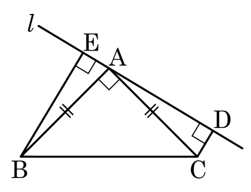
1. 그림과 같이 직각이등변삼각형 ABC 의 직각인 꼭짓점 A 를 지나는 직선 l 에 점 B, C 에서 각각 내린 수선의 발을 E, D 라 하자. $\overline{AB} = \overline{AC}$ 이고, $\overline{BE} = 4$, $\overline{CD} = 1$ 일 때, $\overline{ED}$ 를 구하여라.



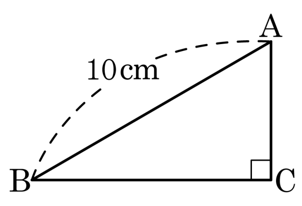
▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설

$\triangle BAE$ 와 $\triangle ACD$ 에서
$\overline{AB} = \overline{AC} \cdots$ ㉠
$\angle AEB = \angle ADC = 90° \cdots$ ㉡
$\angle EAB + \angle CAD = 90°$ 이므로
$\angle EAB = \angle ACD \cdots$ ㉢
따라서 ㉠, ㉡, ㉢에 의해서 $\triangle BAE \equiv \triangle ACD$
$\overline{BE} = \overline{AD} = 4$, $\overline{CD} = \overline{AE} = 1$ 이 성립하므로 $\overline{ED} = 5$

2. 다음 그림과 같이 $\angle C = 90°$인 직각삼각형 ABC에서 $\overline{AB} = 10$일 때, $\triangle ABC$의 외접원의 넓이는?

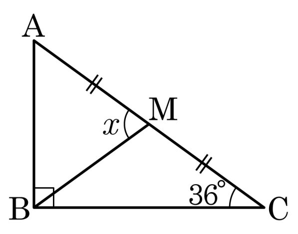


① 18π　② 25π　③ 36π　④ 49π　⑤ 63π

해설

직각삼각형의 외심은 빗변의 중심에 위치하므로
$\triangle ABC$의 외접원의 중심은 $\overline{AB}$의 중점이다.
따라서 외접원의 반지름은 5이므로
넓이는 $\pi r^2 = \pi \times 5^2 = 25\pi$이다.

3. 다음 그림과 같은 직각삼각형 ABC 에서 빗변 AC 의 중점은 M 이고 $\angle ACB = 36°$ 일 때 $\angle AMB$ 의 크기는?

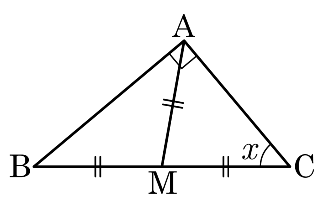


① 62° ② 64° ③ 68° ④ 70° ⑤ 72°

해설

직각삼각형의 외심은 빗변의 중점이므로 $\overline{AM} = \overline{CM} = \overline{BM} \cdots$ ㉠
따라서 $\triangle BMC$ 는 이등변삼각형이다.
$\angle MCB = \angle MBC = 36°$
$\angle AMB = \angle MCB + \angle MBC = 36° + 36° = 72°$

4. 다음 그림에서 점 M 은 $\angle A = 90°$ 인 직각삼각형 ABC 의 빗변의 중점이다. $\angle AMB : \angle AMC = 5 : 4$ 일 때, $\angle x$ 의 크기를 구하여라.

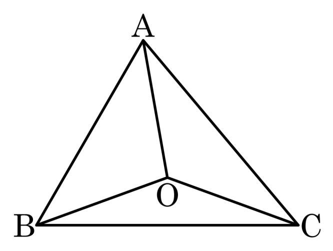


① 30° ② 40° ③ 50° ④ 60° ⑤ 70°

해설

$\angle AMB : \angle AMC = 5 : 4$ 이므로 $\angle AMB = 100°$, $\angle AMC = 80°$
$\overline{AM} = \overline{CM}$ 이므로 $\triangle AMC$ 는 이등변삼각형, $\angle MAC = \angle MCA$ 이다.
$\angle AMC = 80°$ 이므로 $\angle MAC = (180° - 80°) \div 2 = 50°$ 이다.

5. 다음 그림의 $\triangle ABC$ 에서 점 O는 외심이고 $\angle AOB : \angle COA : \angle BOC = 5 : 6 : 7$ 일 때, $\angle ACB$ 의 크기를 구하면?

