

1. 포물선  $y = -x^2 + kx$  와 직선  $y = x + 1$  이 서로 다른 두 점에서 만나기 위한  $k$  의 범위는?

①  $k > 2, k < -1$

②  $k > 3, k < -1$

③  $k > 1, k < -1$

④  $k > 3, k < -2$

⑤  $k > 3, k < -3$

### 해설

포물선과 직선이 다른 두 점에서 만나므로

$$-x^2 + kx = x + 1, x^2 + (1 - k)x + 1 = 0 \text{에서}$$

$$D = (1 - k)^2 - 4 > 0$$

$$k^2 - 2k - 3 = (k - 3)(k + 1) > 0$$

$$\therefore k > 3 \text{ 또는 } k < -1$$

2. 이차함수  $y = -3x^2 - 6x + 1$  의 최댓값과 최솟값을 차례로 구하면?

① 4, 없다

② 1, 없다

③ -1, 없다

④ 없다, 4

⑤ 없다, 1

해설

$y = -3x^2 - 6x + 1 = -3(x^2 + 2x) + 1 = -3(x + 1)^2 + 4$   
따라서 최댓값은 4, 최솟값은 없다.

3. 다음 이차함수 중 최솟값이  $-2$  가 되는 것은?

①  $y = x^2 + 2x$

②  $y = 2x^2 - 2$

③  $y = -(x + 3)^2 + 2$

④  $y = -(x - 2)^2 + 3$

⑤  $y = x^2 + 2x + 1$

해설

① 최솟값  $-1$  ③ 최댓값  $2$

④ 최댓값  $3$  ⑤ 최솟값  $0$

4. 이차함수  $y = -2x^2 + 4x - 1$ 의 최댓값과 최솟값은?

- ① 최댓값 : 1, 최솟값 : 없다
- ② 최댓값 : 1, 최솟값 : -5
- ③ 최댓값 : 4, 최솟값 : 없다
- ④ 최댓값 : 없다, 최솟값 : 1
- ⑤ 최댓값 : 1, 최솟값 : -3

해설

$$y = -2x^2 + 4x - 1$$

$$= -2(x-1)^2 + 1$$

$x = 1$  일 때, 최댓값 1을 갖는다.

또한,  $x^2$ 의 계수가 음수이므로 최솟값은 없다.

5. 이차함수  $y = -x^2 - 2x + 7$  ( $-3 \leq x \leq 1$ )의 최댓값을  $a$ , 최솟값을  $b$ 라 할 때,  $a + b$ 의 값을 구하면?

① 4

② 7

③ 8

④ 11

⑤ 12

해설

$y = -x^2 - 2x + 7 = -(x + 1)^2 + 8$ 이므로

꼭짓점의 좌표는  $(-1, 8)$ 이고, 위로 볼록한 포물선이다.

주어진 구간의 양 끝값을 구하면,

$$x = -3 \text{ 일 때 } y = -(-3 + 1)^2 + 8 = 4$$

$$x = 1 \text{ 일 때 } y = -(1 + 1)^2 + 8 = 4 \text{ 이다.}$$

따라서 최댓값  $a = 8$ 이고, 최솟값  $b = 4$ 이므로  $a + b = 12$

6. 이차함수  $y = 2x^2 - 6x + 5$  ( $2 \leq x \leq 5$ )의 최댓값을  $a$ , 최솟값을  $b$ 라 할 때,  $ab$ 의 값을 구하면?

① 1

② 4

③ 9

④ 16

⑤ 25

해설

$$y = 2x^2 - 6x + 5 = 2\left(x^2 - 3x + \frac{9}{4} - \frac{9}{4}\right) + 5$$

$$= 2\left(x - \frac{3}{2}\right)^2 + \frac{1}{2} \text{ 이므로}$$

꼭짓점의 좌표는  $\left(\frac{3}{2}, \frac{1}{2}\right)$  이고

아래로 볼록한 포물선이다.

꼭짓점이 주어진 구간 안에 포함되지 않으므로 최댓값, 최솟값은 주어진 구간의 양끝값이 된다.

$$x = 2 \text{ 일 때 } y = 2\left(2 - \frac{3}{2}\right)^2 + \frac{1}{2} = 1$$

$$x = 5 \text{ 일 때 } y = 2\left(5 - \frac{3}{2}\right)^2 + \frac{1}{2} = 25$$

따라서 최댓값  $a = 25$  이고, 최솟값  $b = 1$  이므로  $ab = 25$

7. 이차함수  $y = x^2 - 8x + a$ 의 그래프와  $x$ 축과의 교점의  $x$ 좌표가 6,  $b$ 일 때,  $a + b$ 의 값은?

