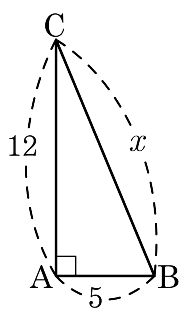
1. 다음은 피타고라스 정리를 이용하여 삼각형의 빗변의 길이를 구하는 과정이다. 빈칸에 알맞은 것을 순서대로 나열한 것은?



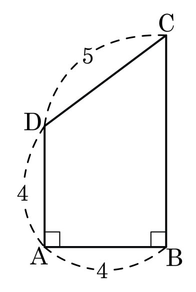
$\overline{AC}^2 + \overline{AB}^2 = \overline{\boxed{\quad ㄱ \quad}}^2$
$x^2 = 5^2 + 12^2 = \boxed{\quad ㄴ \quad}$
$x > 0$ 이므로, $x = \boxed{\quad ㄷ \quad}$

① $\overline{AB}$, 144 , -13
② $\overline{AB}$, 144 , 13
③ $\overline{BC}$, 169 , -13
④ $\overline{BC}$, 169 , 13
⑤ $\overline{BC}$, 196 , -13

해설

$\overline{AC}^2 + \overline{AB}^2 = \overline{BC}^2, x^2 = 5^2 + 12^2 = 169$
$x > 0$ 이므로, $x = 13$

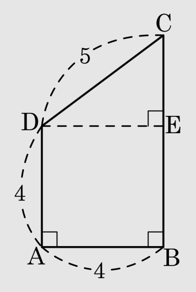
2. 다음 그림에서 $\overline{BC}$ 의 길이는?



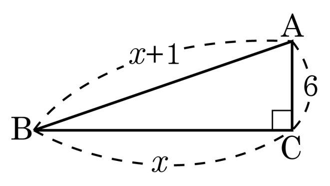
① 7 ② 8 ③ 9 ④ 10 ⑤ 11

해설

점 D를 지나면서 $\overline{AB}$에 평행한 보조선을 긋고 $\overline{BC}$와의 교점을 E라고 하자.
$\triangle DEC$에 피타고라스 정리를 적용하면 $\overline{EC} = 3$
따라서 $\overline{BC} = 4 + 3 = 7$이다.



3. $\triangle$ABC 에서 적절한 x 값을 구하면?

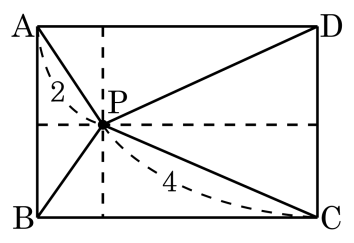


① 16 ② 16.5 ③ 17 ④ 17.5 ⑤ 18

해설

$(x+1)^2 = x^2 + 6^2$
$x^2 + 2x + 1 = x^2 + 36$
$2x = 35$
$\therefore x = 17.5$

4. 정사각형 ABCD 의 내부의 한 점 P 를 잡아 A, B, C, D 와 연결할 때, $\overline{\mathrm{AP}} = 2$, $\overline{\mathrm{CP}} = 4$ 이면, $\overline{\mathrm{BP}}^2 + \overline{\mathrm{DP}}^2$ 의 값은?

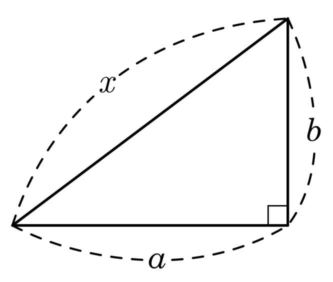


① 15　② 20　③ 25　④ 30　⑤ 35

해설

$\overline{\mathrm{BP}^2} + \overline{\mathrm{DP}^2} = 2^2 + 4^2 = 20$

5. 이차방정식 $x^2 - 14x + 48 = 0$ 의 두 근이 직각삼각형의 빗변이 아닌 두 변의 길이라고 할 때, 이 직각삼각형의 빗변의 길이는?

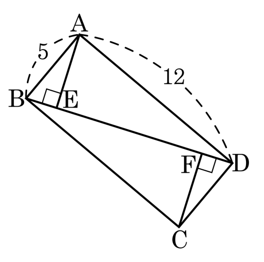


① 8 ② 8 ③ 10 ④ 11 ⑤ 12

해설

$x^2 - 14x + 48 = (x-6)(x-8) = 0,\ x = 6,\ 8$
빗변이 아닌 두 변의 길이가 6, 8 이므로
피타고라스 정리에 따라
$x^2 = 6^2 + 8^2 = 100$
$x > 0$ 이므로 $x = 10$ 이다

6. 다음 그림과 같은 직사각형 ABCD 에서 점 A 와 점 C 가 대각선 BD 에 이르는 거리의 합을 구하면?



