

1. 사차방정식  $x^4 - 11x^2 + 30 = 0$ 의 네 근 중 가장 작은 근을  $a$ , 가장 큰 근을  $b$ 라 할 때,  $a^2 + b^2$ 의 값은?

① 8

② 9

③ 10

④ 11

⑤ 12

해설

$$x^4 - 11x^2 + 30 = 0$$

$$(x^2 - 5)(x^2 - 6) = 0$$

$$\therefore x = \pm\sqrt{5}, x = \pm\sqrt{6}$$

가장 작은 근  $a = -\sqrt{6}$ , 가장 큰 근  $b = \sqrt{6}$

$$\therefore a^2 + b^2 = 6 + 6 = 12$$

2.  $x^4 - 5x^2 - 14 = 0$ 의 두 허근을  $\alpha, \beta$ 라 할 때,  $\alpha^2 + \beta^2$ 의 값을 구하면?

- ① 4      ② -4      ③ 8      ④ -8      ⑤ -16

해설

$x^4 - 5x^2 - 14 = (x^2 + 2)(x^2 - 7) = 0$ 이므로

두 허근  $\alpha, \beta$ 는

각각  $\sqrt{2}i, -\sqrt{2}i$ 이므로

$\alpha^2 + \beta^2 = -2 - 2 = -4$

3. 방정식  $x^3 - x^2 - 11x + 3 = 0$ 의 유리수 근이 아닌 두 근을  $\alpha, \beta$ 라 할 때,  $\sqrt{\alpha^2 + 1} + \sqrt{\beta^2 + 1}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 :  $2\sqrt{6}$

해설

$$\begin{aligned}x^3 - x^2 - 11x + 3 &= 0 \\(x + 3)(x^2 - 4x + 1) &= 0 \\\therefore x &= -3, 2 \pm \sqrt{3} \\\sqrt{\alpha^2 + 1} + \sqrt{\beta^2 + 1} \\&= \sqrt{(2 + \sqrt{3})^2 + 1} + \sqrt{(2 - \sqrt{3})^2 + 1} \\&= \sqrt{8 + 4\sqrt{3}} + \sqrt{8 - 4\sqrt{3}} \\&= \sqrt{8 + 2\sqrt{12}} + \sqrt{8 - 2\sqrt{12}} \\&= (\sqrt{6} + \sqrt{2}) + (\sqrt{6} - \sqrt{2}) = 2\sqrt{6}\end{aligned}$$

4. 사차방정식  $x^4 - 2x^3 + x^2 - 4 = 0$  의 서로 다른 두 허근의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

-1

1

-2

1

0

-4

-1

3

-4

4

2

1

-3

4

-4

0

2

-2

4

1

-1

2

0

$(x+1)(x-2)(x^2-x+2)=0$

따라서 두 허근은  $x^2-x+2=0$  의 근

허근의 합은 근과 계수와의 관계에 의해  $\alpha+\beta=1$

5.  $x^3 - 2x^2 - 5x + 6 = 0$  의 해를 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 :  $x = 1$

▷ 정답 :  $x = -2$

▷ 정답 :  $x = 3$

해설

$f(x) = x^3 - 2x^2 - 5x + 6$  으로 놓으면  
 $f(1) = 1 - 2 - 5 + 6 = 0$  이므로, 조립제법에 의하면

|   |  |   |    |    |    |
|---|--|---|----|----|----|
| 1 |  | 1 | -2 | -5 | 6  |
|   |  |   | 1  | -1 | -6 |
|   |  | 1 | -1 | -6 | 0  |

$$x^3 - 2x^2 - 5x + 6 = (x - 1)(x^2 - x - 6)$$
$$= (x - 1)(x + 2)(x - 3)$$
$$\therefore x = 1 \text{ 또는 } x = -2 \text{ 또는 } x = 3$$

6. 방정식  $x^3 - 6x^2 + 11x - 6 = 0$  의 해를 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 :  $x = 1$

▷ 정답 :  $x = 2$

▷ 정답 :  $x = 3$

해설

$f(1) = 1^3 - 6 \times 1^2 + 11 \times 1 - 6 = 0$  이므로  $f(x)$  는  $x - 1$  을  
인수로 갖는다.