① 11

② 12

③ 13

④ 14

⑤ 15

### 해설

이차함수  $y = x^2 - 8x + a$ 의 그래프와  
 $x$ 축과의 교점의  $x$ 좌표는

이차방정식  $x^2 - 8x + a = 0$ 의 실근이다.

$x^2 - 8x + a = 0$ 에  $x = 6$ 을 대입하면

$36 - 48 + a = 0$ 에서  $a = 12$

따라서  $x^2 - 8x + 12 = 0$ 에서  $(x - 2)(x - 6) = 0$

$x = 2$  또는  $x = 6$

$\therefore b = 2 \therefore a + b = 14$

8. 이차함수  $y = x^2 + (k - 3)x + k$  의 그래프가  $x$  축과 만나지 않을 때, 실수  $k$  의 값의 범위는?

①  $-1 < k < 7$

②  $-1 < k < 8$

③  $0 < k < 9$

④  $1 < k < 9$

⑤  $1 < k < 10$

#### 해설

주어진 이차함수의 그래프가

$x$  축과 만나지 않으려면

이차방정식  $x^2 + (k - 3)x + k = 0$  이

실근을 갖지 않아야 하므로

$$D = (k - 3)^2 - 4k < 0$$

$$k^2 - 10k + 9 < 0, (k - 1)(k - 9) < 0$$

$$\therefore 1 < k < 9$$



9. 직선  $y = 3x + 2$  와 포물선  $y = x^2 + mx + 3$  이 두 점에서 만나기 위한 실수  $m$  의 범위를 구하면?

①  $m < -1, m > 3$

②  $m < 1, m > 5$

③  $-1 < m < 3$

④  $-1 < m < 5$

⑤  $1 < m < 5$

해설

$y = 3x + 2, y = x^2 + mx + 3$  에서  $y$  를 소거하면

$$x^2 + (m - 3)x + 1 = 0, D = (m - 3)^2 - 4 > 0$$

$$m^2 - 6m + 5 > 0, (m - 1)(m - 5) > 0$$

$$\therefore m < 1, m > 5$$

10. 이차함수  $y = x^2 - 2ax - 2b^2 - 4a + 4b - 6$ 의 그래프가  $x$ 축에 접할 때,  $a^2 + b^2$ 의 값은? (단,  $a, b$ 는 실수)

① 2

② 5

③ 8

④ 10

⑤ 13

해설

$$x^2 - 2ax - 2b^2 - 4a + 4b - 6 = 0 \text{에서}$$

$$\frac{D}{4} = a^2 - (-2b^2 - 4a + 4b - 6) = 0$$

$$\therefore (a + 2)^2 + 2(b - 1)^2 = 0$$

이 때,  $a, b$ 가 실수이므로  $a + 2 = 0, b - 1 = 0$

따라서  $a = -2, b = 1$ 이므로

$$a^2 + b^2 = 5$$

11. 함수  $y = -x^2 + kx$ 의 그래프가 직선  $y = -x + 4$ 에 접할 때, 양수  $k$ 의 값은?

- ① 1                      ②  $\frac{3}{2}$                       ③ 2                      ④  $\frac{5}{2}$                       ⑤ 3

해설

$y = -x^2 + kx$ 가  $y = -x + 4$ 에 접하려면

$4 - x = -x^2 + kx \Rightarrow x^2 - (k+1)x + 4 = 0$ 의 판별식은  $D = 0$ 이어야 한다.

$$D = (k+1)^2 - 16 = 0 \Rightarrow k+1 = \pm 4$$

$$\therefore k = 3 (\because k > 0)$$

12. 이차함수  $y = -x^2 + 6x + 5$  의 최댓값을  $M$  ,  $y = 2x^2 - 12x - 4$  의 최솟값을  $m$  이라 할 때,  $M - m$  의 값을 구하면?

