

1. 6으로 나누면 5가 남고, 8로 나누면 7이 남고, 9로 나누면 8이 남는 세 자리의 자연수 중 가장 큰 수는?

① 901 ② 941 ③ 959 ④ 935 ⑤ 999

해설

구하는 수를 n 이라 하면
 $n = (6, 8, 9 \text{의 공배수}) - 1$ 인 수이다.
6, 8, 9의 최소공배수는 72이다.
세 자리 자연수 중 가장 큰 72의 배수는 936이다.
 $\therefore n = 936 - 1 = 935$

2. 세 자연수 7, 8, 9 중 어느 것으로 나누어도 나머지가 2 인 세 자리 자연수 중에서 가장 작은 수는?

① 498 ② 500 ③ 502 ④ 504 ⑤ 506

해설

7, 8, 9 의 최소공배수는 504 이므로 구하는 수는 $504 + 2 = 506$ 이다.

3. 10^n 에 가장 가까운 11의 배수 (단, n 은 자연수)를 작은 순서대로 $a_1, a_2, a_3, \dots$ 라 할 때, $a_1 + a_2 + a_3 + a_4 + a_5 + a_6$ 을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1111110

해설

11의 배수는 짝수 자리 수의 합에서 홀수 자리 수의 합을 뺀
절댓값이 0이거나 11의 배수인 수이므로,
 10^n 에서 가장 가까운 11의 배수를 차례대로 구해 보면,
 $10 \rightarrow 11,$
 $10^2 \rightarrow 99,$
 $10^3 \rightarrow 1001,$
 $10^4 \rightarrow 9999,$
 $10^5 \rightarrow 100001,$
 $10^6 \rightarrow 999999,$
 $\therefore a_1 + a_2 + a_3 + a_4 + a_5 + a_6 = 1111110$

4. 네 자리의 정수 $41\square2$ 가 3 의 배수인 동시에 4 의 배수가 되도록 $\square$ 안에 알맞은 수는?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

3의 배수는 자리 수의 합이 3의 배수 이므로 $41\square2 \Rightarrow 4 + 1 + \square + 2 = 7 + \square$ 에서 $\square$ 안에 들어갈 수 있는 수는 2, 5, 8 이다.
4의 배수는 마지막 두 자리가 4의 배수이어야 하므로 $41\square2 \Rightarrow \square2$ 에서
 $\square$ 안에 들어갈 수 있는 수는 1, 3, 5, 7, 9 이다.
따라서 동시에 만족하는 수는 5 이다.

5. $14 \times \square \times 35$ 의 약수의 개수가 36 일 때, $\square$ 안에 들어갈 가장 작은 자연수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 9

해설

(i) $\square = 2^a$ 일 때

$$36 = (5 + 1) \times (2 + 1) \times (1 + 1) \text{ 이므로}$$

$$\square = 2^4 = 16$$

(ii) $\square \neq 2^a$ 일 때

$$36 = (a + 1) \times (1 + 1) \times (2 + 1) \times (1 + 1)$$

$$a = 2, \text{ 가장 작은 자연수는 } 3^2 = 9$$

$\therefore$ (i), (ii)에서 가장 작은 자연수는 9

6. 소인수가 2개인 어떤 자연수가 있다. 이 자연수를 소인수분해한 결과 $\square \times 5^4$ 이고, 약수의 개수가 20개 일 때, 가장 작은 자연수이다. $\square$ 안에 들어갈 가장 작은 자연수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 8

해설

$\square \times 5^4$ 에서 $\square = a^x$ 이라 하면 약수의 개수는 $(x+1) \times (4+1) = 20$ (개) 이므로
 $(x+1) \times (4+1) = (x+1) \times 5 = 20$
 $x+1 = 4 \quad \therefore x = 3$
 a 가 될 수 있는 가장 작은 소인수는 2 이므로
 $\square = 2^3 = 8$