따라서  $f(x)$  를  $x - 1$  로 나눈 몫을 다음 조립제법으로 구한다.

|   |  |   |    |    |    |
|---|--|---|----|----|----|
| 1 |  | 1 | -6 | 11 | -6 |
|   |  |   | 1  | -5 | 6  |
|   |  | 1 | -4 | 5  | 0  |

$\therefore f(x) = (x - 1)(x^2 - 5x + 6) = (x - 1)(x - 2)(x - 3) = 0$

$\therefore x = 1$  또는  $x = 2$  또는  $x = 3$

7. 방정식  $(x^2 + x + 2)^2 + 8 = 12(x^2 + x)$  의 모든 근의 합은?

- ① 1                      ② 0                      ③ -1                      ④ -2                      ⑤ -3

해설

$$x^2 + x = Y \text{ 라 하면, } (Y + 2)^2 + 8 = 12Y$$

$$Y^2 - 8Y + 12 = 0, (Y - 2)(Y - 6) = 0$$

$$Y = 2 \text{ 또는 } Y = 6$$

$$(i) Y = 2$$

$$x^2 + x - 2 = 0 \Rightarrow x = -2 \text{ 또는 } x = 1$$

$$(ii) Y = 6$$

$$x^2 + x - 6 = 0 \Rightarrow x = -3 \text{ 또는 } x = 2$$

$$\therefore \text{ 모든 근의 합} = -2$$

8. 방정식  $x(x+2)(x+4)(x+6)+15=0$  을 풀면?

- ①  $x = -2$  또는  $x = -3$  또는  $x = -2 \pm \sqrt{3}$
- ②  $x = 2$  또는  $x = 4$  또는  $x = -3$  또는  $x = -5$
- ③  $x = -2 \pm \sqrt{5}$  또는  $x = -1 \pm \sqrt{6}$
- ④  $x = -3 \pm \sqrt{5}i$  또는  $x = -2 \pm \sqrt{6}i$
- ⑤  $x = -1$  또는  $x = -5$  또는  $-3 \pm \sqrt{6}$

해설

$x(x+6) = x^2 + 6x$   
 $(x+2)(x+4) = x^2 + 6x + 8$   
 $x^2 + 6x = X$ 로 놓으면  
 $x(x+2)(x+4)(x+6) + 15 = 0$   
 $X(X+8) + 15 = 0,$   
 $X^2 + 8X + 15 = 0$   
 $(X+3)(X+5) = 0$   
 $\therefore X = -3, X = -5$   
ⓐ :  $X = -3 \Rightarrow x^2 + 6x + 3 = 0,$   
 $x = -3 \pm \sqrt{9-3} = -3 \pm \sqrt{6}$   
ⓑ :  $X = -5 \Rightarrow x^2 + 6x + 5 = 0,$   
 $(x+5)(x+1) = 0, x = -1, -5$

9. 다음 사차방정식을 풀 때 근이 아닌 것을 구하면?

$$(x^2 - 2x)^2 - 6(x^2 - 2x) - 16 = 0$$

- ① 4      ② -4      ③ -2      ④  $1 + i$       ⑤  $1 - i$

해설

$x^2 - 2x = X$  로 놓으면 주어진 방정식은

$$X^2 - 6X - 16 = 0, (X - 8)(X + 2) = 0$$

$\therefore x = 8$  또는  $X = -2$

$$(i) X = 8 \text{ 일 때 } x^2 - 2x = 8 \text{ 에서 } (x - 4)(x + 2) = 0$$

$\therefore x = 4$  또는  $x = -2$

$$(ii) X = -2 \text{ 일 때 } x^2 - 2x = -2 \text{ 에서 } x^2 - 2x + 2 = 0$$

$\therefore x = 1 \pm i$

따라서 (i), (ii) 에서  $x = 4$  또는  $x = -2$  또는  $x = 1 \pm i$

10. 다음 방정식의 모든 해의 곱을 구하여라.

$$(x^2 - 2x)(x^2 - 2x - 2) - 3 = 0$$

▶ 답 :

▷ 정답 :  $-3$

해설

$(x^2 - 2x)(x^2 - 2x - 2) - 3 = 0$  에서  
 $x^2 - 2x = t$  로 놓으면  
 $t(t - 2) - 3 = 0,$   
 $t^2 - 2t - 3 = 0$   
 $(t - 3)(t + 1) = 0$   
 $\therefore t = 3$  또는  $t = -1$   
( i )  $t = 3$  , 즉  $x^2 - 2x = 3$  일 때  
 $x^2 - 2x - 3 = 0$   
 $(x - 3)(x + 1) = 0$   
 $\therefore x = -1$  또는  $x = 3$   
( ii )  $t = -1$  , 즉  $x^2 - 2x = -1$  일 때  
 $x^2 - 2x + 1 = 0$   
 $(x - 1)^2 = 0$   
 $\therefore x = 1$  (중근)  
따라서,  $-1 \times 3 \times 1 = -3$

11. 방정식  $(x^2 + x + 2)^2 = x^2 + x + 4$ 의 두 허근을  $\alpha, \beta$ 라 할 때,  $\alpha^2 + \beta^2$ 의 값은?

