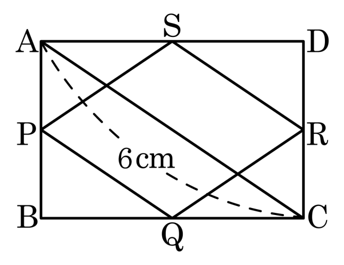
1. 다음그림과 같은 직사각형 ABCD 에서 각 변의 중점을 각각 P, Q, R, S 라고 하고, 대각선 AC 의 길이가 6cm 일 때, 각 변의 중점을 차례로 이어서 만든 □PQRS 의 둘레의 길이는?



① 11cm ② 12cm ③ 13cm ④ 14cm ⑤ 15cm

해설

△ABC 와 △ACD 에서 삼각형의 중점연결 정리에 의하여

$\overline{PQ} = \frac{1}{2}\overline{AC}$, $\overline{SR} = \frac{1}{2}\overline{AC}$

△ABD 와 △BCD 에서 삼각형의 중점연결 정리에 의하여

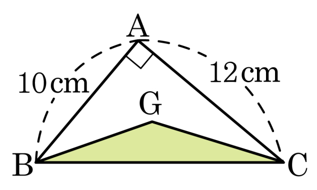
$\overline{PS} = \frac{1}{2}\overline{BD}$, $\overline{QR} = \frac{1}{2}\overline{BD}$

$\overline{AC} = \overline{BD}$ (∵ □ABCD가 직사각형) 이므로

$\overline{PQ} = \overline{SR} = \overline{PS} = \overline{QR} = \frac{1}{2}\overline{AC} = \frac{1}{2} \times 6 = 3\,(\mathrm{cm})$

∴ (□PQRS의 둘레의 길이) $= 3 \times 4 = 12\,(\mathrm{cm})$

2. $\angle A$ 의 크기가 90 °인 $\triangle ABC$ 의 무게중심을 G 라 하자. $\overline{AB} = 10\,\text{cm}$, $\overline{AC} = 12\,\text{cm}$ 일 때, $\triangle GBC$ 의 넓이를 구하면?

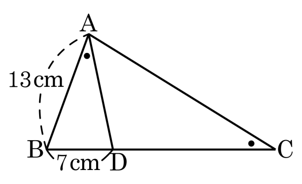


① 10 cm^2　② 20 cm^2　③ 30 cm^2
④ 40 cm^2　⑤ 60 cm^2

해설

$$\triangle GBC = \frac{1}{3}\triangle ABC = \frac{1}{3} \times \left(\frac{1}{2} \times 12 \times 10\right) = 20(\text{cm}^2)$$

3. 다음 그림에서 $\angle BAD = \angle ACD$ 이다. $\triangle ABD$ 와 $\triangle ADC$ 의 넓이의 비는?



① 49 : 120 ② 49 : 169

③ 45 : 169 ④ 48 : 169

⑤ 51 : 121

해설

$\triangle ABD$ 와 $\triangle CBA$ 의 닮음비가 7 : 13 이므로

(넓이의 비) = 49 : 169

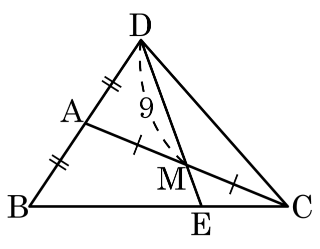
$\therefore \triangle ABD : \triangle ADC = 49 : 169 - 49 = 49 : 120$

4. 닮은 두 직육면체 A 와 B 의 닮음비가 $3:2$ 이고 B 의 겉넓이가 16 일 때, A 의 겉넓이는?

① 12 ② 18 ③ 24 ④ 27 ⑤ 36

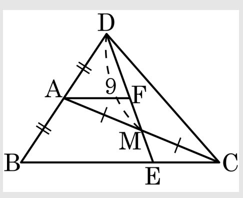
해설
닮은 도형의 넓이의 비는 닮음비의 제곱이다.
닮음비가 $3:2$ 이므로, 겉넓이의 비는 $3^2:2^2=9:4$
$9:4=x:16$
$\therefore\ x=36$

5. 다음 그림의 $\triangle ABC$ 에서 $\overline{BA}$ 의 연장선 위에 $\overline{BA}=\overline{AD}$ 인 점 D 를 정하고, $\overline{AC}$ 의 중점을 M , $\overline{DM}$ 의 연장선이 $\overline{BC}$ 와 만나는 점을 E 라 한다. $\overline{DM}=9$ 일 때, $\overline{ME}$ 의 길이는?