① $\frac{118}{13}$ ② $\frac{119}{13}$ ③ $\frac{120}{13}$ ④ $\frac{121}{13}$ ⑤ $\frac{122}{13}$

해설

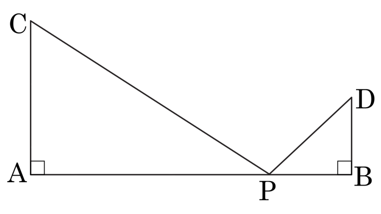
$\triangle$ABD 에서 $\overline{BD} = 13$

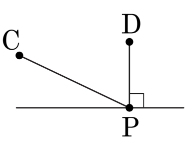
$5 \times 12 = 13 \times \overline{AE}$, $\overline{AE} = \frac{60}{13}$

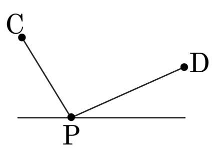
따라서 $\overline{AE} = \overline{CF}$ 이므로

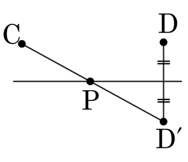
$\overline{AE} + \overline{CF} = \frac{60}{13} + \frac{60}{13} = \frac{120}{13}$ 이다.

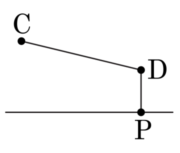
7. 다음 그림에서 $\overline{CA}\perp\overline{AB}$, $\overline{DB}\perp\overline{AB}$ 이고, 점 P 는 $\overline{AB}$ 위를 움직일 때 $\overline{CP}+\overline{PD}$ 의 최단거리를 구하는 방법으로 옳은 것은?

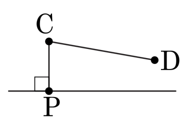


①


②


③


④


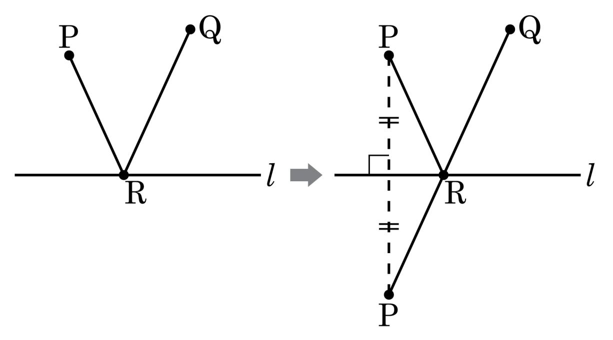
⑤


해설

AB 에 대한 점 D 의 대칭점 D′ 을 잡고 선분 CD′ 가 $\overline{AB}$ 와 만나는 점을 P 로 잡는다.

8. 다음 그림과 같이 점 P, Q가 있을 때, $\overline{PR}+\overline{RQ}$의 값이 최소가 되도록 직선 l 위에 점 R를 잡는 과정이다. 빈칸에 알맞은 것은?

직선 $\square$에 대한 점 P의 대칭점 P′ 을 잡고 선분 $\square$가 직선 l과 만나는 점을 $\square$로 잡는다.

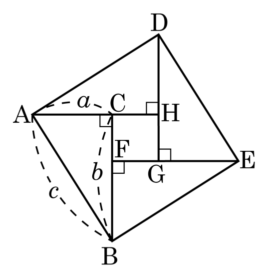


① l, PQ, Q ② l, PQ, R ③ l, P′Q, R
④ Q, PQ, Q ⑤ Q, P′Q, R

해설

l에 대한 점 P의 대칭점 P′ 을 잡고 선분 P′Q가 직선 l과 만나는 점을 R로 잡는다.

9. 다음 그림은 직각삼각형 ABC와 합동인 삼각형을 붙여 정사각형 ABED를 만든 것이다. 다음 중 옳지 <u>않은</u> 것은?



① $\triangle ABC \equiv \triangle EDG$

② $\overline{AC} = \overline{DH} = \overline{GE} = \overline{CF}$

③ $\overline{FG} = b - a$

④ $\square ABED = \square CFGH + \triangle AHD + \triangle ABC + \triangle EFB + \triangle GDE$

⑤ $\square CFGH$는 정사각형

해설

② $\overline{AC} = \overline{DH} = \overline{GE} = \overline{BF}$, $\overline{CF} = \overline{BC} - \overline{BF}$

10. 빗변의 길이가 m^2+n^2 이고, 다른 한 변의 길이가 m^2-n^2 인 직각삼각형의 나머지 한 변의 길이는? (단, $m>0$, $n>0$)

