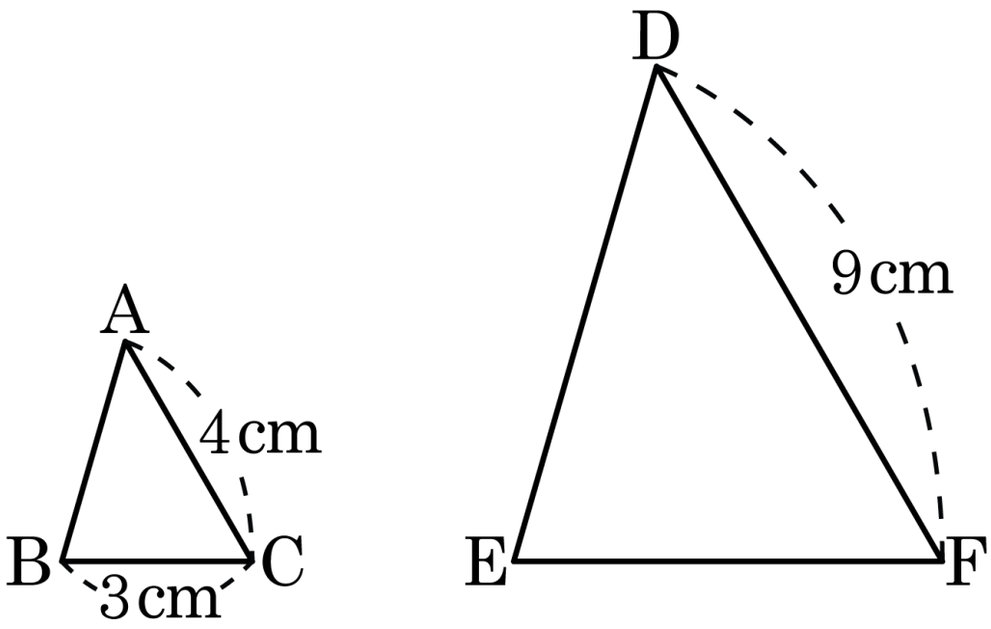
1. $\triangle ABC$와 $\triangle DEF$는 닮음인 관계에 있고 $\overline{BC} = 3\text{cm}$, $\overline{AC} = 4\text{cm}$, $\overline{DF} = 9\text{cm}$일 때, $\overline{EF}$의 길이를 구하여라.



▶ 답 : _____ cm

▷ 정답 : $\frac{27}{4}$ cm

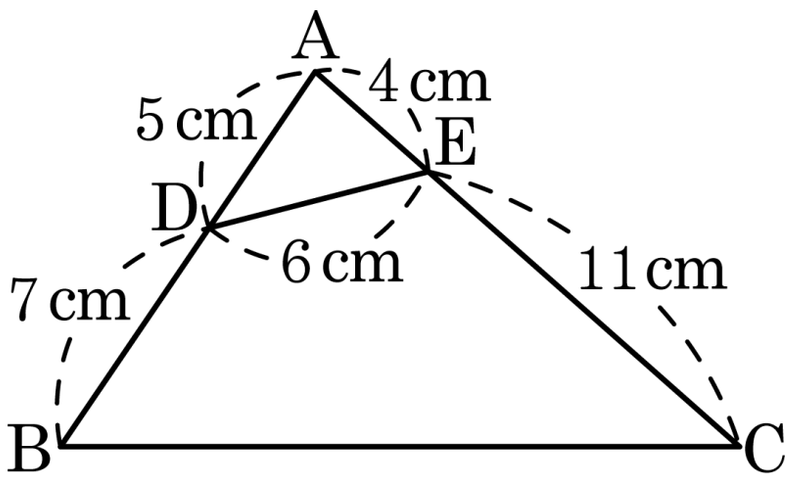
해설

두 닮은 평면도형에서 대응하는 변의 길이의 비는 일정하므로

$4 : 9 = 3 : x$

$\therefore\ x = \frac{27}{4}(\text{cm})$

2. 다음 그림에서 $\overline{BC}$의 길이는?



