

1. A 가 유한소수일 때, 다음 <보기>에서 A 에 해당하지 않는 것은 몇 개인지 구하여라.

보기

㉠

$\frac{2}{3}$

㉡

$\frac{3}{12}$

㉢

$\frac{3}{15}$

㉣

π

㉤

$3.141592\cdots$

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 3 개

해설

유한소수 : 분모가 2 또는 5의 거듭제곱으로만 이루어져야 한다.
<보기> 중 무한소수의 개수를 구하면 된다. 따라서, 분모를 2 또는 5의 거듭제곱으로 만들 수 없는 것은 ㉠, ㉡, ㉣의 3개이다.

2. 다음 중 순환소수의 표현이 옳은 것을 모두 고르면? (정답 2개)

- ①

$0.123123\cdots=0.\dot{1}2\dot{3}$
- ②

$23.2626\cdots=2\dot{3}.2\dot{6}$
- ③

$3.14151415\cdots=3.\dot{1}415\dot{1}$
- ④

$0.2343434\cdots=0.2\dot{3}\dot{4}$
- ⑤

$3.3571571\cdots=3.3\dot{5}\dot{7}\dot{1}$

해설

- ② $23.2626\cdots=23.\dot{2}\dot{6}$
- ③ $3.14151415\cdots=3.\dot{1}41\dot{5}$
- ⑤ $3.3571571\cdots=3.3\dot{5}\dot{7}\dot{1}$
- 따라서 옳은 것은 ①, ④ 이다.

3. 다음은 순환소수와 순환소수의 소수점 아래 50 번째 자리의 숫자를 나타낸 것으로 옳은 것은?

- ① $0.\overline{17}, 1$
- ② $0.\overline{53}, 5$
- ③ $0.\overline{203}, 2$
- ④ $-3.\overline{129}, 2$
- ⑤ $2.\overline{743}, 7$

해설

- ① $50 - 1 = 1 \times 49$ 이므로 7
- ② $50 = 2 \times 25$ 이므로 3
- ③ $50 = 3 \times 16 + 2$ 이므로 0
- ④ $50 - 1 = 2 \times 24 + 1$ 이므로 2
- ⑤ $50 - 2 = 1 \times 48$ 3

4. $x = 1.222\cdots$ 일 때, $10x - x$ 의 값은?

① 1.1

② 1.2

③ 11

④ 12

⑤ 12.22

해설

10 을 곱하면 $10x = 12.222\cdots$

$x = 1.222\cdots$ 이므로

$10x - x = 11$ 이다.

5. 다음은 순환소수 $0.4\dot{3}5$ 를 분수로 나타내는 과정이다. ① ~ ⑤ 안에 들어갈 숫자로 옳지 않은 것은?

0.435 = x 라 하면
x = 0.435 = 0.43535 ...
(1)x = 4.3535 ... ㉠
(2)x = 435.3535 ... ㉡
㉡에서 ㉠을 뺀다
(3)x = 4
∴ x = 5

- ① 10 ② 1000 ③ 999 ④ 431 ⑤ $\frac{431}{990}$

해설

① 10
② 1000
③ 990
④ 431
⑤ $\frac{431}{990}$

6. 다음 중 옳은 것은?

① $1.\dot{3} > 1.3\dot{2}$

② $1.\dot{7}\dot{9} = \frac{179}{99}$

③ $0.\dot{5} = 0.\dot{5}\dot{0}$

④ $3.\dot{9} < 4$

⑤ $10.0\dot{4} = \frac{994}{90}$

해설

② $1.\dot{7}\dot{9} = \frac{179-1}{99}$

③ $0.\dot{5} > 0.\dot{5}\dot{0}$

④ $3.\dot{9} = 4$

⑤ $10.0\dot{4} = \frac{1004-100}{90} = \frac{904}{90}$

7. 다음 중 아래 식을 만족시키는 x 를 모두 고르면?

$$\frac{1}{6} < x < \frac{1}{2}$$

- ① 0.1 ② 0.2 ③ 0.3 ④ 0.4 ⑤ 0.5

해설

$\frac{1}{6} < x < \frac{1}{2} \rightarrow 0.1\bar{6} < x < 0.5$ 만족하는 x 는 ②, ③, ④이다.

8. $0.\dot{5}$ 에 어떤 수 a 를 더하여 $1.0\dot{2}$ 가 되었다. 이 때 a 의 값은?

- ① $\frac{1}{15}$ ② $\frac{1}{5}$ ③ $\frac{1}{3}$ ④ $\frac{7}{15}$ ⑤ $\frac{11}{15}$

해설

주어진 순환소수를 분수로 나타내면

$$0.\dot{5} = \frac{5}{9} \text{ 이고 } 1.0\dot{2} = \frac{102 - 10}{90} = \frac{46}{45} \text{ 이므로}$$

$$\frac{5}{9} + a = \frac{46}{45} \text{ 이다.}$$

$$\therefore a = \frac{7}{15}$$

9. $\frac{3}{4}$ 을 분수 $\frac{a}{10^n}$ 의 꼴로 고칠 때, $a+n$ 의 최솟값은? (단, a, n 은 자연수)

- ① 69 ② 72 ③ 75 ④ 76 ⑤ 77

해설

$$\frac{3 \times 5^2}{4 \times 5^2} = \frac{75}{10^2}, a+n = 75+2 = 77$$

10. $x = 2, 4, 6, 8, 10, 12$ 일때, 분수 $\frac{1}{x}$ 이 유한소수가 되지 않는 x 의 개수는?