① 5　② 4.5　③ 4　④ 3　⑤ 2.5

해설



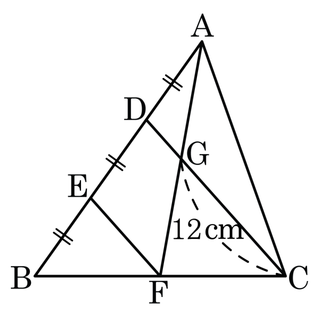
점 A 에서 $\overline{BC}$ 에 평행한 직선을 그어 $\overline{DE}$ 와 만나는 점을 F 라 하면, $\triangle AFM \equiv \triangle CEM$ (ASA 합동)

$\therefore \overline{FM}=\overline{ME}$

$\overline{DF}=\overline{FE}$ 이므로 $\overline{DF}:\overline{FM}=2:1$

$\therefore \overline{ME}=\overline{FM}=\overline{DM}\times\frac{1}{3}=9\times\frac{1}{3}=3$

6. 다음 그림에서 $\overline{AD} = \overline{DE} = \overline{EB}$, $\overline{BF} = \overline{FC}$ 이다. $\overline{GC} = 12\,\mathrm{cm}$ 일 때, $\overline{EF}$ 의 길이로 옳은 것은?



① 6 cm ② 6.5 cm ③ 7 cm

④ 7.5 cm ⑤ 8 cm

해설

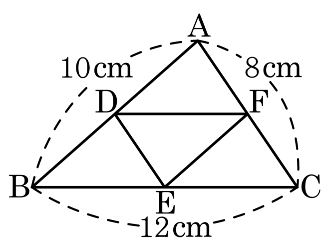
$\overline{EF} = \frac{1}{2}\overline{DC},\ \overline{DG} = \frac{1}{2}\overline{EF}$

$\overline{EF}\ :\overline{GC} = 2\ :\ 3$

$\overline{EF} : 12\ = 2\ :\ 3$

$\overline{EF} = 8(\mathrm{cm})$

7. $\triangle$ABC 에서 각 변의 중점을 각각 D, E, F 라 놓고 $\overline{AB} = 10\text{cm}$, $\overline{BC} = 12\text{cm}$, $\overline{AC} = 8\text{cm}$ 일 때, $\triangle$DEF 의 둘레의 길이는?



① 10 cm ② 12 cm ③ 13 cm ④ 15 cm ⑤ 18 cm

해설

D, E, F 가 각 변의 중점이므로

$\overline{DE} = \frac{1}{2}\overline{AC} = \frac{1}{2} \times 10 = 5(\text{ cm})$

$\overline{EF} = \frac{1}{2}\overline{AB} = \frac{1}{2} \times 12 = 6(\text{ cm})$

$\overline{DF} = \frac{1}{2}\overline{BC} = \frac{1}{2} \times 8 = 4(\text{ cm})$

$\therefore$ ($\triangle$ABC의 둘레의 길이) $= \overline{DE} + \overline{EF} + \overline{DF}$

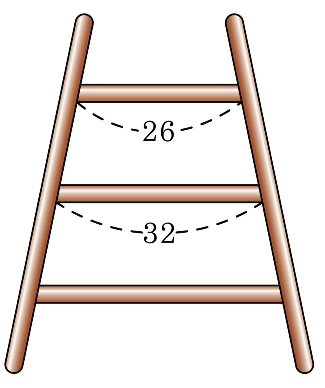
$= \frac{1}{2}\overline{AB} + \frac{1}{2}\overline{BC} + \frac{1}{2}\overline{AC}$

$= \frac{1}{2}(\overline{AB} + \overline{BC} + \overline{AC}$

$= \frac{1}{2}(10 + 12 + 8)$

$= 15(\text{ cm})$

8. 일정한 간격으로 다리가 놓여 있는 사다리에서 길이가 32 인 것 밑에 한 개가 파손되어 새로 만들어야 한다. 새로 놓을 다리의 길이는?