① 7.5cm ② 10.5cm ③ 12.5cm

④ 15cm ⑤ 18cm

해설

$\triangle ABC$와 $\triangle AED$에서

$\overline{AB} : \overline{AE} = 12 : 4 = 3 : 1$

$\overline{AC} : \overline{AD} = 15 : 5 = 3 : 1$

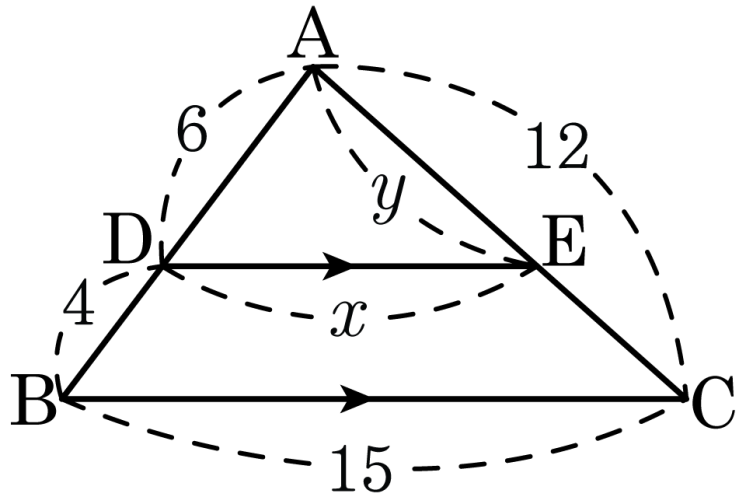
$\angle A$ 는 공통

$\therefore \triangle ABC \backsim \triangle AED$ (SAS 닮음)

$\overline{BC} : \overline{ED} = 3 : 1$ 이므로 $\overline{BC} : 6 = 3 : 1$

$\therefore \overline{BC} = 18(cm)$

3. 다음 그림에서 $x+y$ 의 값은?



① 13.2 ② 15.5 ③ 16 ④ 16.2 ⑤ 16.8

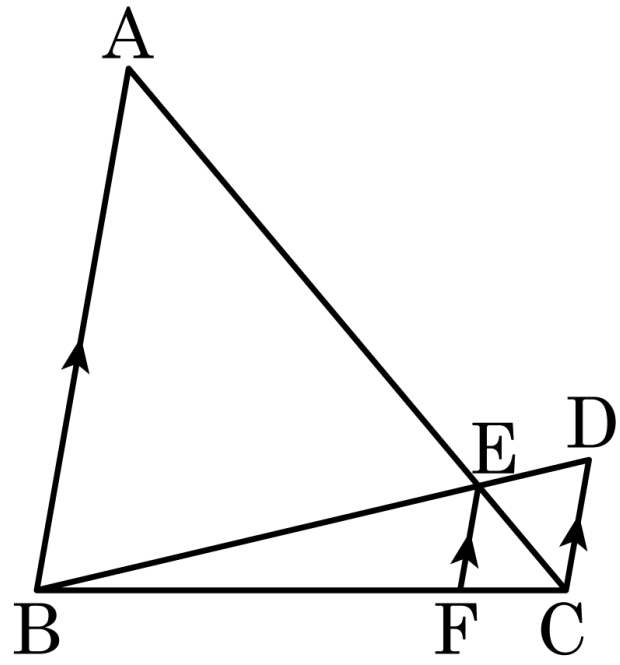
해설

$6 : 10 = x : 15$ $\therefore\ x = 9$

$6 : 10 = y : 12$ $\therefore\ y = 7.2$

$\therefore\ x+y = 16.2$

4. 다음 그림에서 $\overline{AB} // \overline{EF} // \overline{DC}$이고 $\overline{AB} : \overline{CD} = 4 : 1$일 때, $\overline{EF} : \overline{AB}$는?