① $m+n$ ② $2m+n$ ③ $m+2n$

④ $2(m+n)$ ⑤ $2mn$

해설

나머지 한 변의 길이를 X 라 하면

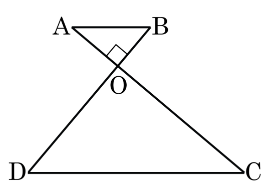
$(m^2+n^2)^2=(m^2-n^2)^2+X^2$

$m^4+2m^2n^2+n^4=m^4-2m^2n^2+n^4+X^2$

$X^2=4m^2n^2=(2mn)^2$

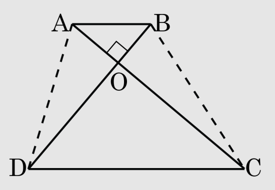
$X>0$, $m>0$, $n>0$ 이므로 $X=2mn$ 이다.

11. 다음 그림과 같이 $\overline{AC} \perp \overline{BD}$ 이고 $\overline{AB} = 4$, $\overline{CD} = 11$ 일 때, $\overline{AD}^2 + \overline{BC}^2$ 의 값을 구하여라.



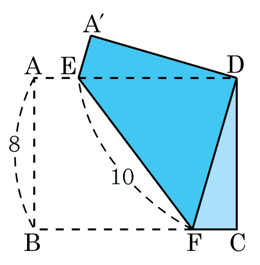
① 127 ② 130 ③ 137
④ 140 ⑤ 157

해설



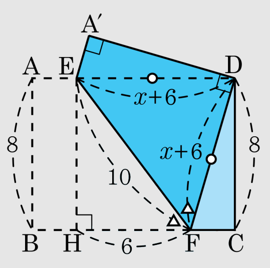
$\triangle$OAD 에서 $\overline{OA}^2 + \overline{OD}^2 = \overline{AD}^2 \cdots$ ①
$\triangle$ODC 에서 $\overline{OD}^2 + \overline{OC}^2 = \overline{CD}^2 \cdots$ ②
$\triangle$OBC 에서 $\overline{OB}^2 + \overline{OC}^2 = \overline{BC}^2 \cdots$ ③
$\triangle$OAB 에서 $\overline{OA}^2 + \overline{OB}^2 = \overline{AB}^2 \cdots$ ④
①과 ③을 변변 더하면
$\overline{OA}^2 + \overline{OB}^2 + \overline{OC}^2 + \overline{OD}^2 = \overline{AD}^2 + \overline{BC}^2 \cdots$ ⑤
②와 ④를 변변 더하면
$\overline{OA}^2 + \overline{OB}^2 + \overline{OC}^2 + \overline{OD}^2 = \overline{AB}^2 + \overline{CD}^2 \cdots$ ⑥
⑤와 ⑥에서 $\overline{AD}^2 + \overline{BC}^2 = \overline{AB}^2 + \overline{CD}^2$ 이므로
$\overline{AD}^2 + \overline{BC}^2 = 4^2 + 11^2 = 16 + 121 = 137$

12. 다음 그림은 직사각형 ABCD 의 점 B 가 점 D 에 오도록 접은 것이다. $\overline{\mathrm{BC}}$ 의 길이는?



① $\frac{32}{3}$ ② $\frac{28}{3}$ ③ $\frac{26}{3}$
④ $\frac{22}{3}$ ⑤ $\frac{20}{3}$

해설



E 에서 $\overline{\mathrm{BC}}$ 에 내린 수선의 발을 H 라 하면 $\overline{\mathrm{HF}} = 6$

$\overline{\mathrm{CF}} = x$ 라 하면 $\overline{\mathrm{CH}} = \overline{\mathrm{DE}} = 6 + x$

접은 각과 엇각에 의해 $\angle\mathrm{DEF} = \angle\mathrm{DFE}$ 이므로

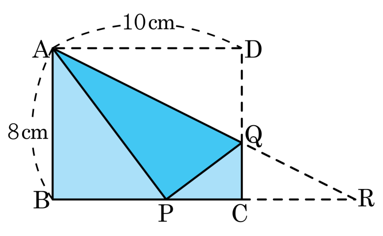
$\overline{\mathrm{DF}} = \overline{\mathrm{DE}} = 6 + x$

$\triangle\mathrm{DFC}$ 에서 $(6+x)^2 = 8^2 + x^2$, $12x = 28$ $\therefore x = \frac{7}{3}$

또한 $\overline{\mathrm{BH}} = \overline{\mathrm{AE}} = \overline{\mathrm{A'E}} = \overline{\mathrm{CF}}$

$\therefore \overline{\mathrm{BC}} = \frac{7}{3} \times 2 + 6 = \frac{32}{3}$

13. 다음 그림과 같이 □ABCD 의 꼭짓점 D 가 $\overline{BC}$ 위의 점 P 에 오도록 접는다. $\overline{AD} = 10\,\text{cm}$, $\overline{AB} = 8\,\text{cm}$ 일 때, △APR 의 넓이는?



