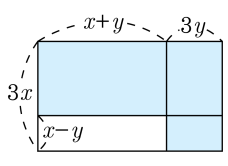
1. 다음 그림의 직사각형에서 색칠한 부분의 넓이를 나타내는 식을 세워 전개하였을 때, y^2 항의 계수는?



① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

$(x+4y)(3x)-(x+y)(x-y)$
$=3x^2+12xy-x^2+y^2$
$=2x^2+12xy+y^2$

2. $(x+y)a-(x-y)b-(y-z)c-4z=0$이 x, y, z의 값에 관계없이 항상 성립할 때, 곱 abc를 구하면?

① 4 ② 8 ③ 16 ④ 32 ⑤ 64

해설

x, y, z에 대해 정리하면

$(a-b)x+(a+b-c)y+(c-4)z=0$

x, y, z에 대한 항등식이므로

$a=b,\ a+b-c=0,\ c=4$

$\therefore\ a=b=2,\ c=4$

$\therefore\ abc=16$

3. x에 관한 삼차식 x^3+mx^2+nx+1을 $x+1$로 나누면 나머지가 5이고, $x-2$로 나누면 나누어떨어진다고 한다. 이 때, $-3(m+n)$의 값은?

① 4 ② 8 ③ 12 ④ 14 ⑤ 18

해설

$$f(x) = x^3+mx^2+nx+1$$
$$= (x+1)Q(x)+5$$

$$f(x) = x^3+mx^2+nx+1$$
$$= (x-2)Q'(x)$$

$$\therefore f(-1) = -1+m-n+1 = 5$$
$$f(2) = 8+4m+2n+1 = 0$$
$$\therefore m = \frac{1}{6},\ n = -\frac{29}{6}$$
$$\therefore m+n = -\frac{14}{3},\ -3(m+n) = 14$$

4. $x^3-6x^2+11x-6$을 인수분해 하면?

① $(x+1)(x-2)(x+3)$ ② $(x-1)(x+2)(x+3)$

③ $(x-1)(x-2)(x-3)$ ④ $(x+1)(x+2)(x-3)$

⑤ $(x-1)(x-2)(x+3)$

해설

인수정리를 이용하면
$f(1)=0,\ f(2)=0,\ f(3)=0$이므로
(준식)$=(x-1)(x-2)(x-3)$

5. 복소수 z 에 대한 다음 보기의 설명 중 옳은 것을 모두 고른 것은? (단, $\bar{z}$ 는 z 의 켤레복소수이다.)

보기

㉠ $z \cdot \bar{z}$는 실수이다.

㉡ $z + \bar{z}$는 실수이다.

㉢ $z - \bar{z}$는 허수이다.

㉣ $(z+1)(\bar{z}+1)$은 실수이다.

① ㉠, ㉡ ② ㉠, ㉣ ③ ㉡, ㉢

④ ㉠, ㉡, ㉣ ⑤ ㉠, ㉡, ㉢, ㉣

해설

$z = a + bi$ $(a,\ b$ 는 실수$)$로 놓으면 $\bar{z} = a - bi$ 이므로

㉠ $z \cdot \bar{z} = (a+bi)(a-bi) = a^2 + b^2$ (실수)

㉡ $z + \bar{z} = (a+bi) + (a-bi) = 2a$ (실수)

㉢ $z - \bar{z} = (a+bi) - (a-bi) = 2bi$

$b = 0$ 이면 실수, $b \neq 0$ 이면 허수이다.

㉣ $(z+1)(\bar{z}+1) = (a+bi+1)(a-bi+1)$

$= (a+1+bi)(a+1-bi)$

$= (a+1)^2 + b^2$ (실수)

6. 다음의 이차방정식에 대한 설명 중 틀린 것은? (단, a, b, c는 실수이다.)

① 이차방정식 $ax^2+bx+c=0$의 두 근을 α, β라 하면 $ax^2+bx+c=a(x-\alpha)(x-\beta)$이다.

② 이차방정식 $ax^2+bx+c=0$의 두 근을 α, β, $D=b^2-4ac$라고 하면 $(\alpha-\beta)^2=\dfrac{D}{a^2}$이다.

③ 이차방정식 $ax^2+bx+c=0$이 서로 다른 부호의 두 실근을 가지기 위한 필요충분 조건은 $ab<0$이다.

