

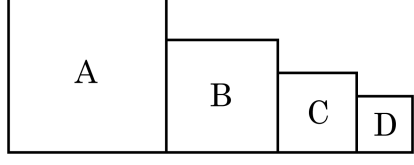
1. 다음 설명 중 옳은 것을 모두 고르면?(단, $a > 0$)

- ① 모든 수의 제곱근은 항상 2 개이다.
- ② a^2 의 제곱근은 a 이다.
- ③ $\sqrt{a}$ 는 제곱근 a 와 같다.
- ④ $\sqrt{a^2}$ 의 제곱근은 $\sqrt{a}$ 이다.
- ⑤ 모든 자연수의 제곱근은 항상 2 개이다.

해설

- ① 0 의 제곱근은 한 개이고 음수의 제곱근은 없다.
- ② a^2 의 제곱근은 $\pm a$
- ④ $\sqrt{a^2}$ 의 제곱근은 $\pm \sqrt{a}$

2. 다음 그림에서 사각형 A, B, C, D 는 모두 정사각형이다. C 의 넓이는 D 의 넓이의 2 배, B 의 넓이는 C 의 넓이의 2 배, A 의 넓이는 B 의 넓이의 2 배인 관계가 있다고 한다. A 의 넓이가 4 cm² 일 때, D 의 한 변의 길이는?



- ① $\frac{1}{4}$ cm ② $\frac{1}{2}$ cm ③ $\frac{\sqrt{2}}{4}$ cm
 ④ $\frac{\sqrt{2}}{4}$ cm ⑤ $\frac{\sqrt{2}}{2}$ cm

해설

$$(B \text{의 넓이}) = \frac{1}{2} \times (A \text{의 넓이})$$

$$(C \text{의 넓이}) = \frac{1}{2} \times (B \text{의 넓이}) = \left(\frac{1}{2}\right)^2 \times (A \text{의 넓이})$$

$$(D \text{의 넓이}) = \frac{1}{2} \times (C \text{의 넓이}) \\ = \left(\frac{1}{2}\right)^3 \times (A \text{의 넓이})$$

A 의 넓이가 4 cm² 이므로

$$(D \text{의 넓이}) = \frac{1}{8} \times 4 = \frac{1}{2}$$

따라서 (D의 넓이) = (한 변의 길이)² = $\frac{1}{2}$ (cm²) 이므로

$$(\text{한 변의 길이}) = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2} (\text{cm}) \text{ 이다.}$$

3. 두 수 a, b 가 $a + b < 0$, $ab < 0$, $|a| < |b|$ 를 만족할 때, $\sqrt{9a^2} + \sqrt{(-b)^2} + \sqrt{(-2a)^2} - \sqrt{4b^2}$ 을 간단히 하면? (단, $|a|$ 는 a 의 절댓값)

① $3a + b$

② $-5a - b$

③ $-5a + b$

④ $5a + b$

⑤ $5a - b$

해설

$a > 0$, $b < 0$ 이므로

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= |3a| + |-b| + |-2a| - |2b| \\ &= 3a - b + 2a + 2b \\ &= 5a + b\end{aligned}$$

4. $-2 < x < y < 0$ 일 때, 다음 양수를 모두 고르면?

㉠ $\sqrt{(2-x)^2}$	㉡ $-\sqrt{(x-2)^2}$
㉢ $\sqrt{(2+y)^2}$	㉣ $-\sqrt{(-y)^2}$
㉤ $-\sqrt{(y-2)^2}$	

① ㉠ ② ㉡ ③ ㉢ ④ ㉠,㉢ ⑤ ㉢,㉣

해설

㉠ $-2 < x < y < 0$ 이므로 $2 < 2-x < 4$
 $\Rightarrow 2 < \sqrt{(2-x)^2} = 2-x < 4$
㉡ $-2 < x < 0$ 이므로 $-4 < x-2 < -2$
 $\Rightarrow -4 < x-2 < -2$
㉢ $-2 < y < 0$ 이므로 $0 < y+2 < 2$
 $\Rightarrow 0 < \sqrt{(2+y)^2} = y+2 < 2$
㉣ $-2 < y < 0$ 이므로 $0 < -y < 2$
 $\Rightarrow -2 < -\sqrt{(-y)^2} = -(-y) = y < 0$
㉤ $-2 < y < 0$ 이므로 $-4 < y-2 < -2$

5. $\sqrt{90-x} - \sqrt{7+x}$ 의 값이 가장 큰 자연수가 되도록 하는 자연수 x 의 값은?

① 5

② 9

③ 15

④ 26

⑤ 30

해설

$\sqrt{90-x}$, $\sqrt{7+x}$ 둘 다 자연수가 되어야 한다. $\sqrt{90-x}$ 가 최대
 $\sqrt{7+x}$ 가 최소가 되려면 $x=9$ 이어야 한다.