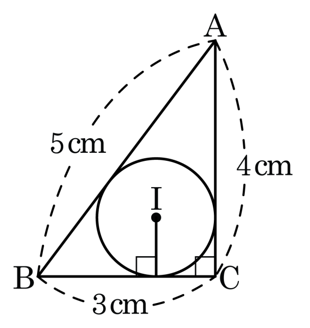


① $40°$　② $50°$　③ $60°$　④ $70°$　⑤ $80°$

해설

$\angle ACB = 360° \times \dfrac{5}{(5+6+7)} \times \dfrac{1}{2} = 50°$

6. 다음 그림과 같은 $\triangle ABC$ 에서 $\overline{AB} = 5\text{cm}$, $\overline{AC} = 4\text{cm}$, $\overline{BC} = 3\text{cm}$ 이고, $\angle C = 90°$ 일 때, 내접원 I 의 반지름의 길이는?



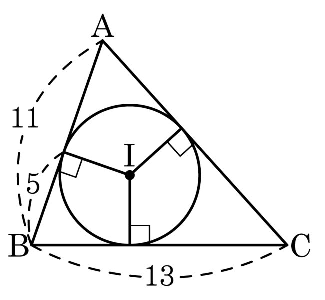
① 1cm ② 2cm ③ 3cm ④ 4cm ⑤ 5cm

해설

내접원의 반지름의 길이를 r이라 하면

$\triangle ABC = \frac{1}{2} \times r \times (3 + 4 + 5) = \frac{1}{2} \times 3 \times 4$ 이다. 따라서 $r = 1\text{cm}$ 이다.

7. 다음 그림에서 점 I는 $\triangle ABC$의 내심이다. $\overline{AC}$ 의 길이는?



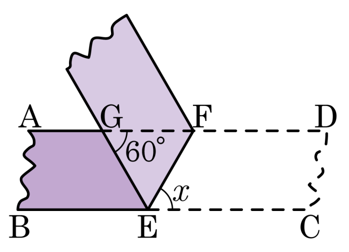
▶ 답 :

▷ 정답 : 14

해설

$\overline{AC} = (11 - 5) + (13 - 5) = 14$

8. 직사각형 모양의 종이를 다음 그림과 같이 접었다. $\angle \mathrm{FGE} = 60^\circ$ 일 때, $\angle x$ 크기는?

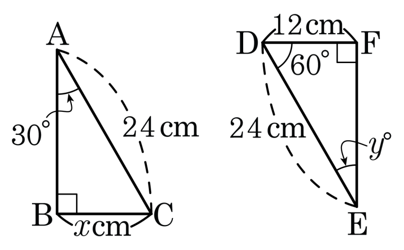


① 30° ② 40° ③ 50° ④ 60° ⑤ 80°

해설

$\angle \mathrm{GFE} = \angle \mathrm{FEC} = \angle x$ (엇각), 종이를 접었으므로 $\angle \mathrm{GEF} = \angle \mathrm{FEC} = \angle x$ 이다.
따라서 $\triangle \mathrm{GEF}$ 는 두 내각의 크기가 같으므로 이등변삼각형이고 $60^\circ + \angle x + \angle x = 180^\circ$, $\angle x = 60^\circ$ 이다.

9. 두 직각삼각형 ABC, DEF 가 다음 그림과 같을 때, $x+y$ 의 값은?



① 12　② 36　③ 42　④ 48　⑤ 60

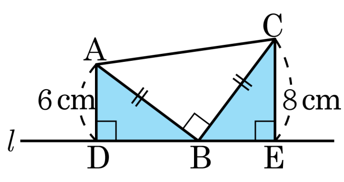
해설

$\triangle$ABC, $\triangle$EFD 는 RHA 합동 이므로

$\overline{\mathrm{BC}} = \overline{\mathrm{FD}} = 12\mathrm{cm} = x\mathrm{cm}$, $\angle y = \angle \mathrm{CAB} = 30°$

$\therefore x+y = 12+30 = 42$

10. 다음 그림과 같이 직각이등변삼각형 ABC 의 두 꼭짓점 A, C 에서 꼭짓점 B 를 지나는 직선에 내린 수선의 발을 각각 D, E 라 하자. $\overline{AD} = 6\text{cm}$, $\overline{CE} = 8\text{cm}$ 일 때, 어두운 부분의 넓이를 구하여라.