④ 이차방정식 $x^2+ax+b=0$이 서로 다른 두 실근을 가지면, $x^2+(a-2c)x+b-ac$도 서로 다른 두 실근을 갖는다.

⑤ 이차방정식 $ax^2+bx+c=0$의 두 근을 α, β라 하면 $\alpha+\beta=-\dfrac{b}{a}$, $\alpha\beta=\dfrac{c}{a}$(단, $a\neq 0$)

해설

③ 이차방정식 $ax^2+bx+c=0$이 서로 다른 부호의 두 실근을 가지기 위한 필요충분 조건은 $ac<0$이다.

7. 두 다항식 A, B 에 대하여 $A+B=-x^3-2x^2+4x+5$, $2A-B=4x^3-x^2-x+1$ 일 때, 두 다항식 A, B 를 구하면?

① $A=x^3+x^2+x+2,\ B=-2x^3-3x^2+3x+3$

② $A=x^3-x^2+x+2,\ B=-2x^3-x^2+3x+3$

③ $A=x^3-x^2+x-2,\ B=-2x^3-x^2+3x+7$

④ $A=x^3-x^2-x+2,\ B=-2x^3-x^2+5x+3$

⑤ $A=3x^3-3x^2+3x+6,\ B=-4x^3+x^2+x-1$

해설

$A+B=-x^3-2x^2+4x+5\cdots$㉠
$2A-B=4x^3-x^2-x+1\cdots$㉡
(㉠ + ㉡) ÷ 3 : $A=x^3-x^2+x+2$
(2㉠ − ㉡) ÷ 3 : $B=-2x^3-x^2+3x+3$

8. 다항식 $f(x) = 4x^3 + ax^2 + x + 1$을 $x + \frac{1}{2}$로 나누면 나머지가 1일 때, 다항식 $f(x)$를 $2x + 1$로 나눈 몫 $Q(x)$와 나머지 R을 구하면?

① $Q(x) = 2x^2 - x,\ R = 1$　② $Q(x) = 2x^2 + x,\ R = 1$

③ $Q(x) = 2x^2 - 2x,\ R = 1$　④ $Q(x) = 4x^2 - 2x,\ R = \frac{1}{2}$

⑤ $Q(x) = 4x^2 + 2x,\ R = \frac{1}{2}$

해설

$f\left(-\frac{1}{2}\right) = 1 = \frac{a}{4} \therefore a = 4$

따라서 $f(x) = 4x^3 + 4x^2 + x + 1$

$= x(4x^2 + 4x + 1) + 1$

$= x(2x + 1)^2 + 1$

$2x + 1$로 나누면 $Q(x) = 2x^2 + x,\ R = 1$

9. $x+y+z=1,\ \ xy+yz+zx=2,\ \ xyz=3$ 일 때, $(x+y)(y+z)(z+x)$ 의 값을 구하면?

① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

$x+y+z=1$에서
$x+y=1-z$
$y+z=1-x$
$z+x=1-y$
$(x+y)(y+z)(z+x)=(1-z)(1-x)(1-y)$
$=1-(x+y+z)+(xy+yz+zx)-xyz$
$=1-1+2-3=-1$

10. 등식 $2x^2-3x-1=a(x-1)(x-2)+bx(x-1)+cx(x-2)$이 x에 관한 항등식이 되도록 할 때, $a+b+c$의 값은?

① 0 ② 1 ③ 2 ④ 3 ⑤ 4

해설

수치대입법을 이용한다.

$x=0$ 대입, $a=-\frac{1}{2}$

$x=2$ 대입, $b=\frac{1}{2}$

$x=1$ 대입, $c=2$

$\therefore\ a+b+c=-\frac{1}{2}+\frac{1}{2}+2=2$

11. 등식 $(2k+1)y-(k+3)x+10=0$ 이 k의 값에 관계없이 항상 성립하도록 하는 상수 x, y에 대하여 $x+y$의 값은?

① 5 ② 6 ③ 7 ④ 8 ⑤ 9

해설

(준식)$=(y-3x+10)+(2y-x)k=0$

$\therefore 2y=x,\ y-3x=-10$

$\therefore x=4,\ y=2$

$\therefore x+y=6$

12. 다항식 $f(x)$를 다항식 $g(x)$로 나눈 몫을 $Q(x)$, 나머지를 $R(x)$라 할 때 $f(x)$를 $\frac{g(x)}{n}$로 나눈 몫과 나머지를 나타낸 것은?