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$6 = 2 \times 3, 12 = 2^2 \times 3$ 이므로 2개이다.

11. A 가 자연수일 때, $\frac{11}{90} \times A$ 를 소수로 나타내면 유한소수가 된다고 한다.
이때, 가장 작은 자연수 A 를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 9

해설

$\frac{11}{90} = \frac{11}{2 \times 3^2 \times 5}$ 의 분모의 인수가 2나 5뿐이어야 하므로 A 는 9의 배수이고 가장 작은 수는 9이다.

12. 다음 분수 $\frac{217}{990}$ 을 소수로 나타낼 때, 순환마디는?

- ① 219 ② 19 ③ 217 ④ 17 ⑤ 15

해설

$217 \div 990 = 0.21919\ldots$, 순환마디 19

13. 1보다 큰 자연수 a 에 대하여 $b = (999.\dot{9} - 99.9) \times \frac{13}{100 \times a}$ 의 값이 1보다 큰 자연수일 때, a 의 최댓값을 x 라 하고 최솟값을 y 라 할 때, $x - y$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 36

해설

$$(999.\dot{9} - 99.9) = 1000 - 100 = 900$$

$$b = 900 \times \frac{13}{100 \times a} = \frac{9 \times 13}{a}$$

$$b = \frac{9 \times 13}{a} \text{은 1보다 큰 자연수이므로}$$

a 의 최댓값은 $13 \times 3 = 39$ 이고 최솟값은 3이다.

$$\therefore x - y = 36$$

14. 기약분수 $\frac{13}{x}$ 을 소수로 나타내면, $0.216666\cdots$ 일 때, 자연수 x 의 값은?

- ① 25 ② 30 ③ 41 ④ 55 ⑤ 60

해설

$$\textcircled{5} \ 0.216666\cdots = 0.21\dot{6} = \frac{216 - 21}{900} = \frac{195}{900} = \frac{13}{60}$$

15. 다음 순환소수 중 0.2 와 같은 것은?

- ① $0.1\dot{5}$ ② $0.\dot{2}$ ③ $0.1\dot{9}$ ④ $0.\dot{1}9$ ⑤ $0.\dot{2}\dot{0}$

해설

$$\textcircled{3} \ 0.1\dot{9} = \frac{19 - 1}{90} = \frac{18}{90} = \frac{1}{5} = 0.2$$

16. 순환소수 $0.3\dot{1}\dot{5}$ 를 분수로 나타내면 $\frac{208}{a}$ 이다. a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 660

해설

$$0.3\dot{1}\dot{5} = \frac{312}{990} = \frac{104}{330} = \frac{208}{660} \text{ 이므로 } a \text{ 는 } 660 \text{ 이다.}$$

17. $\frac{5}{27}, \frac{23}{27}$ 을 각각 소수로 나타내면 $x - 0.\dot{4}, y + 0.\dot{4}$ 이다. $\frac{x}{y}$ 의 값은?

① $\frac{3}{11}$

② $\frac{4}{11}$

③ $\frac{8}{11}$

④ $\frac{13}{11}$

⑤ $\frac{17}{11}$

해설

$$\frac{5}{27} = x - \frac{4}{9}$$

$$x = \frac{17}{27}$$

$$\frac{23}{27} = y + \frac{4}{9}$$

$$y = \frac{11}{27}$$

$$\therefore \frac{x}{y} = \frac{\frac{17}{27}}{\frac{11}{27}} = \frac{17}{11}$$

18. 순환소수 $1.2\dot{6}$ 에 A 를 곱하면 그 결과는 자연수가 된다고 한다. 이때, A 의 값이 될 수 없는 것을 모두 고르면?

① 5 ② 15 ③ 60 ④ 90 ⑤ 99

해설

$1.2\dot{6} = \frac{126 - 12}{90} = \frac{114}{90} = \frac{19}{15}$ 이므로 A 는 15의 배수이어야 한다.
따라서 A 의 값이 될 수 없는 것은 5, 99이다.

19. 다음 중 옳은 것을 모두 고르면?(정답 2개)

- ① 순환소수 중에서 분모, 분자가 정수인 분수로 나타낼 수 없는 것도 있다. (단, 분모는 0 이 아니다.)
- ② 모든 순환소수는 무리수이다.
- ③ 유한소수가 아닌 기약분수는 모두 순환소수이다.
- ④ 두 개의 무한소수의 합은 항상 무한소수이다.
- ⑤ 0 이 아닌 모든 유리수는 순환소수로 나타낼 수 있고, 모든 순환소수는 유리수로 나타낼 수 있다.