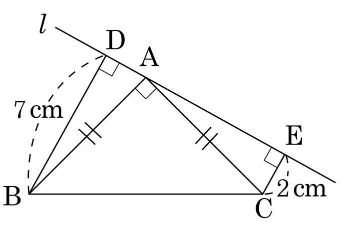
▶ 답 : $\underline{\text{cm}^2}$

▷ 정답 : $48\,\underline{\text{cm}^2}$

해설

직각삼각형 ABD 와 BCE 는 빗변의 길이가 같고,
$\angle ABD = \angle BCE$ ($\because$ $\angle ABD + 90° + \angle CBE = 180°$, $\angle BCE + \angle CBE + 90° = 180°$)
이므로 직각삼각형 ABD 와 BCE 는 RHA 합동이다.
$\overline{AD} = \overline{BE}$, $\overline{DB} = \overline{CE}$
삼각형의 넓이는 같으므로 직각삼각형 넓이의 2배를 하면 된다.
$2\left(\frac{1}{2}\times 8\times 6\right) = 48(\text{cm}^2)$

11. 다음 그림과 같이 직각이등변삼각형 ABC 의 꼭짓점 A 를 지나는 직선 l 이 있다. 두 꼭짓점 B, C 에서 직선 l 에 내린 수선의 발을 각각, D, E 라 할 때, $\overline{DE}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 : ______ cm

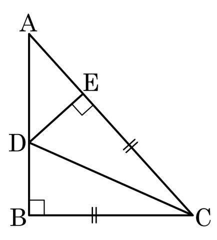
▷ 정답 : 9 cm

해설

$\triangle DBA$ 와 $\triangle EAC$ 에서
$\angle D = \angle E = 90°$
$\overline{AB} = \overline{AC}$
$\angle DAB = 90° - \angle EAC = \angle ECA$
$\therefore \triangle DBA \equiv \triangle EAC$ (RHA 합동)

$\overline{DA} = \overline{EC} = 2\,cm$
$\overline{AE} = \overline{BD} = 7\,cm$
$\therefore \overline{DE} = 2 + 7 = 9(cm)$

12. $\angle B = 90°$인 직각삼각형 ABC가 있다. $\angle DEC = 90°$, $\overline{BC} = \overline{EC}$이고, $\triangle DBC \equiv \triangle DEC$ (RHS 합동)를 설명하기 위해 필요한 조건을 보기에서 모두 골라라.



보기

㉠ $\overline{BC} = \overline{EC}$	㉡ $\angle DBC = \angle DEC$
㉢ $\overline{DB} = \overline{DE}$	㉣ $\angle DAE = \angle BDC$

▶ 답 :

▶ 답 :

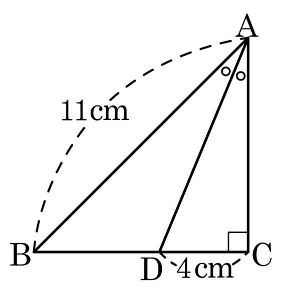
▷ 정답 : ㉠

▷ 정답 : ㉡

해설

RHS 합동은 두 직각삼각형의 빗변의 길이와 다른 한 변의 길이가 각각 같으면 합동이다.
두 직각삼각형은 $\angle DBC = \angle DEC$이다.
빗변의 길이 $\overline{CD}$는 공통된 변으로 같다.
$\overline{BC} = \overline{EC}$이므로 빗변이 아닌 다른 한 변의 길이가 같다.
따라서 $\triangle DBC \equiv \triangle DEC$ (RHS 합동)이라고 할 수 있다. 필요한 것은 ㉠, ㉡이다.

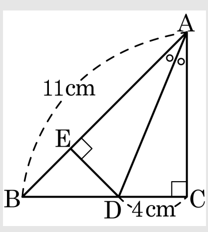
13. 다음 그림과 같이 $\angle C = 90^\circ$ 인 직각삼각형 ABC 에서 $\angle A$ 의 이등분선이 $\overline{BC}$ 와 만나는 점을 D 라고 한다. $\overline{AB} = 11\text{cm}$, $\overline{DC} = 4\text{cm}$ 일 때, $\triangle ABD$ 의 넓이를 구하여라.