① 몫 : $nQ(x)$, 나머지 $R(x)$
② 몫 : $\frac{Q(x)}{n}$, 나머지 $R(x)$
③ 몫 : $\frac{Q(x)}{n}$, 나머지 $\frac{R(x)}{n}$
④ 몫 : $Q(x)$, 나머지 $\frac{R(x)}{x}$
⑤ 몫 : $nQ(x)$, 나머지 $nR(x)$

해설

$f(x) = g(x)Q(x) + R(x) \cdots ㉠$

$f(x) = \frac{g(x)}{n}Q'(x) + R'(x) \cdots ㉡$

㉠ 에서 $f(x) = nQ(x)\frac{g(x)}{n} + R(x)$,

$\frac{Q'(x)}{n} = Q(x),\ R'(x) = R(x)$

$\therefore\ Q'(x) = n \cdot Q(x),\ R'(x) = R(x)$

13. 다항식 x^3+ax^2+bx+3을 x^2-x-12로 나눈 나머지가 $14x-9$일 때, $a+b$의 값은?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

몫을 $Q(x)$라 하면

x^3+ax^2+bx+3

$=(x^2-x-12)Q(x)+14x-9$

$=(x-4)(x+3)Q(x)+14x-9$

$x=4,\ x=-3$을 각각 대입하면

$16a+4b+67=47\cdots$㉠

$9a-3b-24=-51\cdots$㉡

㉠, ㉡을 연립하여 풀면 $a=-2,\ b=3$

$\therefore\ a+b=1$

14. 이차항의 계수가 1인 두 다항식의 최대공약수가 $x-1$, 최소공배수가 x^3-kx+6일 때, 두 다항식의 합은?

① $2x^2-3x-5$ ② $2x^2-3x+1$ ③ $2x^2-x-1$

④ $2x^2+x-3$ ⑤ $2x^2+2x-4$

해설

최소공배수는 최대공약수를 인수로 가지므로
$x=1$일 때 $1-k+6=0 \quad \therefore k=7$
$x^3-7x+6=(x-1)(x-2)(x+3)$이므로
두 다항식은 $(x-1)(x-2)$, $(x-1)(x+3)$
$\therefore$ 두 다항식의 합은 $2x^2-x-1$

15. 방정식 $x^2-[x]-4=0\ (0<x<4)$의 모든 근의 합은?

① $2\sqrt{6}$ ② $\sqrt{10}$ ③ 3 ④ $\sqrt{7}$ ⑤ $\sqrt{6}$

해설

이차방정식 $x^2-[x]-4=0$에서

(i) $0<x<1$일 때, $[x]=0$이므로

$x^2-4=0,\ (x+2)(x-2)=0$

$\therefore x=-2$ 또는 $x=2$

그런데 $0<x<1$이므로 해가 없다.

(ii) $1\le x<2$일 때, $[x]=1$이므로

$x^2-5=0,\ (x+\sqrt{5})(x-\sqrt{5})=0$

$\therefore x=-\sqrt{5}$ 또는 $x=\sqrt{5}$

그런데 $1\le x<2$이므로 해가 없다.

(iii) $2\le x<3$일 때, $[x]=2$이므로

$x^2-6=0,\ (x+\sqrt{6})(x-\sqrt{6})=0$

$\therefore x=-\sqrt{6}$ 또는 $x=\sqrt{6}$

그런데 $2\le x<3$이므로 $x=\sqrt{6}$

(iv) $3\le x<4$일 때, $[x]=3$이므로

$x^2-7=0,\ (x+\sqrt{7})(x-\sqrt{7})=0$

$\therefore x=-\sqrt{7}$ 또는 $x=\sqrt{7}$

그런데 $3\le x<4$이므로 해가 없다.

따라서 모든 근의 합은 $\sqrt{6}$

16. 양의 실수 a, b에 대하여 x에 대한 이차방정식 $ax^2+2(b+i)x+1+2i=0$의 두 근이 서로 같을 때, $a+b$의 값은?