① $36\,\text{cm}^2$　　② $38\,\text{cm}^2$　　③ $40\,\text{cm}^2$

④ $42\,\text{cm}^2$　　⑤ $44\,\text{cm}^2$

해설

$\overline{AP} = 10(\text{cm})$ 이므로 $\overline{BP} = 6(\text{cm})$

따라서, $\overline{PC} = 4(\text{cm})$ 이고 $\overline{PQ} = \overline{DQ} = x(\text{cm})$ 로 놓으면

$\overline{CQ} = (8 - x)\,\text{cm}$

△PQC 에서 $x^2 = (8 - x)^2 + 4^2$ 이므로

$x^2 = 64 - 16x + x^2 + 16$

$\therefore\ x = 5(\text{cm})$

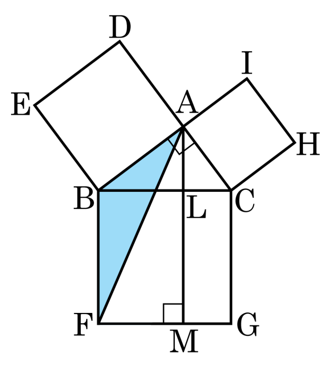
△ADQ ∽ △RCQ (AA 닮음) 이므로

$10 : \overline{CR} = 5 : 3$

$\therefore \overline{CR} = 6(\text{cm})$

$\therefore\ \triangle APR = \frac{1}{2} \times 10 \times 8 = 40(\text{cm}^2)$

14. 다음 그림은 $\angle A = 90°$인 직각삼각형 ABC에서 세변을 각각 한 변으로 하는 정사각형을 그린 것이다. $\triangle ABF$와 넓이가 같지 <u>않은</u> 삼각형은?



① $\triangle EBC$　② $\triangle BLF$　③ $\triangle AFM$　④ $\triangle EAB$　⑤ $\triangle FMB$

해설

① $\triangle EBC$, SAS 합동
② $\triangle BLF$, 밑변과 높이가 같은 삼각형
④ $\triangle EAB$, $\triangle BLF$와 넓이가 같다.
⑤ $\triangle FMB$, 밑변과 높이가 같은 삼각형

15. 6, 7, 8, 9, 10 의 숫자가 적힌 5 장의 카드가 있다. 이 중에서 3 장을 뽑아 그것을 세 변의 길이로 하는 삼각형을 만들 때, 이 삼각형이 둔각삼각형이 될 확률은 ?

① $\frac{1}{8}$ ② $\frac{1}{9}$ ③ $\frac{1}{10}$ ④ $\frac{1}{11}$ ⑤ $\frac{1}{12}$

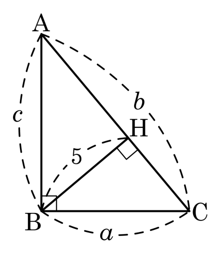
해설

전체 경우의 수는 $\frac{5\times4\times3}{3\times2\times1}=10$,

둔각삼각형이 되는 경우는 $(6,7,10)$

$\therefore$ (확률) $=\frac{1}{10}$

16. 다음 그림과 같이 $\angle B = 90°$ 인 직각삼각형 ABC 의 점 B 에서 $\overline{AC}$ 에 내린 수선의 발을 H 라 하고, $a+b+c=10$, $\overline{BH} = 5\,\text{cm}$ 일 때, 삼각형 ABC 의 넓이를 구하면?



① $25\,\text{cm}^2$　② $\dfrac{25}{2}\,\text{cm}^2$　③ $\dfrac{25}{3}\,\text{cm}^2$

④ $5\,\text{cm}^2$　⑤ $10\,\text{cm}^2$

해설

$(a+c) = 10 - b$ 이므로 양변 제곱을 하면 $(a+c)^2 = (10-b)^2$

$a^2 + 2ac + c^2 = b^2 - 20b + 100$ 피타고라스 정리에 의해서

$b^2 = a^2 + c^2$ 을 이용하면

$b^2 + 2ac = b^2 - 20b + 100$ 이므로

$2ac + 20b = 100 \cdots (1)$

또한 $\overline{AB} \times \overline{BC} = \overline{AC} \times \overline{BH}$ 에서

$5b = ac \cdots (2)$

(1) 에 (2) 를 대입하면

$30b = 100$ 에서

$b = \dfrac{100}{30}$

따라서 $\triangle ABC$ 의 넓이는

$\dfrac{1}{2} \times 5b = \dfrac{50}{6} = \dfrac{25}{3}(\text{cm}^2)$