▶ 답: $\underline{\quad\quad\quad\quad}$ cm^2

▷ 정답: $22\,\text{cm}^2$

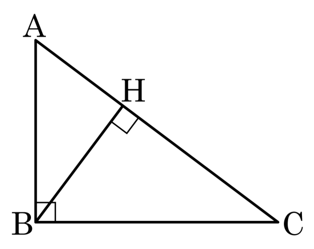
해설



점 D 에서 $\overline{AB}$ 에 내린 수선 의 발을 E 라 하면
$\triangle ADC$ 와 $\triangle ADE$ 에서 $\overline{AD}$ 는 공통이고 $\angle DAC = \angle DAE$ 이므로
$\triangle ADC \equiv \triangle ADE$ (RHA 합동), $\overline{DE} = \overline{DC}$

$\therefore \triangle ABD = \frac{1}{2} \times \overline{AB} \times \overline{DE}$
$= \frac{1}{2} \times \overline{AB} \times \overline{DC}$
$= \frac{1}{2} \times 11 \times 4 = 22\ (\text{cm}^2)$

14. 직각삼각형 ABC 에서 $\overline{BH} \perp \overline{AC}$, $\overline{AB} = 6\text{cm}$, $\overline{BC} = 8\text{cm}$, $\overline{BH} = 4.8\text{cm}$ 일 때, $\triangle ABC$ 의 외접원의 지름의 길이를 구하여라.



▶ 답 : ____ cm

▷ 정답 : 10 cm

해설

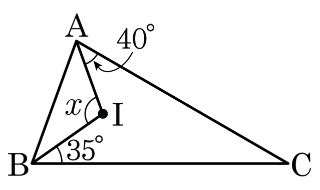
$\triangle ABC$ 의 넓이는 $\frac{1}{2} \times \overline{AB} \times \overline{BC}$ 또는 $\frac{1}{2} \times \overline{AC} \times \overline{BH}$ 이다.

$\frac{1}{2} \times 6 \times 8 = \frac{1}{2} \times \overline{AC} \times 4.8$

$\therefore \overline{AC} = 10\text{cm}$

외접원의 지름의 길이는 직각삼각형의 빗변의 길이와 같으므로 외접원의 지름의 길이는 10cm 이다.

15. 다음 그림에서 점 I가 삼각형의 내심일 때, $\angle x$의 크기는?



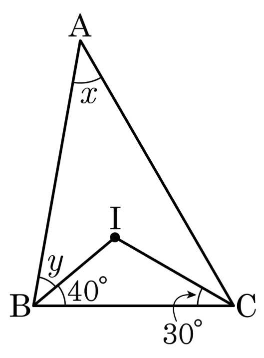
① $100°$ ② $105°$ ③ $110°$ ④ $115°$ ⑤ $120°$

해설

삼각형의 내각의 합은 $180°$이므로

$\angle x = 180° - (40° + 35°) = 105°$

16. 다음 그림에서 점 I가 삼각형의 내심일 때, $\angle x + \angle y$의 값은?



① 60° ② 65° ③ 70° ④ 75° ⑤ 80°

해설

$\angle x = 180^\circ - 2 \times (40^\circ + 30^\circ) = 40^\circ$

$\therefore \angle x = 40^\circ$

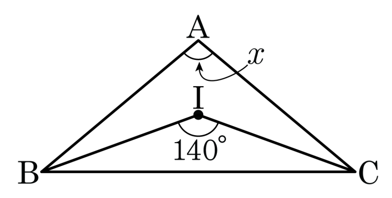
점 I가 삼각형의 내각이므로 점 I와 삼각형의 꼭짓점을 이은 선분은

각을 이등분한다.

$\therefore \angle y = 40^\circ$

$\therefore \angle x + \angle y = 40^\circ + 40^\circ = 80^\circ$

17. 다음 그림에서 점 I 는 $\triangle$ABC 의 내심이고, $\angle$BIC $= 140°$ 일 때, $\angle x$ 의 크기는?