① $1+\sqrt{5}$ ② $1-\sqrt{5}$ ③ $2+\sqrt{3}$

④ $2-\sqrt{3}$ ⑤ $1+\sqrt{3}$

해설

복소계수 이차방정식에서도 중근을 가질 조건은 $D=0$ 이다.

$ax^2+2(b+i)x+1+2i=0$ 에서

$\frac{D}{4}=(b+i)^2-a(1+2i)=0$

위의 식을 정리하면

$(b^2-1-a)+(2b-2a)i=0 \quad \cdots\cdots ㉠$

a, b 가 실수이므로 ㉠에서

$b^2-1-a=0 \quad \cdots\cdots ㉡$

$2b-2a=0 \quad \cdots\cdots ㉢$

㉢에서 $a=b$

$a=b$ 를 ㉡에 대입하면

$b^2-1-b=0$, $b^2-b-1=0$

$\therefore\ b=\frac{1\pm\sqrt{5}}{2}$

그런데 a, b 가 양의 실수이므로

$a=\frac{1+\sqrt{5}}{2}$, $b=\frac{1+\sqrt{5}}{2}$

$\therefore\ a+b=1+\sqrt{5}$

17. x^{30}을 $x-3$으로 나눌 때 몫을 $Q(x)$, 나머지를 R라 하면 $Q(x)$의 계수의 총합(상수항 포함)과 R과의 차는?

① $\frac{1}{2}(3^{29}+1)$ ② $\frac{1}{2}\cdot 3^{30}$ ③ $\frac{1}{2}(3^{30}-1)$
④ $\frac{1}{2}(3^{30}+1)$ ⑤ $\frac{1}{2}(3^{29}-1)$

해설

$x^{30}=(x-3)Q(x)+R$
$x=3$을 대입하면 $3^{30}=R$
$Q(x)$의 계수의 총합은 $Q(1)$과 같으므로
$x=1$을 대입하면 $1=-2Q(1)+3^{30}$

$\therefore\ Q(1)=\dfrac{3^{30}-1}{2}$

$\therefore\ R-Q(1)=3^{30}-\dfrac{3^{30}-1}{2}=\dfrac{3^{30}+1}{2}=\dfrac{1}{2}(3^{30}+1)$

18. $a+b+c=0$일 때, $a\left(\frac{1}{b}+\frac{1}{c}\right)+b\left(\frac{1}{c}+\frac{1}{a}\right)+c\left(\frac{1}{a}+\frac{1}{b}\right)$의 값을 구하면?

① -3 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 3

해설

$a+b+c=0$이면 $a^3+b^3+c^3=3abc$이다.

$$(\text{준식}) = \frac{a(b+c)}{bc}+\frac{b(a+c)}{ac}+\frac{c(a+b)}{ab}$$
$$= \frac{a^2(-a)+b^2(-b)+c^2(-c)}{abc}$$
$$= \frac{-\left(a^3+b^3+c^3\right)}{abc}$$
$$= \frac{-3abc}{abc} = -3$$

해설

$$a\left(\frac{1}{b}+\frac{1}{c}\right)+b\left(\frac{1}{c}+\frac{1}{a}\right)+c\left(\frac{1}{a}+\frac{1}{b}\right)$$
$$= \left(\frac{a}{b}+\frac{c}{b}\right)+\left(\frac{b}{c}+\frac{a}{c}\right)+\left(\frac{b}{a}+\frac{c}{a}\right)$$
$$= \frac{a+c}{b}+\frac{b+a}{c}+\frac{b+c}{a}$$
$$= \frac{-b}{b}+\frac{-c}{c}+\frac{-a}{a} \ (\because\ a+b+c=0)$$
$$= -3$$

19. $\dfrac{899^3+1}{899\times 898+1}$ 의 양의 약수의 개수는?

① 27 개 ② 25 개 ③ 21 개 ④ 18 개 ⑤ 15 개

해설

$a=899$ 라 치환하면

$$(\text{준 식}) = \frac{a^3+1}{a(a-1)+1}$$

$$= \frac{(a+1)(a^2-a+1)}{a^2-a+1}$$

$$= a+1 = 900$$

$900 = 2^2\times 3^2\times 5^2$

$\therefore$ 900 의 약수의 개수 $= (2+1)\times(2+1)\times(2+1)$

$= 27$

20. 자연수 n에 대해 $x = \left(\frac{\sqrt{2}}{1+i}\right)^{2n} + \left(\frac{\sqrt{2}}{1-i}\right)^{2n}$ 라 하자. x가 될 수 있는 모든 수의 합을 구하면?