① 28

② 30

③ 32

④ 34

⑤ 36

해설

$$\begin{aligned} y &= -x^2 + 6x + 5 \\ &= -(x - 3)^2 + 14 \therefore M = 14 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} y &= 2x^2 - 12x - 4 \\ &= 2(x - 3)^2 - 22 \therefore m = -22 \end{aligned}$$

$$\therefore M - m = 14 + 22 = 36$$

13. 이차함수  $f(x) = ax^2 + bx + c$  가  $x = -1$  에서 최댓값 7 을 갖고,  $f(2) = -2$  를 만족할 때, 상수  $a + b + c$  의 값을 구하면?

① 3

② 7

③ 11

④ -3

⑤ -5

해설

$$f(x) = a(x + 1)^2 + 7, f(2) = -2$$

$$\Rightarrow 3^2 \times a + 7 = -2, a = -1$$

$$\therefore f(x) = -(x + 1)^2 + 7 = -x^2 - 2x + 6$$

$$\text{따라서 } a + b + c = 3$$

14.  $x = -2$  일 때, 최댓값 3을 가지고, 점  $(0, -3)$  을 지나는 포물선의 식은?

①  $y = -\frac{3}{2}(x-2)^2 + 3$

②  $y = -\frac{3}{2}(x+2)^2 + 3$

③  $y = -\frac{2}{3}(x-2)^2 + 3$

④  $y = -\frac{2}{3}(x+2)^2 + 3$

⑤  $y = -2x^2 + 3$

해설

$x = -2$  일 때, 최댓값 3을 가진다는 것은 그래프가 위로 볼록하고,  $y = a(x+2)^2 + 3$  의 형태임을 의미한다.

이 중  $(0, -3)$  을 지나면,

$$-3 = 4a + 3$$

$$4a = -6$$

$$a = -\frac{3}{2}$$

$$\therefore y = -\frac{3}{2}(x+2)^2 + 3$$

15. 합이 18 인 두 수가 있다. 한 수를  $x$ , 두 수의 곱을  $y$  라 할 때, 두 수의 곱의 최댓값을 구하면?

① 11

② 21

③ 25

④ 81

⑤ 100

해설

합이 18 인 두 수가 있다. 한 수를  $x$  로 두면 나머지 한 수는  $(18 - x)$  이다.

$$y = x(18 - x) = -x^2 + 18x = -(x^2 - 18x + 81) + 81$$

$$y = -(x - 9)^2 + 81$$

따라서 두 수의 곱의 최댓값은 81 이다.

16.  $f(x) = x^2 - x + 1$  일 때,  $0 \leq x \leq 1$  에서  $f(4 - f(x))$  의 최솟값은?

① 4

② 5

③ 6

④ 7

⑤ 8

해설

$f(4 - f(x))$  에서  $4 - f(x) = t$  라 두면,

$$t = -x^2 + x + 3$$

$$= -\left(x - \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{13}{4} \quad (0 \leq x \leq 1) \text{ 에서}$$

$$3 \leq t \leq \frac{13}{4}$$

따라서

$$\begin{aligned} f(4 - f(x)) &= f(t) = t^2 - t + 1 \\ &= \left(t - \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{3}{4} \quad \left(3 \leq t \leq \frac{13}{4}\right) \end{aligned}$$

$t = 3$  일 때, 최솟값 7을 갖는다.



17.  $x, y, z$ 가 실수일 때,  $x^2 + y^2 + z^2 + 2x - 6y - 8z + 25$ 의 최솟값은?

① -5

② -3

③ -1

④ 1

⑤ 3

해설

$$x^2 + y^2 + z^2 + 2x - 6y - 8z + 25$$

$$= (x + 1)^2 + (y - 3)^2 + (z - 4)^2 - 1$$

이 때,  $x, y, z$ 가 실수이므로

$$(x + 1)^2 \geq 0, (y - 3)^2 \geq 0, (z - 4)^2 \geq 0$$

$$\therefore x^2 + y^2 + z^2 + 2x - 6y - 8z + 25 \geq -1$$

따라서  $x = -1, y = 3, z = 4$ 일 때,

주어진 식의 최솟값은 -1이다.

18.  $x$ 가 실수일 때  $\frac{x^2 - x + 4}{x^2 + x + 1}$ 의 값이 취할 수 있는 정수의 개수는?