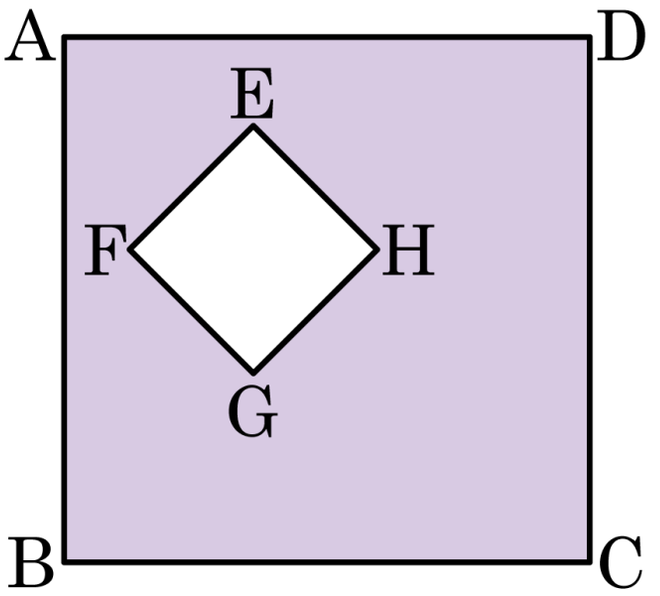


① 1 : 4 ② 1 : 5 ③ 2 : 5 ④ 5 : 2 ⑤ 5 : 1

해설

$\overline{AB} : \overline{CD} = 4 : 1$이므로 $\overline{AE} : \overline{EC} = 4 : 1$이다. $\overline{CE} : \overline{AC} = 1 : 5$이고 $\overline{AB}//\overline{EF}$이므로 $\overline{EF} : \overline{AB} = 1 : 5$이다.

5. 다음 그림과 같이 정사각형 ABCD 의 내부에 정사각형 EFGH 가 있다. 두 정사각형의 한 변의 길이의 비가 3 : 1 일 때, 정사각형 EFGH 와 색칠한 부분의 넓이의 비는?



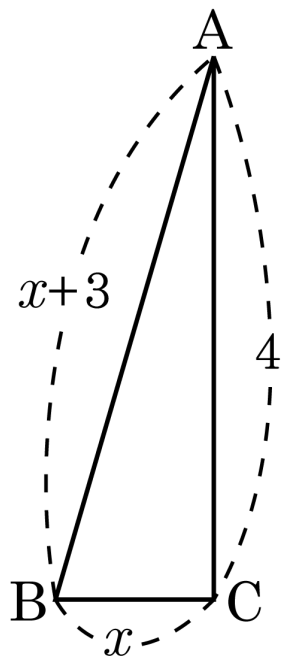
① 1 : 3 ② 1 : 4 ③ 1 : 6 ④ 1 : 8 ⑤ 1 : 9

해설

넓이의 비는 닮음비의 제곱의 비이므로 □EFGH : □ABCD = $1^2 : 3^2 = 1 : 9$ 이다.

따라서 □EFGH : (색칠한 부분의 넓이) = 1 : 8 이다.

6. 다음 그림에서 $\angle C = 90°$ 가 되기 위한 x 의 값을 구하면?



① $\frac{2}{3}$ ② $\frac{5}{6}$ ③ 1 ④ $\frac{7}{6}$ ⑤ $\frac{4}{3}$

해설

$x+3$ 이 빗변이므로 $(x+3)^2 = x^2 + 4^2$ 이 성립한다.

$\therefore\ x = \frac{7}{6}$

7. 동전 3 개와 주사위 2 개를 동시에 던질 때, 나올 수 있는 경우의 수는?

① 72 가지 ② 144 가지 ③ 154 가지

④ 244 가지 ⑤ 288 가지

해설

$2 \times 2 \times 2 \times 6 \times 6 = 288$ (가지)

8. A, B, C, D, E, F 여섯 명이 한 줄로 늘어설 때, F가 맨 앞에 서는 경우의 수는?

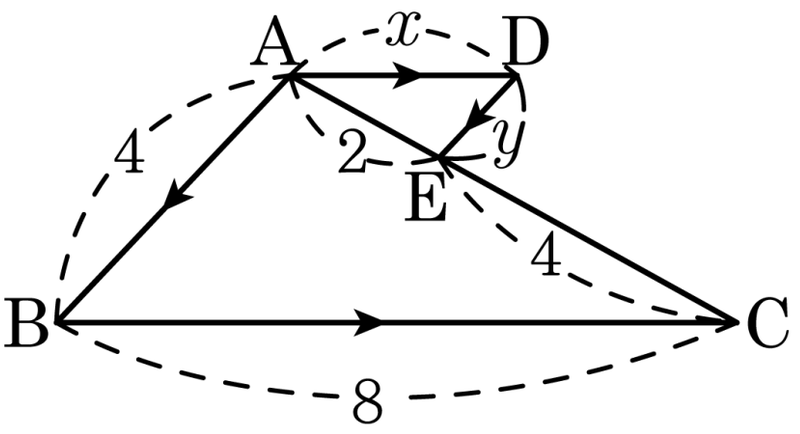
① 60 ② 80 ③ 100 ④ 120 ⑤ 720

해설

F를 앞에 세워 놓고, A, B, C, D, E를 한 줄로 세우는 경우의 수를 구한다.