① $2i$ ② $-2i$ ③ 0 ④ 2 ⑤ -2

해설

$$x = \left\{\left(\frac{\sqrt{2}}{1+i}\right)^2\right\}^n + \left\{\left(\frac{\sqrt{2}}{1-i}\right)^2\right\}^n$$

$$= \left(\frac{2}{2i}\right)^n + \left(\frac{2}{-2i}\right)^n$$

$$= \left(\frac{1}{i}\right)^n + \left(-\frac{1}{i}\right)^n = (-i)^n + i^n$$

i^n 은 $n = 4k$, $n = 4k+1$, $n = 4k+2$, $n = 4k+3$ 인 경우에 따라 각각 달라지므로 (k 는 자연수)

(i) $n = 4k$ 이면 $x = 1 + 1 = 2$

(ii) $n = 4k+1$ 이면 $x = -i + i = 0$

(iii) $n = 4k+2$ 이면 $x = -1 - 1 = -2$

(iv) $n = 4k+3$ 이면 $x = i - i = 0$

$\therefore\ x = 2,\ 0,\ -2$

따라서, x가 될 수 있는 모든 수의 합은 0

21. 복소수들 사이의 연산 $*$가 다음과 같다고 하자.

$\alpha * \beta = \alpha + \beta + \alpha\beta i$

이 때, $(1+2i) * z = 1$을 만족시키는 복소수 z는?(단, $i = \sqrt{-1}$)

① $1+i$　② $1-i$　③ $-1+i$

④ $-1-i$　⑤ i

해설

$z = a + bi$라 하면

$(1+2i) * z$

$= (1+2i) + (a+bi) + (1+2i)(a+bi)i$

$= (-a-b+1) + (a-b+2)i = 1$

$-a-b+1 = 1,\ a-b+2 = 0$

$a = -1,\ b = 1$

$\therefore\ z = -1+i$

22. 방정식 $3x^2+5x-2=0$의 두 근을 α,β라 하고 방정식 $5x^2+4x+3=0$의 두 근을 γ,δ라 할 때, $\dfrac{1}{\alpha\gamma}+\dfrac{1}{\beta\gamma}+\dfrac{1}{\delta\beta}+\dfrac{1}{\delta\alpha}$의 값은?

① $-\dfrac{10}{3}$ ② $-\dfrac{7}{3}$ ③ $-\dfrac{4}{3}$ ④ $-\dfrac{1}{3}$ ⑤ 1

해설

$\alpha+\beta=-\dfrac{5}{3}$, $\alpha\beta=-\dfrac{2}{3}$, $\gamma+\delta=-\dfrac{4}{5}$, $\gamma\delta=\dfrac{3}{5}$

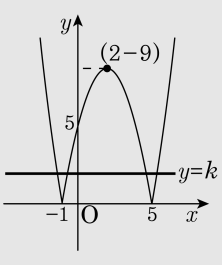
$$\begin{aligned}
&\frac{1}{\alpha\gamma}+\frac{1}{\beta\gamma}+\frac{1}{\delta\beta}+\frac{1}{\delta\alpha}\\
&=\frac{1}{\gamma}\left(\frac{1}{\alpha}+\frac{1}{\beta}\right)+\frac{1}{\delta}\left(\frac{1}{\beta}+\frac{1}{\alpha}\right)\\
&=\left(\frac{1}{\alpha}+\frac{1}{\beta}\right)\left(\frac{1}{\gamma}+\frac{1}{\delta}\right)\\
&=\left(\frac{\alpha+\beta}{\alpha\beta}\right)\left(\frac{\gamma+\delta}{\gamma\delta}\right)\\
&=\frac{-\frac{5}{3}}{-\frac{2}{3}}\times\frac{-\frac{4}{5}}{\frac{3}{5}}=-\frac{10}{3}
\end{aligned}$$

23. x에 대한 방정식 $|x^2-4x-5|=k$가 양의 근 두 개와 음의 근 두 개를 갖도록 하는 실수 k의 값의 범위는?