6. $0 < a < 1$ 일 때, 다음 중 가장 큰 것은?

① a

② a^3

③ $\sqrt{a}$

④ $\frac{1}{a^3}$

⑤ $\frac{1}{\sqrt{a}}$

해설

$a = \frac{1}{2}$ 라고 하면

① $\frac{1}{2}$

② $\frac{1}{8}$

③ $\sqrt{\frac{1}{2}}$

④ 8

⑤ $\sqrt{2}$

7. 자연수 x 에 대하여 $\sqrt{x}$ 이하의 자연수의 개수를 $f(x)$ 라고 할 때, $f(150) - f(99)$ 의 값은?

① 2개 ② 3개 ③ 4개 ④ 5개 ⑤ 6개

해설

$f(150) - f(99)$ 는 $\sqrt{99}$ 초과 $\sqrt{150}$ 이하의 자연수의 개수이다.
 $\sqrt{99} < 10, 11, 12 \leq \sqrt{150}$
 $\therefore$ 3개

8. $7 < \sqrt{3n} < 9$ 를 만족하는 자연수 n 의 값 중에서 최댓값을 a , 최솟값을 b 라 할 때, $a - b$ 의 값은?

① 8

② 9

③ 10

④ 11

⑤ 12

해설

$$7 < \sqrt{3n} < 9$$

$$49 < 3n < 81$$

$$\frac{49}{3} < n < 27$$

$$\therefore a = 26, b = 17$$

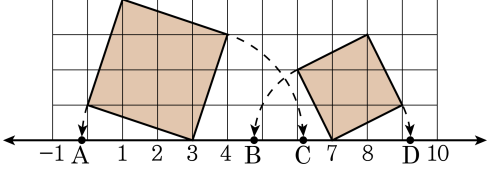
9. 다음 중 옳은 것은?

- ㉠ (무리수) + (유리수) = (무리수)
- ㉡ (무리수) × (무리수) = (무리수)
- ㉢ (유리수) ÷ (무리수) = (무리수)
- ㉣ (무리수) + (무리수) = (무리수)
- ㉤ (유리수) × (무리수) = (무리수)

해설

- ㉡ $\sqrt{3} \times \sqrt{3} = 3$: 유리수
- ㉢ $\frac{0}{\sqrt{3}} = 0$: 유리수
- ㉣ $\sqrt{3} + (-\sqrt{3}) = 0$: 유리수
- ㉤ $0 \times \sqrt{3} = 0$: 유리수

10. 다음 그림의 수직선 위의 점 A, B, C, D 에 대응하는 수를 각각 a, b, c, d 라고 할 때, $a + b + c + d$ 값은? (단, 모눈 한 칸은 한 변의 길이가 1 인 정사각형이다.)



- ① 10 ② 13 ③ 17 ④ 20 ⑤ 24

해설

$$a = 3 - \sqrt{10}, b = 7 - \sqrt{5}, c = 3 + \sqrt{10}, d = 7 + \sqrt{5}$$

이므로 $a + b + c + d = 20$ 이다.

11. $\sqrt{18}+3$ 과 $\sqrt{15}-2$ 중 큰 수를 a , $2\sqrt{7}$ 과 $3\sqrt{2}-1$ 중 작은 수를 b 라고 할 때, $b-a$ 의 값을 구하면?

① 4 ② 2 ③ 0 ④ -2 ⑤ -4

해설

$$\textcircled{1} \quad \sqrt{18}+3-(\sqrt{15}-2)=\sqrt{18}+3-\sqrt{15}+2>0$$

$$\therefore \sqrt{18}+3>\sqrt{15}-2$$

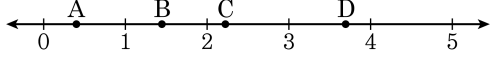
$$\textcircled{2} \quad 2\sqrt{7}-(3\sqrt{2}-1)=2\sqrt{7}-3\sqrt{2}+1=\sqrt{28}-\sqrt{18}+1>0$$

$$\therefore 2\sqrt{7}>3\sqrt{2}-1$$

$$\therefore a=\sqrt{18}+3=3\sqrt{2}+3, b=3\sqrt{2}-1$$

$$b-a=3\sqrt{2}-1-(3\sqrt{2}+3)=-4 \text{ 이다.}$$

12. 다음 수직선 위의 점 A, B, C, D에 대응하는 수는 $\sqrt{2}$, $\sqrt{3}+2$, $\sqrt{2}-1$, $4-\sqrt{3}$ 이다. 점 A, B, C, D에 대응하는 값을 각각 a , b , c , d 라고 할 때, $a+b$ 와 $c+d$ 의 값을 각각 바르게 구한 것은?