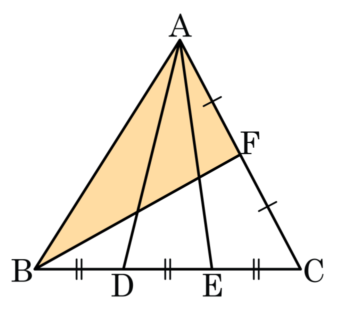


① 34　② 36　③ 38　④ 40　⑤ 42

해설

일정한 간격으로 다리가 놓여 있으므로 길이가 26 인 것과 32 인 것 사이의 거리와 32 인 것과 새로 만들 다리의 거리가 같아야 한다. 사다리꼴의 중점연결 정리에 따라 새로 놓을 다리의 길이를 x 라고 하면 $32 = \frac{1}{2}(x + 26)$ 이다. 따라서 $x = 38$ 이다.

9. 그림 그림에서 점 D, E는 $\overline{BC}$ 의 삼등분점이고 $\overline{BF}$ 는 $\triangle ABC$ 의 중선이다. $\triangle ABD = 18\text{cm}^2$ 일 때, $\triangle ABF$ 의 넓이는?



① 18cm^2 ② 27cm^2 ③ 30cm^2
④ 36cm^2 ⑤ 54cm^2

해설

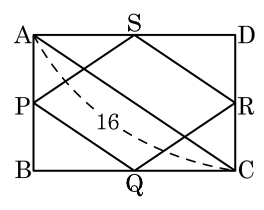
점 F 가 $\overline{AC}$ 의 중점이므로 $\triangle ABF = \triangle BCF = \frac{1}{2}\triangle ABC$

두 점 D , E 는 $\overline{BC}$ 의 삼등분점이므로 $\triangle ABD = \frac{1}{3}\triangle ABC$

$\triangle ABC = 3\triangle ABD = 3 \times 18 = 54\ (\text{cm}^2)$

$\therefore\ \triangle ABF = \frac{1}{2}\triangle ABC = \frac{1}{2} \times 54 = 27\ (\text{cm}^2)$

10. 다음 그림은 직사각형 ABCD 에서 각 변의 중점 P, Q, R, S 를 연결한 것이다. $\overline{AC} = 16$ 일 때, □PQRS 의 둘레의 길이를 구하면?



① 16　② 20　③ 24　④ 28　⑤ 32

해설

직사각형의 두 대각선의 길이는 같다.

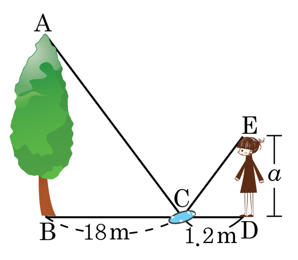
$\overline{AC} = \overline{BD} = 16$,

$\overline{PQ} = \frac{1}{2}\overline{AC} = \frac{1}{2} \times 16 = 8$,

$\overline{PS} = \overline{SR} = \overline{QR} = 8$

□PQRS 는 한 변의 길이가 8 인 마름모이므로 둘레의 길이는 $4 \times 8 = 32$

11. 다음 그림과 같이 거울을 이용해서 나무의 높이를 측정하려고 한다. $\overline{BC} = 18\,\text{m}$, $\overline{CD} = 1.2\,\text{m}$, $\overline{ED} = a$일 때, 나무의 높이를 a에 관하여 구하면?