① -5      ② -3      ③ -1      ④ 1      ⑤ 3

해설

$(x^2 + x + 2)^2 = x^2 + x + 4$ 에서

$x^2 + x + 2 = A$ 라 하면

$A^2 = A + 2,$

$A^2 - A - 2 = 0, (A + 1)(A - 2) = 0$

$\therefore A = -1$  또는  $A = 2$

( i )  $x^2 + x + 2 = -1$ 일 때,  $x^2 + x + 3 = 0$

( ii )  $x^2 + x + 2 = 2$ 일 때,  $x^2 + x = 0$

( i ), ( ii )에서  $\alpha, \beta$ 는 허근이므로  $x^2 + x + 3 = 0$ 의 근이 된다.

따라서,  $\alpha + \beta = -1, \alpha\beta = 3$ 이므로

$\alpha^2 + \beta^2 = (\alpha + \beta)^2 - 2\alpha\beta = (-1)^2 - 2 \times 3 = -5$

12. 사차방정식  $2x^4 + 7x^2 - 4 = 0$ 의 두 허근을  $\alpha, \beta$ 라 할 때,  $\frac{\beta}{\alpha}$ 의 값은?

- ①  $1+i$       ②  $i$       ③  $0$       ④  $-1$       ⑤  $24$

해설

$$2x^4 + 7x^2 - 4 = 0 \text{에서 } x^2 = t \text{라 하면}$$

$$2t^2 + 7t - 4 = 0, (2t - 1)(t + 4) = 0$$

$$\therefore t = \frac{1}{2} \text{ 또는 } t = -4$$

$$\therefore x = \sqrt{\frac{1}{2}} \text{ 또는 } x = \pm 2i$$

이 때,  $\alpha, \beta$ 는 허근이므로

$$\alpha = 2i, \beta = -2i \text{ 또는 } \alpha = -2i, \beta = 2i$$

$$\therefore \frac{\beta}{\alpha} = -1$$

13. 방정식  $(x^2 + 2)^2 - 6x^2 - 7 = 0$ 의 두 실근의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 0

해설

$(x^2 + 2)^2 - 6x^2 - 7 = 0$ 에서  
 $x^4 + 4x^2 + 4 - 6x^2 - 7 = 0$   
 $x^4 - 2x^2 - 3 = 0$   
 $x^2 = t$ 로 치환하면  
 $t^2 - 2t - 3 = 0, (t - 3)(t + 1) = 0$   
 $\therefore t = 3$  또는  $t = -1$   
( i )  $x^2 = 3$  일 때,  $x = \pm\sqrt{3}$   
( ii )  $x^2 = -1$  일 때,  $x = \pm i$   
( i ), ( ii )에서 실근의 합을 구하면  
 $\sqrt{3} + (-\sqrt{3}) = 0$

14. 다음 중 사차방정식  $x^4 + x^2 + 1 = 0$ 의 근에 해당하는 것을 모두 고르면?

①  $\frac{-1 + \sqrt{3}i}{2}$

②  $\frac{1 - \sqrt{3}i}{2}$

③  $\frac{1 + \sqrt{3}}{2}$

④  $1 + \sqrt{3}i$

⑤  $\frac{\sqrt{3} - i}{2}$

해설

$x^4 + x^2 + 1 = 0$ 을 변형하면  
 $x^4 + 2x^2 + 1 - x^2 = 0$ ,  
 $(x^2 + 1)^2 - x^2 = 0$   
 $(x^2 + 1 + x)(x^2 + 1 - x) = 0$ ,  
 $x^2 + x + 1 = 0$  또는  $x^2 - x + 1 = 0$   
 $\therefore x = \frac{-1 \pm \sqrt{3}i}{2}$  또는  $x = \frac{1 \pm \sqrt{3}i}{2}$

15. 삼차방정식  $(x-1)(x^2+x+a+1)=0$ 의 실근이 1뿐일 때, 실수  $a$ 의 범위를 구하면?