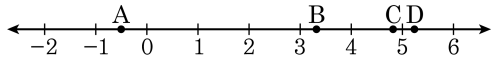


- ① $\sqrt{2} + \sqrt{3} + 2$, $\sqrt{2} - \sqrt{3} + 3$
② $\sqrt{2} + \sqrt{3} + 3$, $\sqrt{2} + \sqrt{3} + 2$
③ $\sqrt{2} - \sqrt{3} + 3$, $\sqrt{2} + \sqrt{3} + 2$
④ $2\sqrt{2} - 1$, 6
⑤ 6, $2\sqrt{2} - 1$

해설

$$\begin{aligned} 1 < \sqrt{2} < 2 : B &= \sqrt{2} \\ 0 < \sqrt{2} - 1 < 1 : A &= \sqrt{2} - 1 \\ a + b &= (\sqrt{2} - 1) + (\sqrt{2}) = 2\sqrt{2} - 1 \\ 3 < \sqrt{3} + 2 < 4 : D &= \sqrt{3} + 2 \\ 2 < 4 - \sqrt{3} < 3 : C &= 4 - \sqrt{3} \\ c + d &= (4 - \sqrt{3}) + (\sqrt{3} + 2) = 6 \end{aligned}$$

13. 다음 수직선 위의 점 A, B, C, D에 대응하는 수는 $4\sqrt{3}-2, 2\sqrt{5}-5, 10-3\sqrt{5}, \sqrt{27}$ 이다. 점 A에 대응하는 수를 a , 점 B에 대응하는 수를 b 라 할 때, $a+b$ 의 값을 구하면?



- ① $3\sqrt{3}-3\sqrt{5}+10$
 ② $4\sqrt{3}+2\sqrt{5}-7$
- ③ $3\sqrt{3}+2\sqrt{5}-5$
 ④ $5-\sqrt{5}$
- ⑤ $\sqrt{3}-2$

해설

$$\begin{aligned}
 4\sqrt{3}-2 &= \sqrt{48}-2 \approx 4.\times\times\times : C \\
 2\sqrt{5}-5 &= \sqrt{20}-5 \approx -0.\times\times\times : A \\
 10-3\sqrt{5} &= 10-\sqrt{45} \approx 3.\times\times\times : B \\
 \sqrt{27} &\approx 5.\times\times\times : D \\
 a &= 2\sqrt{5}-5, b = 10-3\sqrt{5} \\
 \therefore a+b &= (2\sqrt{5}-5) + (10-3\sqrt{5}) = 5-\sqrt{5}
 \end{aligned}$$

14. $\sqrt{3} = a$, $\sqrt{30} = b$ 일 때, $\sqrt{300}$ 의 값을 x , $\sqrt{0.3}$ 의 값을 y 라고 한다.
 x 와 y 를 a, b 를 이용하여 나타내면?

① $x = 100a$, $y = 10b$

③ $x = 100b$, $y = \frac{a}{100}$

⑤ $x = 10ab$, $y = \frac{10}{b}$

② $x = 10a$, $y = \frac{b}{10}$

④ $x = 10a$, $y = \frac{b}{100}$

해설

$$\sqrt{300} = \sqrt{3 \times 100} = 10\sqrt{3} = 10a$$

$$\therefore x = 10a$$

$$\sqrt{0.3} = \sqrt{\frac{30}{100}} = \frac{\sqrt{30}}{10} = \frac{b}{10}$$

$$\therefore y = \frac{b}{10}$$

15. $ab = 2$ 일 때, $a\sqrt{\frac{8b}{a}} + b\sqrt{\frac{32a}{b}}$ 의 값은? (단, $a > 0$, $b > 0$)

① 2

② 4

③ 5

④ 12

⑤ 24

해설

$$\begin{aligned} & a\sqrt{\frac{8b}{a}} + b\sqrt{\frac{32a}{b}} \\ &= a\frac{\sqrt{8b} \times \sqrt{a}}{\sqrt{a} \times \sqrt{a}} + b\frac{\sqrt{32a} \times \sqrt{b}}{\sqrt{b} \times \sqrt{b}} \\ &= \sqrt{8ab} + \sqrt{32ab} \\ & ab = 2 \text{를 대입하면} \\ & \sqrt{8ab} + \sqrt{32ab} = \sqrt{16} + \sqrt{64} = 4 + 8 = 12 \end{aligned}$$

16. $f(x) = \sqrt{x+1} - \sqrt{x}$ 일 때, $f(1) + f(2) + f(3) + \cdots + f(39) + f(40)$ 의 값을 구하면?