$5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 120$

9. 다음 그림은 $\overline{AD} // \overline{BC}$, $\overline{AB} // \overline{DE}$ 이다. $\overline{AB} = 4\text{cm}$, $\overline{AC} = 6$, $\overline{AE} = 2\text{cm}$, $\overline{BC} = 8\text{cm}$ 일 때, $\triangle ADE$ 의 둘레의 길이는?



① 4 ② 5 ③ 6 ④ 9 ⑤ 12

해설

$\angle BAC$ 와 $\angle AED$, $\angle ACB = \angle DAE$ 이므로 $\triangle ABC \backsim \triangle EAD$(AA 닮음) 이다.

$4 : 8 : 6 = y : x : 2$

$x = \frac{8}{3}$, $y = \frac{4}{3}$

따라서 $\triangle ADE$ 의 둘레의 길이는 $2 + \frac{8}{3} + \frac{4}{3} = 6$ 이다.

10. 쇠구슬 한 개를 녹여 작은 쇠구슬 27 개를 만들 수 있다. 작은 쇠구슬의 겉넓이를 a , 큰 쇠구슬의 겉넓이를 b 라고 할 때, $\frac{a}{b}$ 의 값을 구하여라.

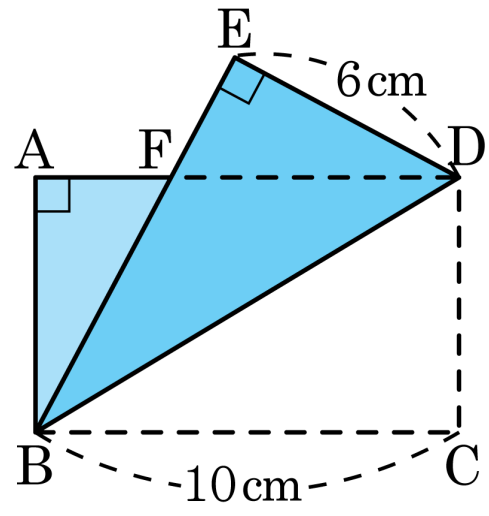
▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{1}{9}$

해설

큰 쇠구슬과 작은 쇠구슬의 부피의 비가 $27 : 1$ 이므로 겉넓이의 비는 $9 : 1$ 이다. 따라서 $\frac{a}{b} = \frac{1}{9}$ 이다.

11. 다음 그림은 직사각형 ABCD 를 대각선 BD 를 접는 선으로 하여 접었을 때, $\overline{FD}$ 의 길이는?



① $\frac{16}{5}$ ② $\frac{32}{5}$ ③ $\frac{34}{5}$ ④ 6 ⑤ 8

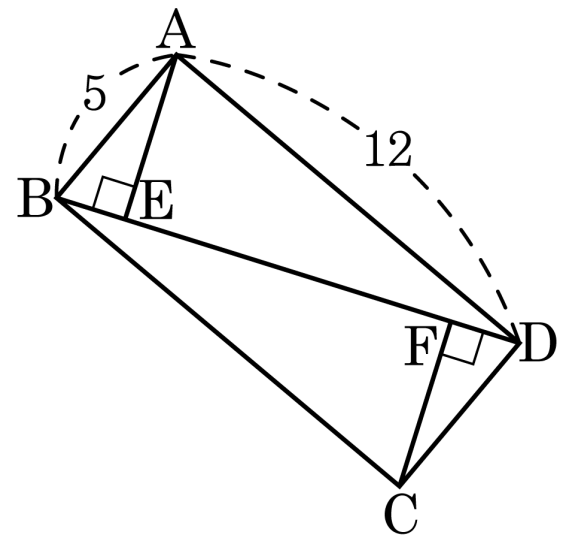
해설

$\triangle BAF \equiv \triangle DEF$ (ASA 합동), $\overline{FD} = x$ 로 놓으면, $\overline{AF} = 10 - x, \overline{BF} = x$

$\triangle ABF$ 에서, $x^2 = 6^2 + (10 - x)^2$

$\therefore\ x = \frac{34}{5}$

12. 다음 그림과 같은 직사각형 ABCD 에서 점 A 와 점 C 가 대각선 BD 에 이르는 거리의 합을 구하면?