① $0<k<3$　② $0<k<5$　③ $3<k<5$
④ $1<k<4$　⑤ $-2<k<5$

해설

방정식 $|x^2-4x-5|=k$의 실근의 개수는 함수 $y=|x^2-4x-5|$의 그래프와 직선 $y=k$의 교점의 개수와 같다.
$y=|x^2-4x-5|=|(x+1)(x-5)|=|(x-2)^2-9|$



따라서 주어진 방정식이 양의 근 두 개와 음의 근 두 개를 갖도록 하는 실수 k의 값의 범위는 $0<k<5$

24. 이차함수 $y = -x^2 - 2kx + 4k$ 의 최댓값이 M 일 때, M 의 최솟값을 구하면?

① 1 ② -2 ③ 3 ④ -4 ⑤ 5

해설

$y = -x^2 - 2kx + 4k = -(x+k)^2 + k^2 + 4k$
$M = k^2 + 4k$ 이므로
$M = (k+2)^2 - 4$ 이다.
따라서 M 의 최솟값은 -4 이다.

25. 세 변의 길이가 x, y, z인 삼각형 ABC에서 등식 $(x^4-y^4)(x+y)-2(x^3-y^3)z^2+(x-y)z^4=0$이 성립할 때, $\triangle ABC$는 어떤 삼각형인가?

① $z=x$인 이등변삼각형, 또는 y가 빗변인 직각삼각형

② $y=z$인 이등변삼각형, 또는 x가 빗변인 직각삼각형

③ x가 빗변인 직각삼각형

④ y가 빗변인 직각삼각형

⑤ $x=y$인 이등변 삼각형, 또는 z가 빗변인 직각삼각형

해설

$(x^4-y^4)(x+y)-2(x^3-y^3)z^2+(x-y)z^4$
$=(x-y)(x+y)^2(x^2+y^2)-2(x-y)(x^2+xy+y^2)z^2+(x-y)z^4$
$=(x-y)\{(x^2+2xy+y^2)(x^2+y^2)-2(x^2+xy+y^2)z^2+z^4\}$
$=(x-y)\{x^4+x^2y^2+2x^3y+2xy^3+x^2y^2+y^4-2x^2z^2-2xyz^2-2y^2z^2+z^4\}$
$=(x-y)\{x^4+y^4+z^4+2x^2y^2-2x^2z^2-2y^2z^2+2xy(x^2+y^2-z^2)\}$
$=(x-y)\{(x^2+y^2-z^2)^2+2xy(x^2+y^2-z^2)\}$
$=(x-y)(x^2+y^2-z^2)(x^2+y^2-z^2+2xy)=0$
$\therefore$ $x=y$인 이등변 삼각형 또는 z가 빗변인 직각 삼각형
($\because x^2+y^2-z^2+2xy=(x+y)^2-z^2$에서 삼각형의 변인 x, y, z는 $x+y\neq z$)

26. 자연수 n 에 대하여 $i(1+i)^n$ 이 양의 실수일 때, 다음 중 n 의 값이 될 수 있는 것은?

① 18 ② 19 ③ 20 ④ 21 ⑤ 22

해설

$i(1+i)^n = p(p>0)$, $(1+i)^n = \frac{p}{i} = -pi$

즉, $(1+i)^n =$ 음수 $\times i$ 이어야 한다.

이 때, n 이 홀수이면 $(1+i)^n$ 은 순허수꼴이 될 수 없다.

$n = 2k$ 일 때, $(1+i)^{2k} = (2i)^k$

$k = 4m$ 이면 $(2i)^{4m}$ 이 양의 정수이므로

$k = 4m+1 \Rightarrow (1+i)^{2k} = (2i)^k = (2i)^{4m+1} \Rightarrow$ 양수 $\times 2i$

$k = 4m+2 \Rightarrow (1+i)^{2k} = (2i)^k = (2i)^{4m+2} \Rightarrow$ 양수 $\times (-4)$

$k = 4m+3 \Rightarrow (1+i)^{2k} = (2i)^k = (2i)^{4m+3} \Rightarrow$ 양수 $\times (-8i)$

따라서 $k = 4m+3$, 즉 $n = 2k = 8m+6$ 일 때 조건을 만족한다.

주어진 수 중에서 알맞은 것은 22 이다.