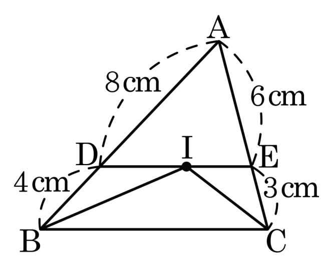
① 70° ② 80° ③ 90° ④ 100° ⑤ 110°

해설

$90° + \frac{1}{2}\angle x = 140°$

$\therefore \angle x = 100°$

18. 다음 그림에서 점 I 가 △ABC 의 내심일 때, $\overline{DE}$ 의 길이는? (단, $\overline{DE}$ $//\overline{BC}$)

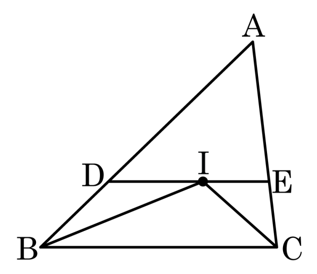


① 3cm ② 4cm ③ 5cm ④ 6cm ⑤ 7cm

해설

점 I 가 삼각형의 내심이고 $\overline{DE}//\overline{BC}$ 일 때,
$\overline{DE} = \overline{DI} + \overline{EI} = \overline{DB} + \overline{EC}$ 이므로
$\overline{DE} = \overline{DI} + \overline{EI} = \overline{DB} + \overline{EC} = 4 + 3 = 7(\text{cm})$ 이다.

19. 다음 그림에서 점 I 는 $\triangle$ABC 의 내심이고 $\overline{DE}//\overline{BC}$ 이다. $\triangle$ABC 의 둘레의 길이가 25cm , $\triangle$ADE 의 둘레의 길이가 17cm 일 때, $\overline{BC}$ 의 길이는?

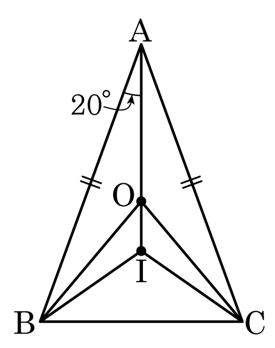


① 5cm ② 6cm ③ 7cm ④ 8cm ⑤ 9cm

해설

점 I 가 내심이고, $\overline{DE}//\overline{BC}$ 일 때,
($\triangle$ADE 의 둘레의 길이) $= \overline{AB} + \overline{AC}$
따라서 $\overline{AB} + \overline{AC} = 17(\text{cm})$ 이다.
$\triangle$ABC 의 둘레의 길이가 25cm 이므로
($\triangle$ABC 의 둘레의 길이)$= \overline{AB}+\overline{AC}+\overline{BC} = 17+\overline{BC} = 25(\text{cm})$ 이다.
따라서 $\overline{BC} = 25 - 17 = 8(\text{cm})$ 이다.

20. 다음 그림과 같은 이등변삼각형 ABC 에서 점 I 와 점 O 는 각각 $\triangle ABC$ 의 내심과 외심이다. $\angle BAO = 20°$ 일 때, $\angle BIC - \angle BOC$ 의 크기는?



① 30°　② 40°　③ 50°　④ 60°　⑤ 70°

해설

$\triangle ABC$ 의 외심이 점 O 일 때, $\frac{1}{2}\angle BOC = \angle A$,$\angle A = 40°$ 이므로

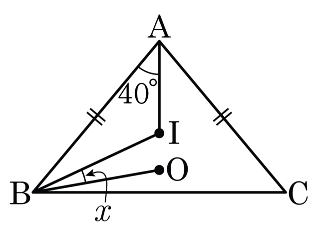
$\angle ABC = 70°$, $\angle BOC = 80°$ 이다.

$\triangle ABC$ 의 내심이 점 I 일 때, $\frac{1}{2}\angle A + 90° = \angle BIC$ 이므로

$\angle BIC = \frac{1}{2} \times 40° + 90° = 110°$ 이다.

따라서 $\angle BIC - \angle BOC = 110° - 80° = 30°$ 이다.

21. 다음 그림에서 I, O 는 $\overline{AB} = \overline{AC}$ 인 이등변삼각형의 내심, 외심일 때 $\angle x$ 의 크기를 구하여라.



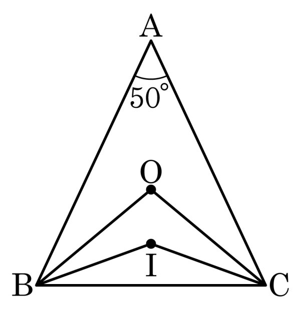
▶ 답 : $\underline{\quad\quad\quad\quad}$ °

▷ 정답 : 15 °

해설

$\triangle$ABC 의 외심이 점 O 일 때,
$\frac{1}{2}\angle BOC = \angle A$ 이므로
$\angle A = 80°$, $\angle BOC = 160°$ 이다.
$\triangle$ABC 의 내심이 점 I 일 때,
$\frac{1}{2}\angle A + 90° = \angle BIC$ 이므로
$\angle BIC = \frac{1}{2} \times 80° + 90° = 130°$ 이다.
$\triangle$OBC 도 이등변삼각형이므로 $\angle OBC = 10°$ 이다.
또, $\angle IBC = \frac{1}{2}\angle ABC = \frac{1}{2} \times 50° = 25°$ 이다.
따라서 $\angle OBI = \angle IBC - \angle OBC = 25° - 10° = 15°$ 이다.