① $12a$　② $15a$　③ $18a$　④ $20a$　⑤ $25a$

해설

빛이 반사할 때 입사각과 반사각은 같으므로 $\angle ACB = \angle ECD$, $\angle ABC = \angle EDC = 90°$

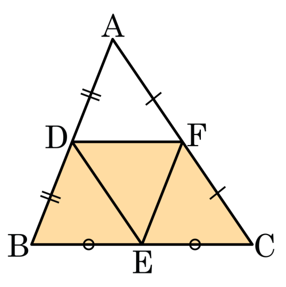
따라서 $\triangle ABC \backsim \triangle EDC$(AA 닮음) 닮음비로 $\overline{AB} : 18 = a : 1.2$

$\overline{AB} \times 1.2 = \overline{AB} \times \frac{6}{5} = 18 \times a$이고 이를 정리하면

$\overline{AB} = 18 \times a \times \frac{5}{6} = 15a$

$\therefore \overline{AB} = 15a$

12. 다음 그림에서 점 D, E, F는 각각 $\overline{BC}$, $\overline{CA}$, $\overline{AB}$의 중점이다. $\triangle ADF$의 넓이가 $5cm^2$일 때, □BDFC의 넓이는?



① $12cm^2$　② $13cm^2$　③ $14cm^2$

④ $15cm^2$　⑤ $16cm^2$

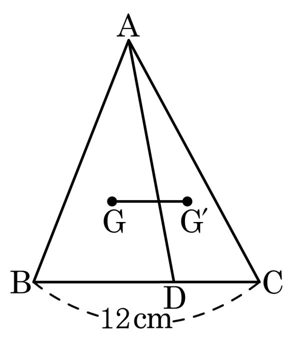
해설

$\triangle ADF \equiv \triangle BED \equiv \triangle DEF \equiv \triangle FEC$ (SSS 합동)이므로 $\triangle ABC$의 넓이는

$4 \times \triangle ADF = 4 \times 5 = 20(cm^2)$이다.

따라서 □BDFC 의 넓이는 $20 - 5 = 15(cm^2)$이다.

13. 다음 그림에서 점 G, G′ 은 각각 △ABD , △ADC 의 무게중심이다. $\overline{\mathrm{BC}} = 12\mathrm{cm}$ 일 때, $\overline{\mathrm{GG'}}$ 의 길이는?



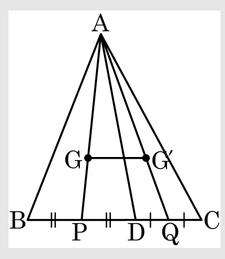
① 1cm　② 2cm　③ 3cm　④ 4cm　⑤ 5cm

해설

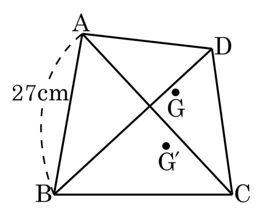
$\overline{\mathrm{AG}}$ 와 $\overline{\mathrm{AG'}}$ 의 연장선과 $\overline{\mathrm{BC}}$ 와의 교점을 각각 P, Q라고 하면
$\overline{\mathrm{BP}} = \overline{\mathrm{PD}}$, $\overline{\mathrm{DQ}} = \overline{\mathrm{CQ}}$

$\therefore \overline{\mathrm{PQ}} = \frac{1}{2}\overline{\mathrm{BC}} = 6\,(\mathrm{cm})$

△AGG′ 과 △APQ 에서 $\overline{\mathrm{AG'}} : \overline{\mathrm{G'Q}} = 2 : 1$, $\overline{\mathrm{AG}} : \overline{\mathrm{GP}} = 2 : 1$,
∠A 는 공통이므로 △AGG′ ∽ △APQ
$\overline{\mathrm{GG'}} : \overline{\mathrm{PQ}} = \overline{\mathrm{AG}} : \overline{\mathrm{AP}} = 2 : 3$ 이므로 $\overline{\mathrm{GG'}} : 6 = 2 : 3$
$3\overline{\mathrm{GG'}} = 12$
$\therefore \overline{\mathrm{GG'}} = 4\,(\mathrm{cm})$



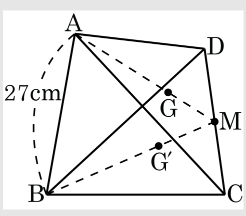
14. 다음 그림에서 점 G, G′ 는 각각 $\triangle ACD$, $\triangle DBC$ 의 무게중심이다. $\overline{AB} = 27\,\text{cm}$ 일 때, $\overline{GG'}$ 의 길이를 구하면?