①  $a > -\frac{3}{4}$

②  $a > -\frac{3}{2}$

③  $a > -1$

④  $a > 0$

⑤  $a > 1$

해설

준식의 실근이 1뿐이기 위해서는  $x^2+x+a+1=0$ 의 근이 허근이거나  $x=1$ 을 중근으로 가져야 한다.

( i ) 허근을 가질 경우

$$D=1-4(a+1)<0, \quad -3<4a$$

$$\therefore a > -\frac{3}{4}$$

( ii )  $x=1$ 을 중근으로 가질 경우

$D=1-4(a+1)=0$ 이고  $1+1+a+1=0$ 을 동시에 만족하는  $a$ 의 값은 없다.

( i ), ( ii )에서  $a > -\frac{3}{4}$

16.  $1 - \sqrt{2}$  가 방정식  $2x^2 + px + q = 0$  의 해이고 유리수  $p, q$  가  $x^3 + ax^2 + 2x + b = 0$  의 해 일 때  $b$  의 값은?

① 2                      ② -2                      ③ 4                      ④ -6                      ⑤ -8

해설

유리수 계수의 이차방정식이므로 한 근이  $1 - \sqrt{2}$  이면  
다른 한 근은  $1 + \sqrt{2}$  이다.  
두 근의 합은 2  
두 근의 곱은 -1  
 $\therefore p = -4, \quad q = -2$  ( $\because$  근과 계수의 관계를 이용)  
 $p = -4, \quad q = -2$  을 주어진 삼차방정식에 대입하면  
 $-64 + 16a - 8 + b = 0, \quad -8 + 4a - 4 + b = 0$  연립하여 풀면  
 $a = 5, \quad b = -8$

17.  $x$ 에 대한 삼차방정식  $x^3 + (1 - 2a)x^2 + a(a - 2)x + a^2 = 0$ 의 근이 오직 하나 뿐일 때, 실수  $a$ 의 값은?

①  $-2$       ②  $-1$       ③  $0$       ④  $1$       ⑤  $2$

해설

$f(x) = x^3 + (1 - 2a)x^2 + a(a - 2)x + a^2$ 으로 놓으면

$f(a) = a^3 + (1 - 2a) \cdot a^2 + a(a - 2) \cdot a + a^2 = 0$

조립제법을 이용하여  $f(x)$ 를 인수분해하면

$(x - a)^2(x + 1) = 0$

주어진 방정식의 근이 오직 하나뿐이므로  $x = -1$ 을 삼중근으로 갖는다.

$\therefore a = -1$

18.  $x$ 에 대한 삼차방정식  $x^3 + 2x^2 + (k+1)x + k = 0$ 의 근이 모두 실근이 되도록 하는 실수  $k$ 의 값의 범위는?

①  $-1 \leq k$

②  $1 \leq k < 2$

③  $k > 0$

④  $-1 < k \leq \frac{1}{4}$

⑤  $k \leq \frac{1}{4}$

해설

방정식  $x^3 + 2x^2 + (k+1)x + k = 0$ 을 조립제법을 이용하여 인수분해하면

$$(x+1)(x^2 + x + k) = 0$$

이 때, 주어진 방정식의 모든 근이 실근이 되려면

방정식  $x^2 + x + k = 0$ 이 실근을 가져야 하므로

$$D = 1^2 - 4k \geq 0$$

$$\therefore k \leq \frac{1}{4}$$

19. 다음 세 개의 방정식이 공통근을 가질 때,  $ab$ 의 값은?

$x^3 + x^2 - 5x + 3 = 0, \quad x^3 + 2x^2 + ax + b = 0, \quad x^2 + bx + a = 0$

- ①  $-1$
- ②  $3$
- ③  $-\frac{9}{4}$
- ④  $\frac{9}{16}$
- ⑤  $-\frac{81}{16}$

해설

$x^3 + x^2 - 5x + 3 = 0$ 의 좌변을 인수분해하면  $(x - 1)^2(x + 3) = 0$ .  $x = 1$  또는  $x = -3$

( i ) 공통근이  $x = 1$ 인 경우 나머지 두 방정식에  $x = 1$ 을 대입하면 두 식을 동시에 만족하는  $a, b$ 값은 없다.