해설

- ① 순환소수는 모두 유리수이므로 모두 분모, 분자가 정수인 분수로 나타낼 수 있다.
- ② 모든 순환소수는 유리수이다.
- ④ $0.5 + 0.4 = 0.9 = 1$

20. X 가 $\frac{1}{60}, \frac{2}{60}, \frac{3}{60}, \dots, \frac{99}{60}, \frac{100}{60}$ 이고,
 Y 가 유한소수일때, X 와 Y 의 공통해에서 자연수를 제외한 수의 갯수를
구하여라.

▶ 답 : 32 개

▷ 정답 : 32 개

해설

$60 = 2^2 \times 3 \times 5$ 이므로 k 는 3의 배수, 따라서 33개, 자연수는
아니므로 60의 배수 1개를 제외하면 32개이다.

21. 분수 $\frac{9 \times a}{180}$ 를 소수로 나타내면 유한소수가 될 때, a 의 값이 될 수 있는 수 중에서 가장 큰 두 자리의 정수는?

① 80 ② 85 ③ 90 ④ 95 ⑤ 99

해설

$\frac{9 \times a}{180} = \frac{9 \times a}{2^2 \times 3^2 \times 5} = \frac{a}{2^2 \times 5}$ 이므로 a 는 어떤 수가 되도 유한 소수로 나타낼 수 있다.
따라서 가장 큰 두 자리의 정수는 99 이다.

22. $\frac{a}{450}$ 를 소수로 나타내면 유한소수가 되고, 기약분수로 나타내면 $\frac{A}{B}$ 라고 할 때, 다음과 같은 조건을 만족할 때, $A + B$ 의 값을 구하여라.

- i) $11 \leq a \leq 55$, a 는 정수
ii) A 는 3의 배수
iii) B 는 2의 배수

▶ 답 :

▷ 정답 : 53

해설

i) $\frac{a}{450} = \frac{a}{2 \times 3^2 \times 5^2}$ 가 유한소수이므로 a 는 9의 배수이고,
 $11 \leq a \leq 55$ 를 만족하는 a 의 값은 18, 27, 36, 45, 54이다.

ii) $a = 18$ 이면 $\frac{2 \times 3^2}{2 \times 3^2 \times 5^2} = \frac{1}{25}$

$a = 27$ 이면 $\frac{3^3}{2 \times 3^2 \times 5^2} = \frac{3}{50}$

$a = 36$ 이면 $\frac{2^2 \times 3^2}{2 \times 3^2 \times 5^2} = \frac{2}{25}$

$a = 45$ 이면 $\frac{3^2 \times 5}{2 \times 3^2 \times 5^2} = \frac{1}{10}$

$a = 54$ 이면 $\frac{2 \times 3^3}{2 \times 3^2 \times 5^2} = \frac{3}{25}$

기약분수로 나타낸 $\frac{A}{B}$ 에서 A 가 3의 배수, B 가 2의 배수를 만족하는 a 의 값은 27이다.

$\therefore A + B = 50 + 3 = 53$

23. 양의 기약분수 $\frac{a}{b}$ 에 대하여 $\frac{a}{b} = 3.\dot{x} = \frac{99}{10y+z}$ 일 때, $x+y+z$ 의 값을 구하여라.
(단, x, y, z 는 한 자리 자연수이다.)

▶ 답 :

▷ 정답 : 15

해설

$$\frac{a}{b} = 3.\dot{x} = \frac{30+x-3}{9} = \frac{27+x}{9}$$

$$\frac{a}{b} = \frac{27+x}{9} = \frac{99}{10y+z} \text{ 에서 } x \text{ 가 한 자리의 자연수이므로}$$

$$\frac{(27+x) \times 3}{9 \times 3} = \frac{81+3x}{27} = \frac{99}{10y+z}, \quad 81+3x=99$$

$$\therefore x=6$$

$$10y+z=27$$

$$\therefore y=2, z=7$$

$$x+y+z=6+2+7=15$$

24. 기약분수 A 를 순환소수로 나타내는데, 영철이는 분자를 잘못 보아서 답이 $0.\dot{3}7$ 이 되었고, 영은이는 분모를 잘못 보아서 답이 $1.3\dot{5}$ 가 되었다. 이 때, 기약분수 A 를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{61}{99}$

해설

$$\text{영철 : } 0.\dot{3}7 = \frac{37}{99},$$

$$\text{영은 : } 1.3\dot{5} = \frac{135 - 13}{90} = \frac{61}{45}$$

따라서 처음의 기약분수는

$$\frac{(\text{영은이가 본 분자})}{(\text{영철이가 본 분모})} = \frac{61}{99} = A \text{ 이다.}$$

25. $1.4\dot{2}$ 에 어떤 기약분수 A 를 곱하였더니 $4.\dot{8}\dot{8}$ 이 되었다. A 의 값을 분수로 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{55}{16}$

해설

$$1.4\dot{2} \times A = 4.\dot{8}\dot{8} ,$$

$$A = \frac{484}{99} \times \frac{90}{128} = \frac{55}{16}$$