① 9 cm ② 10 cm ③ 11 cm
④ 12 cm ⑤ 13 cm

해설

$\overline{DC}$ 의 중점 M 을 잡으면

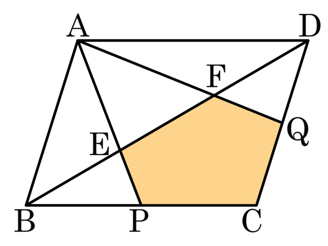


$\overline{GG'} \,/\!/\, \overline{AB}$ 이므로

$\overline{GG'} : \overline{AB} = \overline{MG} : \overline{MA} = 1 : 3$

$\therefore \overline{GG'} = \dfrac{1}{3} \times 27 = 9(\,\text{cm})$

15. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD 에서 변 BC , CD 의 중점을 각각 P , Q 라 하고, □ABCD 의 넓이가 90cm^2 일 때, 오각형 EPCQF 의 넓이는?

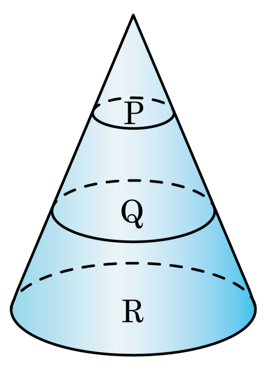


① 20cm^2　② 25cm^2　③ 30cm^2
④ 35cm^2　⑤ 40cm^2

해설

$\overline{AC}$ 와 $\overline{BD}$ 의 교점을 G 라 하면, $\triangle ABC$ 에서 점 E 는 무게중심이다.
무게중심의 성질에 의해 $\overline{GE} : \overline{EB} = 1 : 2$ 이다.
□ABCD 의 넓이가 $90\,\text{cm}^2$ 이므로
$\triangle BCD = 45\,\text{cm}^2$, $\triangle BGC = 22.5(\text{cm}^2)$ 이고
$\triangle BEC = \frac{2}{3}\triangle BGC = 15(= \text{DDcmsq})$
$\triangle BEP = \triangle BEC \times \frac{1}{2} = 7.5(\text{cm}^2)$
따라서
(오각형EPCQF)
$= \triangle BCD - (\triangle BEP + \triangle FQD)$
$= 45 - 7.5 \times 2 = 30(\text{cm}^2)$
이다.

16. 아래 그림과 같은 원뿔을 밑면에 평행한 평면으로 모선이 3등분 되도록 잘랐다. 가운데 원뿔대의 부피가 28cm^3 일 때, 맨 아래에 있는 원뿔대의 부피를 구하면?



① 60cm^3 ② 64cm^3 ③ 68cm^3

④ 72cm^3 ⑤ 76cm^3

해설

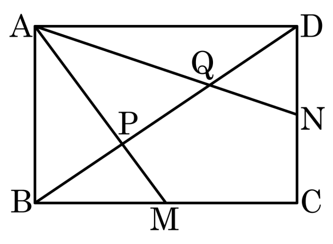
세 원뿔의 닮음비는 $1:2:3$ 이므로 부피의 비는 $1:8:27$ 이다.

따라서 $\text{P}:\text{Q}:\text{R}=1:7:19$ 이다.

R의 부피를 $x\,\text{cm}^3$ 라 할 때 $7:19=28:x$

$\therefore\ x=76(\text{cm}^3)$

17. 다음 그림의 평행사변형 ABCD 에서 점 M, N 은 각각 $\overline{BC}, \overline{CD}$ 의 중점이다. $\overline{BD} = 21\,\text{cm}$ 대각선 $\overline{BD}$ 와 $\overline{AM}, \overline{AN}$ 과의 교점을 각각 P, Q 라 할 때, $\overline{PQ}$ 의 길이를 바르게 구한 것은?

