의 교점은 $(100,\ 0)$ 이므로 두 양초의 길이는 100 분 후에 같아진다.

17. 다음 보기에서 일차방정식 $2x + y = 6$ 에 대한 설명으로 옳은 것을 모두 고른 것은?

보기

㉠ 그래프는 제 $1, 2, 4$ 사분면 위에 나타난다.

㉡ 미지수가 두 개인 일차방정식이다.

㉢ 주어진 일차방정식의 해를 좌표평면 위에 나타내면 한 직선위의 점들이 된다.

㉣ 해의 개수는 유한개이다.

㉤ x 값이 -2 일 때, y 의 값은 10 이다.

㉥ 그래프를 그리면 직선 그래프가 그려진다.

① ㉠, ㉡, ㉣

② ㉠, ㉢, ㉤

③ ㉡, ㉢, ㉤, ㉥

④ ㉠, ㉡, ㉢, ㉤, ㉥

⑤ ㉠, ㉡, ㉢, ㉣, ㉥

해설

㉣ 일차방정식 $2x + y = 6$은 해가 무수히 많다.

18. 함수 $f(x)=ax+1-(a-x)$, $f(2)=-1$일 때, $3f(1)-2f(-2)=2f(k)$를 만족하는 k에 대하여 $3k$의 값은?(단, a는 상수)

① 10　　② 11　　③ 12　　④ 13　　⑤ 14

해설

$f(x)=ax+1-a+x=(a+1)x+1-a$

$f(2)=-1$에서 $a+3=-1$

$\therefore a=-4$

따라서 $f(x)=-3x+5$이므로

$3f(1)-2f(-2)=3\times 2-2\times 11=-16$

$2f(k)=-6k+10$이므로

$-6k+10=-16$

$\therefore k=\dfrac{13}{3}$, $3k=13$

19. 일차함수 $y = 4x + a$의 그래프과 x축에 대하여 대칭인 그래프를 y축의 방향으로 -2만큼 평행이동한 그래프의 식이 $y = kx - 5$이다. 이때, $a + k$의 값은?

① -1 ② -2 ③ -3 ④ -4 ⑤ -5

해설

x축에 대칭인 그래프 $-y = 4x + a$를 y축의 방향으로 -2만큼 평행이동하면

$y = -4x - a - 2$

이 그래프는 $y = kx - 5$의 그래프와 일치하므로

$k = -4$, $-a - 2 = -5$, $a = 3$

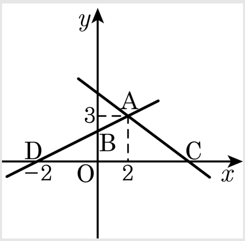
$\therefore\ a + k = -1$

20. 좌표평면에서 두 직선 $y=\frac{1}{2}x+2$와 $y=-\frac{3}{4}x+\frac{9}{2}$의 교점을 A, 직선 $y=\frac{1}{2}x+2$와 y축이 만나는 점을 B, 직선 $y=-\frac{3}{4}x+\frac{9}{2}$과 x축이 만나는 점을 C라고 할 때, △ABC의 넓이를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설



$\frac{1}{2}x+2=-\frac{3}{4}x+\frac{9}{2}$에서

$\frac{5}{4}x=\frac{5}{2}$, $5x=10$, $x=2$, $y=3$

점 A의 좌표 : $(2,\ 3)$

점 B의 좌표 : $(0,\ 2)$

점 C의 좌표 : $(6,\ 0)$

점 D 의 좌표 : $(-4,\ 0)$

$$\begin{aligned}\triangle ABC &= \triangle ADC - \triangle BDC \\ &= \left(\frac{1}{2}\times 10\times 3\right)-\left(\frac{1}{2}\times 10\times 2\right) \\ &= 5\end{aligned}$$

21. 다음 두 점 $(-1,\ 4)$, $(2,\ 5)$를 지나는 직선에 평행한 직선을 그래프로 갖는 일차함수는?