( ii ) 공통근이  $x = -3$ 인 경우 다른 두 방정식은  $x = -3$ 을 근으로 하므로  $\{-27 + 18 - 3a + b = 0\} \cdots \cdots \textcircled{\tiny{㉠}}$

$\{9 - 3b + a = 0\} \cdots \cdots \textcircled{\tiny{㉡}}$

$\textcircled{\tiny{㉠}}, \textcircled{\tiny{㉡}}$ 을 연립하여 풀면  $a = -\frac{9}{4}, b = \frac{9}{4}, ab = -\frac{81}{16}$

20. 다음 방정식의 실근의 합을 구하여라.

$$x^4 + 5x^3 - 12x^2 + 5x + 1 = 0$$

▶ 답 :

▷ 정답 : -6

해설

$x = 0$ 을 대입하면  
 $1 = 0$ 이 되어 모순이므로  $x \neq 0$ 이다.  
따라서, 주어진 식의 양변을  
 $x^2$ 으로 나누면  
$$x^2 + 5x - 12 + \frac{5}{x} + \frac{1}{x^2} = 0$$
$$\left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right) + 5\left(x + \frac{1}{x}\right) - 12 = 0$$
$$\therefore \left(x + \frac{1}{x}\right)^2 + 5\left(x + \frac{1}{x}\right) - 14 = 0$$
여기서  $x + \frac{1}{x} = X$ 로 놓으면  
 $X^2 + 5X - 14 = 0, (X + 7)(X - 2) = 0$ 
$$\therefore X = -7 \text{ 또는 } X = 2$$
( i )  $X = -7$ 일 때,  
 $x + \frac{1}{x} = -7$ 에서  
$$x^2 + 7x + 1 = 0$$
$$\therefore \frac{-7 \pm 3\sqrt{5}}{2}$$
( ii )  $X = 2$ 일 때,  
 $x + \frac{1}{x} = 2$ 에서  
$$x^2 - 2x + 1 = 0, (x - 1)^2 = 0$$
$$\therefore x = 1$$
( i ), ( ii )로부터  
$$x = 1(\text{중근}) \text{ 또는 } x = \frac{-7 \pm 3\sqrt{5}}{2}$$
따라서, 모든 근의 합은  
$$1 + \frac{-7 + 3\sqrt{5}}{2} + \frac{-7 - 3\sqrt{5}}{2} = -6 \text{이다.}$$

21. 오차방정식  $x^5 - 3x^4 + x^3 + x^2 - 3x + 1 = 0$ 의 허근을  $\alpha, \beta$ 라 할 때,  $\alpha + \beta$ 의 값은?

- ① 0      ② 1      ③ 2      ④ 3      ⑤ 4

해설

방정식  $x^5 - 3x^4 + x^3 + x^2 - 3x + 1 = 0$ 에서

$$(x+1)(x^4 - 4x^3 + 5x^2 - 4x + 1) = 0$$

$\therefore x+1=0$  또는

$$x^4 - 4x^3 + 5x^2 - 4x + 1 = 0$$

( i )  $x+1=0$ 에서  $x=-1$

( ii )  $x^4 - 4x^3 + 5x^2 - 4x + 1 = 0$ 의 양변을

$x^2$ 으로 나누면

$$x^2 - 4x + 5 - \frac{4}{x} + \frac{1}{x^2} = 0$$

$$\left(s^2 + \frac{1}{x^2}\right) - 4\left(x + \frac{1}{x}\right) + 5$$

$$= 0 \left(x + \frac{1}{x}\right)^2 - 4\left(x + \frac{1}{x}\right) + 3 = 0$$

이 때,  $x + \frac{1}{x} = t$ 로 치환하면

$$t^2 - 4t + 3 = 0, (t-1)(t-3) = 0$$

$\therefore t=1$  또는  $t=3$

$$\textcircled{1} x + \frac{1}{x} = 1 \text{ 일 때, } x^2 - x + 1 = 0$$

$$\therefore x = \frac{1 \pm \sqrt{3}i}{2}$$

$$\textcircled{2} x + \frac{1}{x} = 3 \text{ 일 때, } x^2 - 3x + 1 = 0$$

$$\therefore x = \frac{3 \pm \sqrt{5}}{2}$$

따라서, 주어진 방정식의

두 허근이  $\frac{1 \pm \sqrt{3}i}{2}$  이므로

두 허근  $\alpha, \beta$ 의 합은

$\alpha + \beta = 1$ 이다.