① $\frac{118}{13}$ ② $\frac{119}{13}$ ③ $\frac{120}{13}$ ④ $\frac{121}{13}$ ⑤ $\frac{122}{13}$

해설

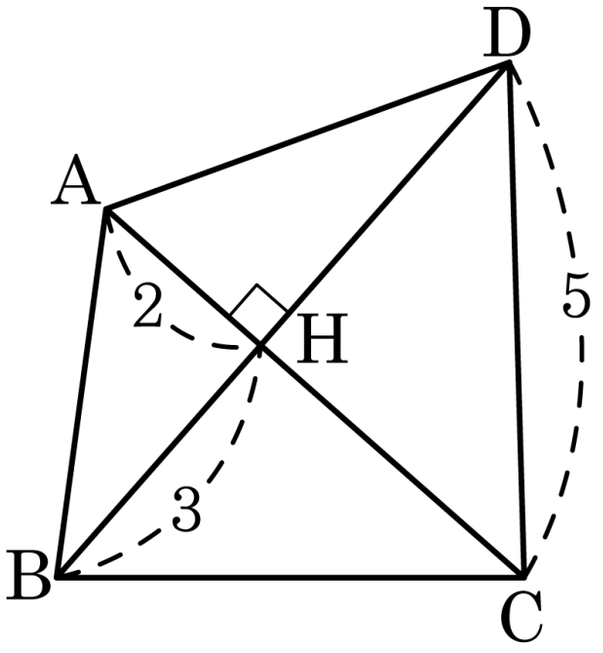
$\triangle ABD$ 에서 $\overline{BD} = 13$

$5 \times 12 = 13 \times \overline{AE}$, $\overline{AE} = \frac{60}{13}$

따라서 $\overline{AE} = \overline{CF}$ 이므로

$\overline{AE} + \overline{CF} = \frac{60}{13} + \frac{60}{13} = \frac{120}{13}$ 이다.

13. 다음 그림의 □ABCD 에서 대각선 AC 와 BD 는 서로 직교하고 있다. 대각선의 교점을 H 라 하고 $\overline{AH} = 2$, $\overline{BH} = 3$, $\overline{CD} = 5$ 일 때, $\overline{AD^2} + \overline{BC^2}$ 의 값을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 38

해설

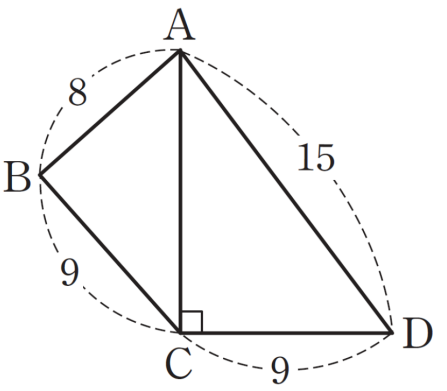
$\overline{AB}^2 + \overline{DC}^2 = \overline{AD}^2 + \overline{BC}^2 = (2^2 + 3^2) + 5^2 = 38$

$\therefore \overline{AD^2} + \overline{BC^2} = 38$

14.

오른쪽 그림에서 $\overline{AB}=8$, $\overline{AD}=15$, $\overline{BC}=9$, $\overline{CD}=9$이고 $\angle C=90^\circ$일 때, $\triangle ABC$는 어떤 삼각형인가?

① 이등변삼각형
② 정삼각형
③ 예각삼각형
④ 둔각삼각형
⑤ 직각삼각형



▶ 답 :

▷ 정답 : ③

해설

$\triangle ACD$에서

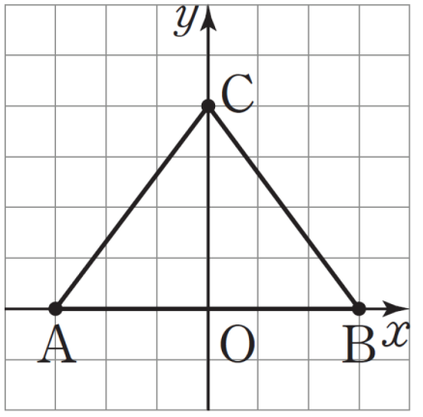
$\overline{AC}^2=15^2-9^2=144 \quad \therefore \ \overline{AC}=12$

$\triangle ABC$에서

$8^2+9^2>12^2$이므로 예각삼각형이다.

15.

오른쪽 그림과 같이 좌표평면 위에 $\overline{AC}=\overline{BC}$인 이등변삼각형 ABC가 있다. A$(-3,\ 0)$, B$(3,\ 0)$, C$(0,\ 4)$일 때, $\triangle$ABC의 둘레의 길이를 구하시오.