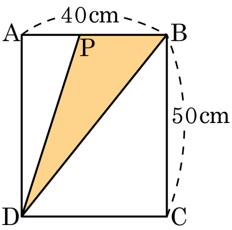
① $y = 3x + 1$　② $y = -3x + 5$　③ $y = x - 3$

④ $y = \dfrac{1}{3}x - 2$　⑤ $y = -\dfrac{1}{3}x - 3$

해설

$$(\text{기울기}) = \frac{5-4}{2-(-1)} = \frac{1}{3}$$

22. 다음 그림처럼 가로가 40 cm 세로가 50 cm 인 직사각형의 꼭짓점 A 에서 B 로 매초 4 cm 씩 점 P 가 이동하고 있을 때, x초 후의 $\triangle PBD$의 넓이를 $y\,\text{cm}^2$ 이라고 하면 x의 범위는 $a \le x \le b$, 함숫값의 범위는 $c \le y \le d$ 이다. $a+b+c+d$의 값을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 1010

해설

점 P 는 총 길이 40 cm 인 $\overline{AB}$ 위를 초속 4 cm 의 속도로 움직이므로

x의 범위는 $0 \le x \le 10$ 이다.

$\triangle ABD$ 에서 $\triangle ADP$ 를 뺀 넓이가 $\triangle PBD$ 이므로

x, y의 관계식은 $y = 1000 - 100x$ 이다.

$x = 0$ 일 때 $y = 1000$

$x = 10$ 일 때 $y = 0$ 이므로

함숫값의 범위는 $0 \le y \le 1000$ 이다.

따라서 $a = 0$, $b = 10$, $c = 0$, $d = 1000$ 이므로

$a + b + c + d = 1010$ 이다.

23. 두 직선 $2x-y+4=0$, $3x+ay+5=0$의 교점이 제3 사분면 위에 있도록 a의 값의 범위를 정하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $a<-\dfrac{3}{2}$

해설

$$\begin{cases} 2x-y+4=0 \\ 3x+ay+5=0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y=2x+4 & \cdots ㉠ \\ y=-\dfrac{3}{a}x-\dfrac{5}{a} & \cdots ㉡ \end{cases}$$ 에서 ㉠, ㉡을

연립하여 풀면

$x=\dfrac{-4a-5}{2a+3}$, $y=\dfrac{2}{2a+3}$

교점의 좌표가 제3 사분면에 있어야 하므로

$x=\dfrac{-4a-5}{2a+3}<0$, $y=\dfrac{2}{2a+3}<0$

$\dfrac{2}{2a+3}<0$에서 $2a+3<0$

$\therefore a<-\dfrac{3}{2}\cdots$ ㉢

$\dfrac{-4a-5}{2a+3}<0$에서 $-4a-5>0$

$\therefore a<-\dfrac{5}{4}\cdots$ ㉣

㉢, ㉣에서 $a<-\dfrac{3}{2}$

24. 두 직선 $y-2x+a=0$, $4y+x=2-a$의 교점이 직선 $2x+3y=0$ 위에 있을 때, a의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\dfrac{16}{3}$

해설

세 직선은 한 점에서 만난다.

$y-2x+a=0$과 $2x+3y=0$을 연립하여 x를 소거하면

$4y=-a \cdots$ ㉠

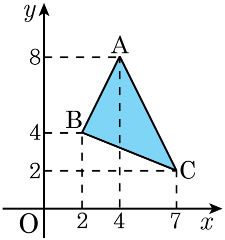
$4y+x=2-a$와 $2x+3y=0$을 연립하여 x를 소거하면

$5y=4-2a \cdots$ ㉡

㉠ $\times 5-$ ㉡ $\times 4$하면

$-5a-16+8a=0$에서 $a=\dfrac{16}{3}$

25. 다음 그림과 같이 세 점 A(4, 8), B(2, 4), C(7, 2)를 꼭짓점으로 하는 $\triangle ABC$가 있다. 직선 $y = x + k$가 $\triangle ABC$와 만나기 위한 k의 값이 될 수 있는 정수는 모두 몇 개인지 구하여라.



▶ 답 : ______개

▷ 정답 : 10개

해설

$y = x + k$가 점 A를 지날 때 k의 최댓값은 4이고

$y = x + k$가 점 C를 지날 때 k의 최솟값은 -5이다

$\therefore\ -5 \le k \le 4$

따라서 정수 k의 값은 10개이다.