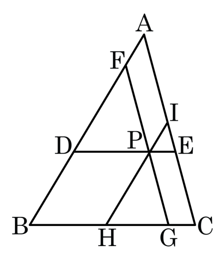


① 5 cm ② 6 cm ③ 7 cm ④ 8 cm ⑤ 9 cm

해설

대각선 AC 를 긋고 $\overline{BD}$ 와 만나는 점을 R 이라고 하자.
점 P 는 △ABC 의 무게중심이고, $\overline{BP} : \overline{PR} = 2 : 1$ 이다.
같은 방법으로 점 Q 는 △ACD 의 무게중심이고, $\overline{DQ} : \overline{QR} = 2 : 1$ 이다.
$\overline{BR} = \overline{DR}$ 이므로 $\overline{BP} : \overline{PQ} : \overline{QD} = 1 : 1 : 1$ 이다.

18. 다음 그림과 같이 $\triangle\mathrm{ABC}$ 의 내부의 한 점 P 를 지나고 각 변에 평행인 선분을 그었다. $\triangle\mathrm{ABC} = 169\,\mathrm{cm}^2$, $\triangle\mathrm{FDP} = 36\,\mathrm{cm}^2$, $\triangle\mathrm{PHG} = 25\,\mathrm{cm}^2$ 일 때, $\triangle\mathrm{IPE}$ 의 넓이는?



① $4\,\mathrm{cm}^2$ ② $6\,\mathrm{cm}^2$ ③ $7\,\mathrm{cm}^2$ ④ $8\,\mathrm{cm}^2$ ⑤ $9\,\mathrm{cm}^2$

해설

$$\begin{aligned}\triangle\mathrm{ABC} : \triangle\mathrm{FDP} : \triangle\mathrm{PHG} &= 169 : 36 : 25 \\ &= 13^2 : 6^2 : 5^2\end{aligned}$$

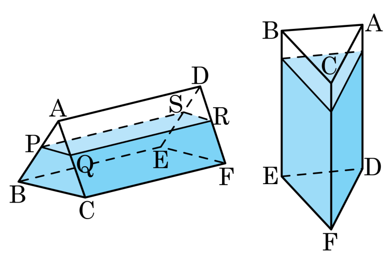
$\overline{\mathrm{BC}} : \overline{\mathrm{DP}} : \overline{\mathrm{HG}} = 13 : 6 : 5$

$\overline{\mathrm{AI}} : \overline{\mathrm{IE}} : \overline{\mathrm{EC}} = 6 : 2 : 5$

$\triangle\mathrm{IPE} : \triangle\mathrm{ABC} = 2^2 : 13^2 = 4 : 169$

$\therefore\ \triangle\mathrm{IPE} = 4\ \left(\mathrm{cm}^2\right)$

19. 삼각기둥 모양의 그릇에 물을 담아 왼쪽과 같이 놓았더니 $\overline{AP}$: $\overline{PB} = 3 : 4$ 이었다. 다음과 같이 세웠을 때의 물의 높이는 $\overline{AD}$ 의 몇 배인지 바르게 구한 것은?



① $\frac{39}{49}$　② $\frac{40}{49}$　③ $\frac{41}{49}$　④ $\frac{42}{49}$　⑤ $\frac{43}{49}$

해설

$\triangle ABC = a\,\text{cm}^2$, $\overline{CF} = b\,\text{cm}$ 라 하면

물의 부피 $\frac{40}{49}ab\,\text{cm}^3$

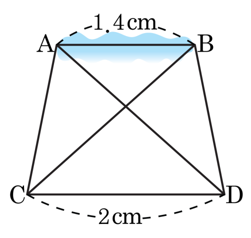
다음 그림에서 물의 높이를 $x\,\text{cm}$ 라 하면

물의 부피는 $ax\,\text{cm}^3$ 이므로

$\frac{40}{49}ab = ax,\ x = \frac{40}{49}b$

$\therefore$ 물의 높이는 $\overline{AD}$ 의 $\frac{40}{49}$ 배이다.

20. A, B 두 지점 사이의 거리를 구하기 위해 250 m 떨어진 C, D 두 곳에서 A, B 지점을 보고 축도를 그렸다. 250 m 가 축도에서 2 cm 로 나타내어질 때, A, B 사이의 거리를 구하면?



① 160 m ② 165 m ③ 170 m

④ 175 m ⑤ 180 m

해설

$2 : 1.4 = 25000 : \overline{AB}$

$2\overline{AB} = 35000$, $\overline{AB} = 17500$ (cm) $= 175$ (m)