

1. 분수 $\frac{a}{440}$ 를 소수로 나타내면 유한소수가 되고, 기약분수로 고치면 $\frac{1}{b}$ 이 된다. 이때, a 의 값은 모두 몇 개인가? (단, $b > 1$)

① 4

② 5

③ 6

④ 7

⑤ 8

해설

$\frac{a}{2^3 \times 5 \times 11}$ 가 유한소수가 되려면 a 의 값은 11 의 배수가 되어야 한다. 또한 기약분수로 고쳤을 때 분자의 값이 1 이 되어야 하므로 a 의 값은 분모의 인수 11 의 값을 반드시 포함하되 2와 5를 적절히 조합하여야 한다. 따라서 가능한 a 의 값은 11, 2×11 , $2^2 \times 11$, $2^3 \times 11$, 5×11 , $2 \times 5 \times 11$, $2^2 \times 5 \times 11$ 의 총 7개다. ($b > 1$ 이므로 $2^3 \times 5 \times 11$ 은 해당되지 않는다.)

2. 순환소수 $0.\dot{3}\dot{7}$ 에 어떤 자연수를 곱하면 그 결과가 자연수가 된다. 이를 만족하는 두 자리의 자연수를 모두 고르면?

① 15

② 35

③ 45

④ 50

⑤ 90

해설

$0.\dot{3}\dot{7} = \frac{37 - 3}{90} = \frac{17}{45}$ 이므로 어떤 자연수는 45의 배수이어야 한다.

따라서 이를 만족하는 두 자리의 자연수는 45, 90이다.

3. 다음에서 옳은 것을 고르면?

- ① 0 이 아닌 모든 유리수는 유한소수 또는 순환소수로 나타낼 수 있다.
- ② 유한소수 중에는 유리수가 아닌 것도 있다.
- ③ 무한소수는 분수로 고칠 수 없다.
- ④ 정수가 아닌 유리수는 모두 유한소수이다.
- ⑤ 분모의 인수가 소수로만 되어 있는 분수는 항상 유한소수로 나타낼 수 있다.

해설

- ② 유한소수는 전부 유리수
- ③ 순환소수는 분수 형태로 전환가능
- ④ 순환소수도 정수가 아닌 유리수이다.
- ⑤ 분모의 소인수가 2나 5로만 이루어진 분수만 유한소수로 나타낼 수 있다.

4. $8^{x+4} = 8^x \times 4^y = 64^3$ 을 만족하는 자연수 x, y 에 대하여 $x + y$ 의 값은?

① 2

② 4

③ 8

④ 10

⑤ 12

해설

$$8^{x+4} = 64^3 = (8^2)^3 = 8^6$$

$$\therefore x = 2$$

$$8^2 \times 4^y = 64^3$$

$$4^y = 64^2 = (4^3)^2 = 4^6$$

$$\therefore y = 6$$

5. 다음 보기 중 옳은 것을 모두 고른 것은?

보기

㉠ $8^4 = 2^{12}$

㉡ $(-25)^4 = -5^8$

㉢ $27^8 = 3^{11}$

㉣ $64^5 = 2^{30}$

① ㉠, ㉢

② ㉠, ㉣

③ ㉡, ㉢

④ ㉢, ㉣

⑤ ㉡, ㉢, ㉣

해설

㉠ $8^4 = (2^3)^4 = 2^{12}$

㉡ $(-25)^4 = (-5^2)^4 = 5^8$

㉢ $27^8 = (3^3)^8 = 3^{24}$

㉣ $64^5 = (2^6)^5 = 2^{30}$

따라서 옳은 것은 ㉠, ㉣이다.

6. 다음 중 옳지 않은 것은?