① 2 개

② 3 개

③ 4 개

④ 5 개

⑤ 6 개

해설

$$\frac{x^2 - x + 4}{x^2 + x + 1} = k \text{라 두면}$$

$$x^2 - x + 4 = k(x^2 + x + 1)$$

$$(k - 1)x^2 + (k + 1)x + k - 4 = 0$$

$x$ 가 실수이므로 실근이다.

따라서, 판별식  $D = (k + 1)^2 - 4(k - 1)(k - 4) \geq 0$

$$3k^2 - 22k + 15 \leq 0$$

$$\therefore \frac{11 - 2\sqrt{19}}{3} \leq k \leq \frac{11 + 2\sqrt{19}}{3}$$

$k$ 는 정수이므로 대강의 범위를 구해보면

$$0. \times \times \leq k \leq 6. \times \times \text{에서}$$

$k = 1, 2, 3, 4, 5, 6$ 의 6개이다.

19. 직각을 낀 두 변의 길이의 합이 10 인 직사각형의 최대 넓이는?



①  $\frac{25}{4}$

②  $\frac{25}{2}$

③ 25

④ 50

⑤ 100

해설

두 변의 길이를  $x$ ,  $10 - x$ , 넓이를  $y$  라 하면

$$y = x(10 - x)$$

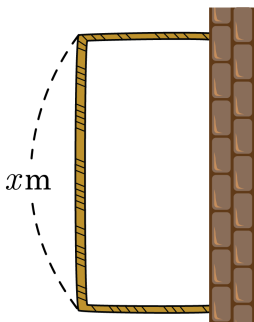
$$= -(x^2 - 10x)$$

$$= -(x^2 - 10x + 25 - 25)$$

$$= -(x - 5)^2 + 25$$

$$\therefore (\text{최대 넓이}) = 25$$

20. 다음 그림과 같이 길이 20m 인 철망을 담벽에 ㄷ자 모양으로 둘러싸서 닭장을 만들려고 한다. 이 닭장의 넓이의 최댓값은 얼마인가?



- ①  $70 \text{ m}^2$                       ②  $40 \text{ m}^2$                       ③  $50 \text{ m}^2$   
 ④  $80 \text{ m}^2$                       ⑤  $60 \text{ m}^2$

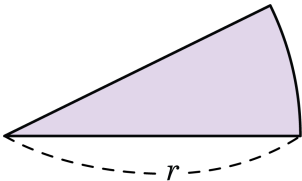
#### 해설

닭장 넓이를  $y$ 라 하면

$$\begin{aligned} y &= x \left( \frac{20 - x}{2} \right) \\ &= \frac{1}{2}(-x^2 + 20x) \\ &= -\frac{1}{2}(x^2 - 20x + 100 - 100) \\ &= -\frac{1}{2}(x - 10)^2 + 50 \end{aligned}$$

$\therefore x = 10$  일 때 최댓값  $50 \text{ m}^2$

21. 둘레의 길이가 20cm 인 부채꼴의 넓이가 최대일 때의 반지름의 길이는?



① 1cm

② 2cm

③ 3cm

④ 4cm

⑤ 5cm

해설

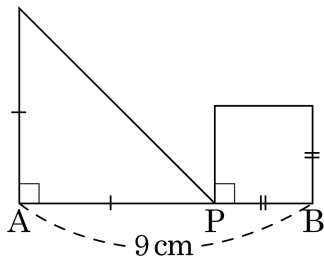
부채꼴의 호의 길이는  $l = (20 - 2r)\text{cm}$

부채꼴의 넓이를  $y$ 라 하면

$$y = \frac{1}{2}r(20 - 2r) = (10 - r)r = -(r - 5)^2 + 25$$

따라서 꼭짓점이  $(5, 25)$  이므로 반지름의 길이가 5cm 일 때,  
부채꼴의 넓이가 최댓값  $25\text{cm}^2$  를 가진다.

22. 길이가 9cm 인 선분 AB 위에 점 P를 잡아서 다음 그림과 같이 직각이등변삼각형과 정사각형을 만들어 넓이의 합이 최소가 되게 할 때, 선분 AP의 길이는?



① 6cm

② 5.5cm

③ 5cm

④ 4.5cm

⑤ 4cm

해설

선분 AP의 길이를  $x$ 라 하고 직각이등변삼각형과 정사각형의 넓이의 합을  $S$ 라 하면

$$S = \frac{1}{2}x^2 + (9-x)^2 = \frac{3}{2}(x-6)^2 + 27$$

따라서  $\overline{AP} = 6$ (cm) 일 때 넓이가 최소이다.