22. 점 O 는 $\triangle ABC$ 의 외심이고 점 I 는 $\triangle OBC$ 의 내심일 때, $\angle IBC$ 의 크기는?

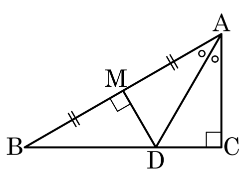


① $15°$　② $20°$　③ $25°$　④ $30°$　⑤ $32°$

해설

$\angle BOC = 2\angle A = 2 \times 50° = 100°$ 이고,
$\overline{OB} = \overline{OC}$ 이므로 $\angle OBC = (180° - 100°) \div 2 = 40°$
점 I 가 $\triangle OBC$ 의 내심이므로 $\angle OBI = \angle IBC = 20°$

23. 다음 그림과 같이 $\angle C = 90°$인 $\triangle ABC$에서 $\angle A$의 이등분선과 $\overline{AB}$의 수직이등분선이 $\overline{BC}$ 위의 점 D에서 만날 때, $\angle B$의 크기를 구하여라.



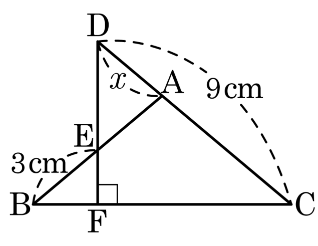
▶ 답 : ____ °

▷ 정답 : 30°

해설

$\triangle ACD \equiv \triangle AMD$ (RHA 합동), $\triangle AMD \equiv \triangle BMD$ (SAS 합동)이므로 $\angle B = \angle MAD$이다.
$\angle B + \angle A = 90°$이고
$\angle A = 2\angle MAD = 2\angle B$이므로
$3\angle B = 90°$, 따라서 $\angle B = 30°$이다.

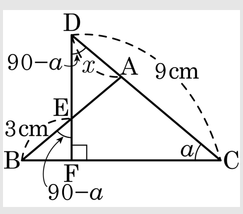
24. 다음 그림에서 $\overline{AB} = \overline{AC}$ 이고 $\angle DFC = 90°$ 일 때, x 의 길이를 구하여라.



▶ 답 : ______ cm

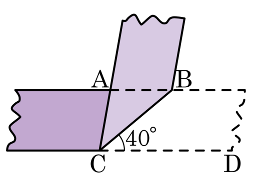
▷ 정답 : 3 cm

해설



$\triangle ABC$ 에서 $\angle ABC = a$ 라 하면 $\overline{AB} = \overline{AC}$ 이므로 $\angle ACB = a$ 이다.
따라서 $\triangle BEF$ 에서 $\angle BEF = 90° - a$ 이고 마찬가지로 $\triangle DCF$ 에서 $\angle CDF = 90° - a$ 이다. 즉, $\angle BEF = \angle CDF$, $\angle BEF = \angle AED$ (맞꼭지각) 이다.
따라서 $\angle CDF = \angle AED$ 이므로 $\triangle AED$ 는 이등변삼각형이고, $\overline{AD} = \overline{AE} = x(\text{cm})$, $\overline{AB} = x+3(\text{cm})$ 이다. 따라서 $\overline{AC} = \overline{AB} = 9 - x(\text{cm})$ 이므로 $x + 3 = 9 - x$, $x = 3(\text{cm})$ 이다.

25. 직사각형 모양의 종이를 다음 그림과 같이 접었을 때, $\angle BCD = 40°$ 이다. 이때, $\angle BAC$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답 : $\underline{\qquad\qquad °}$

▷ 정답 : $100\underline{°}$

해설

$\angle BCD = \angle BCA = 40°$
$\angle BCD = \angle ABC = 40°$ (엇각)
$\angle BAC = 180° - 80° = 100°$