27. 방정식 $|x^2 + (a-2)x - 2| = 1$ 의 모든 근의 합이 0 일 때 상수 a 의 값은?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$| x^2 + (a-2)x - 2 | = 1 \Leftrightarrow x^2 + (a-2)x - 2 = \pm 1$
$x^2 + (a-2)x - 2 = 1$ 의 두 근을 α, β 라 하면 $\alpha + \beta = -(a-2)$ … ㉠
$x^2 + (a-2)x - 2 = -1$ 의 두 근을 γ, δ 라 하면 $\gamma + \delta = -(a-2)$ … ㉡
㉠ + ㉡하면 $\alpha + \beta + \gamma + \delta = -2(a-2)$
모든 근의 합이 0 이므로 $a - 2 = 0 \therefore a = 2$

해설

$f(x) = x^2 + (a-2)x - 2$ 라 놓으면 y 절편이 -2 이므로 방정식 $|f(x)| = 1$ 의 근을 α, β, γ, δ 라 할 때 $\alpha + \beta + \gamma + \delta = 0$ 이기 위해서는 $y = |f(x)|$ 의 그래프는 다음 그림과 같이 y 축에 대하여 대칭이다. (우함수)

$\therefore\ a - 2 = 0,\ a = 2$

28. p와 q가 소수이고, $x^2-px+q=0$이 서로 다른 두 개의 양의 정수근을 가질 때, 다음 중 옳은 문장은 몇 개인가?

> ㈎ 두 근의 차는 홀수이다.
> ㈏ 적어도 한 근은 소수이다.
> ㈐ p^2-q는 소수이다.
> ㈑ $p+q$는 소수이다.

① 1개 ② 2개 ③ 3개 ④ 4개 ⑤ 0개

해설

$x^2-px+q=0$의 서로 다른 양의 정수근을 α, β라 하면
$\alpha+\beta=p$ ……㉠
$\alpha\beta=q$ ……㉡이다.
그런데, q가 소수이므로 ㉡에서 두 근은 1과 q이다.
$\therefore$ ㉠에서 $1+q=p$ $\therefore$ $p-q=1$
그런데 p도 소수이므로 두 소수의 차가 1인 경우는 $p=3, q=2$일 때 뿐이다.
$x^2-3x+2=0$에서 $(x-1)(x-2)=0$
$\therefore$ $x=1, 2$
따라서, 주어진 문장은 모두 옳다.

29. 다음 세 조건을 만족하는 이차방정식 $x^2 - ax + b = 0$은 몇 개 존재하는가?

> ㈎ a, b, c, d는 100 이하의 서로 다른 자연수이다.
> ㈏ c, d는 양의 약수를 3 개만 갖는 자연수이다.
> ㈐ c, d는 방정식 $x^2 - ax + b = 0$의 두 근이다.

① 1가지 ② 2가지 ③ 3가지
④ 4가지 ⑤ 5가지

해설

양의 약수가 홀수 개인 자연수는 완전제곱수이다.
1이 아닌 어떤 수 a^2에 대하여
약수는 일단 1, a^2, a의 세 개가 있는데
더 이상의 약수가 존재하지 않으면 a는 소수이다.
즉 c, d는 소수의 제곱수로 100 이하이므로
2^2, 3^2, 5^2, 7^2의 네 가지 중에 있다.
조건 ㈐에서 $a = c + d$, $b = cd$이고
a, b는 100 이하의 자연수이므로

$$\begin{cases} a = 2^2 + 3^2 \\ b = 2^2 \cdot 3^2 \end{cases}, \quad \begin{cases} a = 2^2 + 5^2 \\ b = 2^2 \cdot 5^2 \end{cases}$$ 의 두 가지

30. 지면으로부터 20 m 높이의 옥상에서 초속 20 m 로 쏘아 올린 물체의 t 초 후의 높이를 h m 라 할 때, 관계식 $h = 20t - t^2 + 20$ 이 성립한다. 높이가 가장 높을 때는 던진 후 몇 초 후인가?

① 2 ② 4 ③ 6 ④ 8 ⑤ 10

해설

$$\begin{aligned} h &= 20t - t^2 + 20 \\ &= -(t^2 - 20t) + 20 \\ &= -(t-10)^2 + 120 \end{aligned}$$

따라서 $t = 10$ 일 때 최댓값 120 를 가진다.