▶ 답 :

▷ 정답 : 16

해설

$\overline{AO}=\overline{BO}=3$, $\overline{CO}=4$이므로

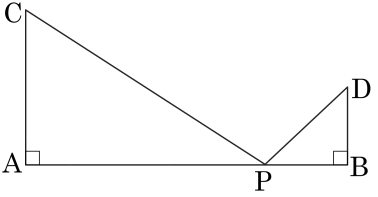
$\triangle$AOC에서

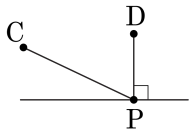
$\overline{AC}^2=3^2+4^2=25$ $\therefore$ $\overline{AC}=\overline{BC}=5$

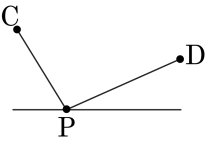
$\therefore$ ($\triangle$ABC의 둘레의 길이)$=\overline{AC}+\overline{AB}+\overline{BC}$

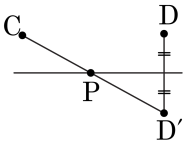
$=5+6+5=16$

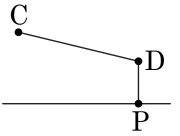
16. 다음 그림에서 $\overline{CA} \perp \overline{AB}$, $\overline{DB} \perp \overline{AB}$ 이고, 점 P는 $\overline{AB}$ 위를 움직일 때 $\overline{CP} + \overline{PD}$의 최단거리를 구하는 방법으로 옳은 것은?

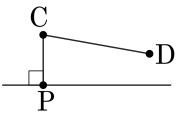


① 

② 

③ 

④ 

⑤ 

해설

AB에 대한 점 D의 대칭점 D′을 잡고 선분 CD′가 $\overline{AB}$와 만나는 점을 P로 잡는다.

17. A, B, C, D 4 명을 모아 놓고 농구를 하였다. 운동이 끝난 후 무심코 가방을 들었을 때, 자기 가방을 든 학생이 한 명도 없을 경우의 수는?

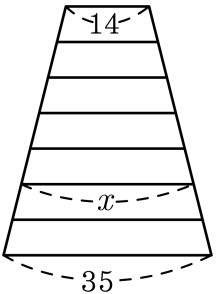
① 5 가지 ② 8 가지 ③ 9 가지

④ 12 가지 ⑤ 15 가지

해설

4 명의 학생을 A, B, C, D 라 하고 그들의 가방을 각각, a, b, c, d 라 할 때,
학생들이 가져간 가방을 (A, B, C, D) 꼴로 나타내 보면
(b, a, d, c), (b, c, d, a), (b, d, a, c), (c, a, d, b), (c, d, a, b), (c, d, b, a), (d, a, b, c), (d, c, a, b), (d, c, b, a)
$\therefore$ 9 가지

18. 다음 그림과 같은 7단짜리 뜀틀이 있다. 가장 윗부분의 길이가 14이고, 가장 아랫부분의 너비가 35일 때, x의 길이를 구하여라. (단, 1 ~ 7 단까지의 뜀틀의 높이는 모두 일정하다.)

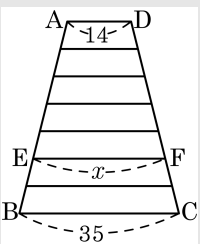


▶ 답:

▷ 정답: 29

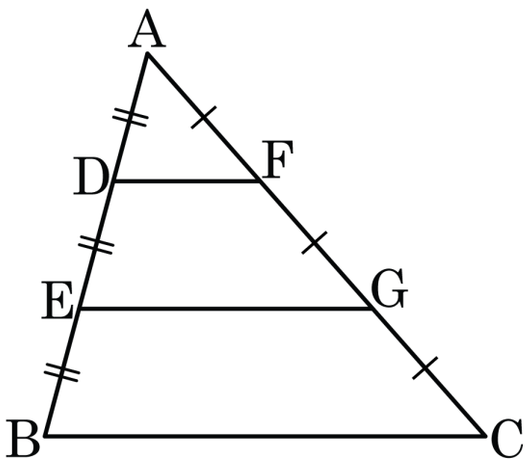
해설

간단히 나타내면 다음 그림과 같고



$\overline{AE} : \overline{EB} = 5 : 2$ 이므로 사다리꼴 ABCD 에서 $\overline{EF} = \frac{2 \times 14 + 5 \times 35}{2 + 5} = 29$ 이다.

19. 다음 그림의 $\triangle ABC$ 에서 점 D, E, F, G 는 $\overline{AB}$, $\overline{AC}$ 의 삼등분점이다. $\triangle ADF = 6\,\mathrm{cm}^2$ 일 때, $\square DEGF$ 와 $\square EBCG$ 의 넓이는?