22. 사차방정식  $x^4 + x^3 + 2x^2 + x + 1 = 0$  을 만족하는 모든 근의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 :  $-1$

해설

$x^4 + x^3 + 2x^2 + x + 1 = 0$  의 양변을

$x^2$  으로 나누면

$$x^2 + x + 2 + \frac{1}{x} + \frac{1}{x^2} = 0$$

$$\left(x + \frac{1}{x}\right)^2 + \left(x + \frac{1}{x}\right) = 0$$

$x + \frac{1}{x} = t$  로 치환하면

$$t^2 + t = 0, t(t + 1) = 0$$

$$\therefore t = 0 \text{ 또는 } t = -1$$

$$(i) \ x + \frac{1}{x} = 0 \text{ 일 때, } x^2 + 1 = 0$$

$$\therefore x = \pm i$$

$$(ii) \ x + \frac{1}{x} = -1 \text{ 일 때,}$$

$$x^2 + 1 = -x, x^2 + x + 1 = 0$$

$$\therefore x = \frac{-1 \pm \sqrt{3}i}{2}$$

(i), (ii) 에서 주어진 방정식의 근은

$$x = \pm i \text{ 또는 } x = \frac{-1 \pm \sqrt{3}i}{2}$$

$$\therefore (-i) + i + \frac{-1 + \sqrt{3}i}{2} + \frac{-1 - \sqrt{3}i}{2} = -1$$

23. 삼차방정식  $x^3 + (2a + 3)x^2 - (6a + 5)x + (4a + 1) = 0$ 이 중근을 가질 때, 상수  $a$ 의 값을 구하면?
- ①  $a = 2, -4 \pm \sqrt{11}$                       ②  $a = -2, -2 \pm \sqrt{10}$
- ③  $a = 3, -3 \pm \sqrt{5}$                       ④  $a = 1, 4 \pm \sqrt{10}$
- ⑤  $a = -1, -2 \pm 2\sqrt{2}$

해설

$f(x) = x^3 + (2a + 3)x^2 - (6a + 5)x + 4a + 1$ 이라 하면  
 $f(1) = 0$ 이므로  $f(x)$ 는  $(x - 1)$ 을 인수로 갖는다.

|       |   |      |       |       |
|-------|---|------|-------|-------|
| 1     | 1 | 2a+3 | -6a-5 | 4a+1  |
|       |   | 1    | 2a+4  | -4a-1 |
| <hr/> |   |      |       |       |
|       | 1 | 2a+4 | -4a-1 | 0     |

조립제법을 이용하여 좌변을 인수분해하면  
 $(x - 1) \{ x^2 + 2(a + 2)x - 4a - 1 \} = 0$   
(i)  $x^2 + 2(a + 2)x - 4a - 1 = 0$ 이  $x \neq 1$ 인 경우  
 $D = 0$ 이므로,  $a^2 + 8a + 5 = 0$   
 $\therefore a = -4 \pm \sqrt{11}$   
(ii)  $x^2 + 2(a + 2)x - 4a - 1 = 0$ 이  $x = 1$ 을 근으로 갖는 경우  
 $x = 1$ 을 대입하면  $1 + 2(a + 2) - 4a - 1 = 0$   
 $\therefore a = 2$   
(i), (ii)에서  $a = 2, -4 \pm \sqrt{11}$

24. 사차방정식  $x^4 + 5x^3 - 4x^2 + 5x + 1 = 0$ 의 두 실근의 합을 구하면?

- ①  $-5$       ②  $-6$       ③  $0$       ④  $5$       ⑤  $6$

해설

짝수차 상반방정식이므로  
양변을  $x^2$ 으로 나누면  
$$x^2 + 5x - 4 + \frac{5}{x} + \frac{1}{x^2} = 0,$$
$$\left(x + \frac{1}{x}\right)^2 + 5\left(x + \frac{1}{x}\right) - 6 = 0$$
 $x + \frac{1}{x} = t$ 라 놓으면  
 $t^2 + 5t - 6 = 0, (t + 6)(t - 1) = 0$   
 $\therefore t = 1, -6$   
즉,  $x + \frac{1}{x} = 1, x + \frac{1}{x} = -6$   
 $\therefore x^2 - x + 1 = 0 \cdots \cdots \textcircled{㉠}$   
 $x^2 + 6x + 1 = 0 \cdots \cdots \textcircled{㉡}$   
 $\textcircled{㉠}$ 식은 허근을 가지므로 조건에 맞지 않고  
 $\textcircled{㉡}$ 식에서 두 실근의 합은  
근과 계수와의 관계에서  
 $\therefore \alpha + \beta = -6$