- ① $\sqrt{40} - 1$ ② $\sqrt{40} + 1$ ③ $\sqrt{41} - 1$
④ $\sqrt{41} + 1$ ⑤ $\sqrt{41} - \sqrt{40}$

해설

$$\begin{aligned} f(1) &= \sqrt{2} - 1 = -1 + \sqrt{2} \\ f(2) &= \sqrt{3} - \sqrt{2} = -\sqrt{2} + \sqrt{3} \\ f(3) &= \sqrt{4} - \sqrt{3} = -\sqrt{3} + \sqrt{4} \cdots \\ f(39) &= \sqrt{40} - \sqrt{39} = -\sqrt{39} + \sqrt{40} \\ f(40) &= \sqrt{41} - \sqrt{40} = -\sqrt{40} + \sqrt{41} \\ \therefore f(1) + f(2) + f(3) + \cdots + f(39) + f(40) \\ &= (-1 + \sqrt{2}) + (-\sqrt{2} + \sqrt{3}) + (-\sqrt{3} + \sqrt{4}) + \cdots + (-\sqrt{39} + \sqrt{40}) + (-\sqrt{40} + \sqrt{41}) = -1 + \sqrt{41} \end{aligned}$$

17. $\sqrt{(5-2\sqrt{5})^2} + \sqrt{(2\sqrt{5}-5)^2}$ 을 간단히 하면 $a+b\sqrt{5}$ 이다. 유리수 a 와 b 의 합은?

① -4 ② 0 ③ 3 ④ 6 ⑤ 11

해설

$5 > 2\sqrt{5}$ 이므로

$$\sqrt{(5-2\sqrt{5})^2} + \sqrt{(2\sqrt{5}-5)^2}$$

$$= |5-2\sqrt{5}| + |2\sqrt{5}-5|$$

$$= 5-2\sqrt{5} - (2\sqrt{5}-5)$$

$$= 5-2\sqrt{5} - 2\sqrt{5} + 5$$

$$= 10-4\sqrt{5}$$

$$\therefore a+b = 10-4 = 6$$

18. $\frac{k(2\sqrt{2}-\sqrt{3})}{\sqrt{3}} - 2\sqrt{3} + 2\sqrt{3}(1-\sqrt{2})$ 가 유리수가 되도록 하는 유리수 k 의 값은?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

$$\begin{aligned} & \frac{k(2\sqrt{2}-\sqrt{3})}{\sqrt{3}} - 2\sqrt{3} + 2\sqrt{3}(1-\sqrt{2}) \\ &= \frac{k(2\sqrt{2}-\sqrt{3})\sqrt{3}}{3} - 2\sqrt{3} + 2\sqrt{3} - 2\sqrt{6} \\ &= \frac{2k\sqrt{6}}{3} - k - 2\sqrt{6} \\ &= \left(\frac{2}{3}k - 2\right)\sqrt{6} - k \end{aligned}$$

값이 유리수가 되어야 하므로

$$\frac{2}{3}k - 2 = 0$$

$$\therefore k = 3$$

19. 자연수 n 에 대하여 $\sqrt{n}$ 의 소수 부분을 $f(n)$ 이라 할 때, $f(80)+f(45) = a\sqrt{5} + b$ 이다. 이 때, $2a + b$ 의 값을 구하면?

① -28

② -7

③ 0

④ 7

⑤ 21

해설

$$\text{i) } 8 < \sqrt{80} = 4\sqrt{5} < 9 \quad \therefore f(80) = 4\sqrt{5} - 8$$

$$\text{ii) } 6 < \sqrt{45} = 3\sqrt{5} < 7 \quad \therefore f(45) = 3\sqrt{5} - 6$$

$$\therefore f(80) + f(45) = 4\sqrt{5} - 8 + 3\sqrt{5} - 6$$

$$= 7\sqrt{5} - 14$$

$$7\sqrt{5} - 14 = a\sqrt{5} + b \text{ 이므로}$$

$$\therefore a = 7, b = -14$$

$$\therefore 2a + b = 14 + (-14) = 0$$

20. $a = \sqrt{3}$ 일 때, $\frac{a}{[a] + a}$ 의 소수 부분은? (단, $[a]$ 는 a 를 넘지 않는 최대의 정수)

① $\sqrt{3} - 1$

② $\sqrt{3} + 1$

③ $\frac{1}{1 + \sqrt{3}}$

④ $\frac{\sqrt{3}}{1 + \sqrt{3}}$

⑤ $\frac{\sqrt{3}}{1 - \sqrt{3}}$

해설

$[\sqrt{3}] = 1$ 이므로

$$\frac{a}{[a] + a} = \frac{\sqrt{3}}{1 + \sqrt{3}} = \frac{1.\cdots}{2.\cdots} = 0.\cdots$$

따라서 정수 부분은 0, 소수 부분은 $\frac{\sqrt{3}}{1 + \sqrt{3}}$ 이다.