23. 지면으로부터 초속 30m 로 던져 올린 물체의  $t$  초 후의 높이를  $h$ m 라고 하면  $h = 30t - 5t^2$  인 관계가 성립한다. 이 물체가 가장 높이 올라갔을 때의 높이는?

① 60m

② 55m

③ 50m

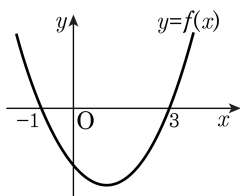
④ 45m

⑤ 40m

해설

$$\begin{aligned}h &= 30t - 5t^2 \\&= -5(t^2 - 6t + 9) + 45 \\&= -5(t - 3)^2 + 45\end{aligned}$$

24. 이차함수  $y = f(x)$ 의 그래프가 다음 그림과 같을 때, 이차방정식  $f(2x - 1) = 0$ 의 두 근의 합은?



- ① -1                      ② 0                      ③ 1  
 ④ 2                      ⑤ 3

#### 해설

$y = f(x)$ 의 그래프와  $x$ 축의 교점의  $x$ 좌표가  $-1, 3$ 이므로  
 $f(x) = a(x + 1)(x - 3)$  ( $a > 0$ )으로 놓을 수 있다.

이때,  $f(2x - 1) = a(2x - 1 + 1)(2x - 1 - 3) = 4ax(x - 2)$  이  
 므로

$$f(2x - 1) = 0 \text{ 에서}$$

$$4ax(x - 2) = 0$$

$$\therefore x = 0 \text{ 또는 } x = 2$$

따라서 두 근의 합은 2이다.



25.  $x$ 에 대한 이차방정식  $x^2 + 2x - 3 = m(x + 2)$  가  $1 < x < 2$ 에서 적어도 한 개의 실근을 가질 때, 정수  $m$ 의 개수는?

① 0 개

② 1 개

③ 2 개

④ 3 개

⑤ 4 개

해설

$$\begin{cases} y = x^2 = 2x - 3 \cdots \cdots \textcircled{㉠} \\ y = m(x + 2) \cdots \cdots \textcircled{㉡} \end{cases}$$

이라 하면 직선 ㉡은  $m$ 의 값에 관계없이 항상 점  $(-2, 0)$ 을 지난다.

이 때, 교점의  $x$ 좌표가 1 과 2 사이에 존재해야 하므로

( i ) 직선 ㉡이

점  $(1, 0)$ 을 지날 때

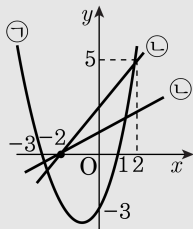
$$3m = 0 \quad \therefore m = 0$$

( ii ) 직선 ㉡이 점  $(2, 5)$ 를 지날 때

$$4m = 5 \quad \therefore m = \frac{5}{4}$$

( i ), ( ii )에서  $0 < m < \frac{5}{4}$

따라서, 정수  $m$ 의 값은 1 하나뿐이다.

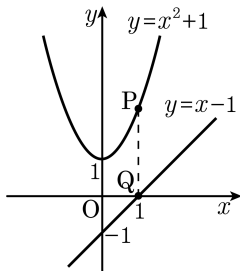


26. 포물선  $y = x^2 + 1$  위의 한 점 P 에서 y 축에  
평행인 직선을 그어 직선  $y = x - 1$  과 만나는  
점을 Q 라 할 때  $\overline{PQ}$  의 최솟값을 구하면?

①  $\frac{1}{2}$   
④  $\frac{7}{3}$

②  $\frac{7}{4}$   
⑤  $\frac{5}{2}$

③  $\frac{6}{5}$



### 해설

$\overline{PQ}$  가 y 축에 평행하므로 점 P, Q 의  
x 좌표는 같다. 이때, 점 P 의 좌표를  
( $t, t^2 + 1$ ) 이라고 하면, 점 Q 의 좌표는 ( $t, t - 1$ )

$$\begin{aligned}\overline{PQ} &= t^2 + 1 - (t - 1) \\ &= t^2 - t + 2 \\ &= \left(t - \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{7}{4}\end{aligned}$$

따라서  $t = \frac{1}{2}$  일 때,  $\overline{PQ}$  의 최솟값은  $\frac{7}{4}$

27.  $x + y = 10$  일 때,  $x^2 + y^2$  의 최솟값을 구하면?