① $\square DEGF = 16\,\mathrm{cm}^2$, $\square EBCG = 30\,\mathrm{cm}^2$

② $\square DEGF = 12\,\mathrm{cm}^2$, $\square EBCG = 30\,\mathrm{cm}^2$

③ $\square DEGF = 18\,\mathrm{cm}^2$, $\square EBCG = 30\,\mathrm{cm}^2$

④ $\square DEGF = 22\,\mathrm{cm}^2$, $\square EBCG = 30\,\mathrm{cm}^2$

⑤ $\square DEGF = 12\,\mathrm{cm}^2$, $\square EBCG = 35\,\mathrm{cm}^2$

해설

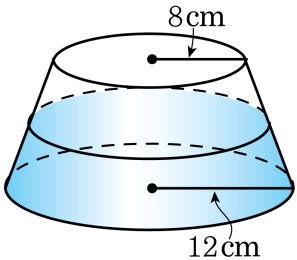
$\triangle ADF : \triangle AEG : \triangle ABC = 1 : 4 : 9$ 이므로

$\triangle ADF : \square DEG : \square EBCG = 1 : 3 : 5$

$\triangle ADF = 6\,\mathrm{cm}^2$ 이므로

$\therefore \square DFGE = 18\ (\mathrm{cm}^2),\ \square EBCG = 30\ (\mathrm{cm}^2)$

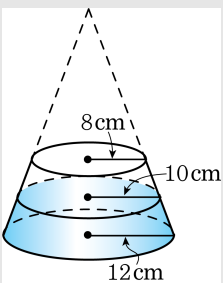
20. 다음 그림과 같은 원뿔대 모양의 그릇에 전체 높이의 $\frac{1}{2}$ 만큼 물을 채우는 데 182 분이 걸렸다. 물을 가득 채우는 데 더 걸리는 시간을 구하여라.



▶ 답 : 분

▷ 정답 : 122분

해설



$8 : 10 : 12 = 4 : 5 : 6$

$4^3 : 5^3 : 6^3 = 64 : 125 : 216$

$(125 - 64) : (216 - 125) = 61 : 91$

더 걸리는 시간을 x 라고 하면

$61 : 91 = x : 182$

$\therefore\ x = 122$ (분)

21. 세 변의 길이가 $a+4, 2a+3, 3a+5$ 인 삼각형 ABC 가 $\angle A > 90^\circ$ 인 둔각삼각형일 때, a 의 최소 정수의 값을 구하여라. (단, $a > 0$ 이다.)

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

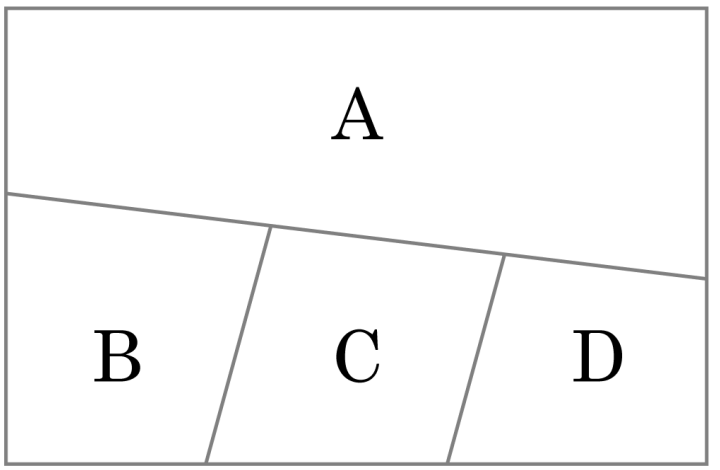
해설

$a+4, 2a+3, 3a+5$ 에서 가장 긴 변은 $3a+5$ 이고, 둔각삼각형이므로

$(3a+5)^2 > (2a+3)^2 + (a+4)^2,\ 4a^2 + 10a > 0,\ 2a^2 + 5a > 0$ 이다.

$a > 0$ 이므로 $2a+5 > 0,\ a > -\frac{5}{2}$ 이다. 따라서 최소 정수는 1 이다.

22. 다음 그림에서 A, B, C, D 네 부분에 빨강, 노랑, 주황, 초록, 검정의 5 가지 색을 칠하려고 한다. 색칠하는 방법은 모두 몇 가지인지 구하여라.
(단, 같은 색을 몇 번이고 사용하여도 좋으나 서로 인접한 곳은 서로 다른 색을 칠하려고 한다.)