① $x^2 \times (x^2)^2 = x^6$

② $(-x)^4 = x^4$

③ $(x^2y)^3 = x^6y^3$

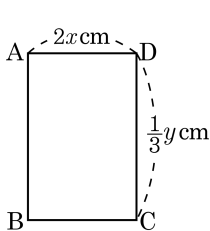
④ $x^2 \div x^4 = x^2$

⑤ $\left(\frac{x}{y^4}\right)^2 = \frac{x^2}{y^8}$

해설

$$x^2 \div x^4 = \frac{1}{x^2}$$

7. 다음 그림과 같이 $\overline{AD} = 2x \text{ cm}$, $\overline{CD} = \frac{1}{3}y \text{ cm}$ 인 직사각형 ABCD가 있다. $\overline{AD}$ 를 축으로 1회전시켜서 생긴 회전체의 부피는 $\overline{CD}$ 를 축으로 1회전시켜서 생긴 회전체의 부피의 몇 배인가?



- ① $\frac{y}{5x}$ 배 ② $\frac{y}{6x}$ 배 ③ $\frac{y}{7x}$ 배 ④ $\frac{y}{8x}$ 배 ⑤ $\frac{y}{9x}$ 배

해설

문제에서 생기는 회전체의 모양은 원기둥이다.

(원기둥의 부피) = (밑면의 넓이) $\times$ (높이) 이므로

$\overline{AD}$ 를 축으로 회전시킨 회전체의 부피 :

$$\pi \times \left(\frac{1}{3}y\right)^2 \times 2x = \frac{2}{9}\pi xy^2$$

$\overline{CD}$ 를 축으로 회전시킨 회전체의 부피 :

$$\pi \times (2x)^2 \times \frac{1}{3}y = \frac{4}{3}\pi x^2y$$

$$\therefore \frac{2}{9}\pi xy^2 \div \frac{4}{3}\pi x^2y = \frac{2}{9}\pi xy^2 \times \frac{3}{4\pi x^2y} = \frac{y}{6x} \text{ (배)}$$

8. 등식 $(-2x^2 + 3x) \div \frac{1}{2}x + (4x^3 - 5x^2) \div \left(-\frac{1}{3}x^2\right) = -11$ 을 만족하는 x 의 값은?(단, $x \neq 0$)

① -2

② -1

③ 1

④ 2

⑤ 4

해설

$$(-2x^2 + 3x) \div \frac{1}{2}x + (4x^3 - 5x^2) \div \left(-\frac{1}{3}x^2\right) = -11$$

$$(-2x^2 + 3x) \times \frac{2}{x} + (4x^3 - 5x^2) \times \left(-\frac{3}{x^2}\right) = -11$$

$$2(-2x + 3) - 3(4x - 5) = -11$$

$$-4x + 6 - 12x + 15 = -11$$

$$-16x = -32$$

$$\therefore x = 2$$

9. 두 식 a, b 에 대하여 $\#, *$ 을 $a\#b = a + b - ab$, $a*b = a(a + b)$ 로 정의하자. $a = -x$, $b = x - 4y$ 일 때, $(a\#b) + (a*b)$ 를 x, y 에 관한 식으로 나타내면?

① $x^2 - y$

② $x^2 - 4$

③ $2x^2 - y$

④ $2x^2 - 2y$

⑤ $x^2 - 4y$

해설

$$(-x)\#(x - 4y)$$

$$= -x + x - 4y + x(x - 4y) = x^2 - 4xy - 4y \quad \cdots \textcircled{\text{㉠}}$$

$$(-x) * (x - 4y) = -x(-x + x - 4y) = 4xy \quad \cdots \textcircled{\text{㉡}}$$

㉠ + ㉡ 하면 $x^2 - 4y$ 이다.

10. $x = -\frac{1}{3}$, $y = 3$ 일 때 $3xy(x - y) - (4x^2y^3 - 4x^3y^2) \div 2xy$ 의 값은?

① $\frac{50}{3}$

② $-\frac{50}{3}$

③ $\frac{40}{3}$

④ $-\frac{40}{3}$

⑤ $\frac{35}{3}$

해설

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= 3x^2y - 3xy^2 - 2xy^2 + 2x^2y \\ &= 5x^2y - 5xy^2\end{aligned}$$

$x = -\frac{1}{3}$, $y = 3$ 을 대입하면

$$5 \times \left(\frac{1}{9}\right) \times 3 - 5 \times \left(-\frac{1}{3}\right) \times 9 = \frac{5}{3} + \frac{45}{3} = \frac{50}{3}$$