① 10

② 24

③ 40

④ 45

⑤ 50

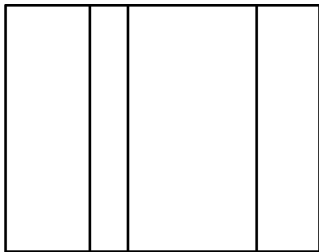
해설

$$y = 10 - x$$

$$\begin{aligned}x^2 + y^2 &= x^2 + (10 - x)^2 \\&= x^2 + x^2 - 20x + 100 \\&= 2x^2 - 20x + 100 \\&= 2(x^2 - 10x + 25 - 25) + 100 \\&= 2(x - 5)^2 + 50\end{aligned}$$

따라서  $x = 5$  일 때 최솟값은 50 이다.

28. 어떤 농부가 길이 700m 의 철망을 가지고 그림과 같은 모양의 가축우리를 만들려고 한다. 전체 우리의 넓이를 최대를 하는 바깥 직사각형의 가로, 세로의 길이 중 짧은 것은 몇 m 인가?



- ① 60m      ② 70m      ③ 80m      ④ 90m      ⑤ 100m

해설

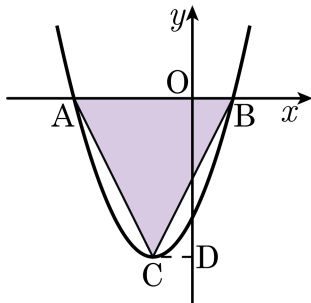
세로의 길이를  $x$  라 하면 세로가 5 개 있으므로 필요한 길이는  $5x$ ,

가로의 길이는  $\frac{1}{2}(700 - 5x)$  이다. 전체 넓이를  $S$  라 하면

$$\begin{aligned} S &= \frac{1}{2}(700 - 5x) \cdot x \\ &= -\frac{5}{2}x^2 + 350x \\ &= -\frac{5}{2}(x^2 - 140x + 70^2 - 70^2) \\ &= -\frac{5}{2}(x - 70)^2 + 12250 \end{aligned}$$

따라서 넓이는 세로가 70m , 가로가 175m 일 때 최대이다.

29. 다음 그림과 같이  $y = x^2 + 2x - 3$  의 그래프가  $x$  축과 만나는 점을 A, 꼭짓점을 C 라 할 때,  $\triangle ABC$  의 넓이는?



① 6

② 7

③ 8

④ 9

⑤ 10

해설

$$y = x^2 + 2x - 3 = (x + 1)^2 - 4$$

$$C(-1, -4)$$

$$y = 0 \text{ 일 때 } x^2 + 2x - 3 = (x + 3)(x - 1) = 0 \text{ 이므로}$$

$$A(-3, 0), B(1, 0)$$

$$\therefore \triangle ABC = \frac{1}{2} \times 4 \times 4 = 8$$

30. 태은이네 가게에서 판매하고 있는 상품의 1개당 판매가격을 원래의 가격보다  $x\%$  올리면 이 상품의 판매량은  $\frac{2}{3}x\%$  감소한다고 한다. 이때, 판매 금액이 최대가 되게 하는  $x$ 의 값은?

① 10

② 15

③ 20

④ 25

⑤ 30

### 해설

원래의 상품 1개당 판매 가격을  $a$ 원, 판매량을  $b$ 개라 하자.  
가격을  $x\%$  올리면 상품 1개당 판매 가격이

$a\left(1 + \frac{x}{100}\right)$  원, 판매량이  $b\left(1 - \frac{2x}{300}\right)$  개이므로

판매 금액은

$$\begin{aligned} & ab\left(1 + \frac{x}{100}\right)\left(1 - \frac{2x}{300}\right) \\ &= ab \cdot \frac{100+x}{100} \cdot \frac{300-2x}{300} \\ &= \frac{ab}{30000}(100+x)(300-2x) \\ &= \frac{ab}{30000}(-2x^2 + 100x + 30000) \\ &= \frac{ab}{30000}\{-2(x-25)^2 + 31250\} \end{aligned}$$

따라서  $x = 25(\%)$  일 때 판매 금액은 최대가 된다.