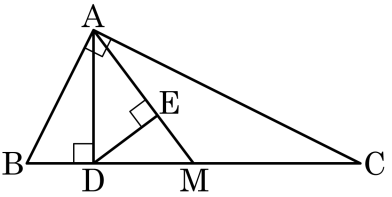
▶ 답 : 가지

▷ 정답 : 180 가지

해설

A 에 칠할 수 있는 색은 5 가지
B 에 칠할 수 있는 색은 A 에 칠한 색을 제외한 4 가지 C 에 칠할 수 있는 색은 A, B 에 칠한 색을 제외한 3 가지
D 에 칠할 수 있는 색은 A, C 에 칠한 색을 제외한 3 가지 따라서 구하는 경우의 수는 $5 \times 4 \times 3 \times 3 = 180$(가지) 이다.

23. 다음 그림의 $\triangle ABC$ 에서 $\angle A = \angle ADB = 90°$, $\overline{BD} = 4$, $\overline{CD} = 16$, $\overline{BM} = \overline{CM}$, $\overline{DE} \perp \overline{AM}$ 일 때, $\overline{AE}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{32}{5}$

해설

조건에서 $\angle ADB = 90°$, $\angle BAD = \angle ACD$ 이므로 $\triangle ABD \backsim \triangle CAD$ (AA 닮음)

따라서 $\overline{AB} : \overline{CA} = \overline{BD} : \overline{AD} = \overline{AD} : \overline{CD}$ 를 이용하여 $\overline{AD}$ 를 구하면

$4 : \overline{AD} = \overline{AD} : 16$

$\overline{AD} = 8$ ($\because$ $\overline{AD} > 0$)

$\angle A$ 가 $90°$ 이므로 $\triangle ABC$ 는 직각삼각형이다. $\triangle ABC$ 의 빗변의 중심 M 은 곧 $\triangle ABC$ 의 외심이므로

$\overline{AM} = \overline{BM} = \overline{CM} = 10$

$\overline{DM} = \overline{BM} - \overline{BD} = 10 - 4 = 6$

$\angle AED = 90°$, $\angle AMD = \angle ADE$ 이므로 $\triangle ADE \backsim \triangle AMD$ (AA 닮음)

따라서 $\overline{AD} : \overline{AM} = \overline{DE} : \overline{MD} = \overline{AE} : \overline{AD}$ 를 이용하여 $\overline{AE}$ 를 구하면 $8 : 10 = \overline{AE} : 8$ 이므로 $\overline{AE} = \frac{8 \times 8}{10} = \frac{32}{5}$ 이다.

24. 예지, 진우, 찬영, 석규, 여준가 한 줄로 서려고 한다. 예지가 가운데 서게 될 확률은?

① $\frac{4}{5}$ ② $\frac{1}{6}$ ③ $\frac{2}{3}$ ④ $\frac{1}{5}$ ⑤ $\frac{1}{3}$

해설

(전체 경우의 수)$=5\times4\times3\times2\times1$이고, (예지가 가운데 서는 경우의 수)$=4\times3\times2\times1$이므로

구하는 확률은 $\frac{4\times3\times2\times1}{5\times4\times3\times2\times1}=\frac{1}{5}$이다.

25. 프로야구 팀인 A 와 B 야구팀은 7 전 4 선승제의 한국시리즈 경기를 하고 있다. A 팀이 3 승으로 앞서 나갈 때, A 팀이 우승할 확률을 구하여라. (단, 매 경기 A 가 B 에게 질 확률은 $\frac{2}{5}$ 이고, 비기는 경우는 없다.)

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{609}{625}$

해설

A 팀 먼저 4 승을 해야 하므로 최대 네 번까지 게임을 할 수 있고 A 팀이 이기면 경기는 끝난다. 승을 ○, 패를 × 로 표시하면

(1) ○ 인 경우 : $\frac{3}{5}$

(2) ×○ 인 경우 : $\frac{2}{5} \times \frac{3}{5} = \frac{6}{25}$

(3) ××○ 인 경우 : $\frac{2}{5} \times \frac{2}{5} \times \frac{3}{5} = \frac{12}{125}$

(4) ×××○ 인 경우 : $\frac{2}{5} \times \frac{2}{5} \times \frac{2}{5} \times \frac{3}{5} = \frac{24}{625}$

따라서 구하는 확률은 $\frac{3}{5} + \frac{6}{25} + \frac{12}{125} + \frac{24}{625} = \frac{609}{625}$ 이다.