

1. 세 다항식  $A = x^2 + 3x - 2$ ,  $B = 3x^2 - 2x + 1$ ,  $C = 4x^2 + 2x - 3$  에 대하여

$3A - \{5A - (3B - 4C)\} + 2B$  를 간단히 하면?

- ①  $3x^2 + 12x - 13$                       ②  $-3x^2 + 24x + 21$   
③  $3x^2 - 12x + 21$                       ④  $-3x^2 - 24x + 21$   
⑤  $x^2 + 12x + 11$

해설

$$\begin{aligned} & 3A - \{5A - (3B - 4C)\} + 2B \\ &= -2A + 5B - 4C \\ &= -2(x^2 + 3x - 2) + 5(3x^2 - 2x + 1) - 4(4x^2 + 2x - 3) \\ &= -3x^2 - 24x + 21 \end{aligned}$$

2. 두 다항식  $A = a + 2b$ ,  $B = 2a + 3b$ 일 때,  $2A + B$ 를 구하는 과정에서 사용된 연산법칙 중 옳지 않은 것을 골라라.

$$\begin{aligned} 2A + B &= 2(a + 2b) + (2a + 3b) \\ &= (2a + 4b) + (2a + 3b) \quad \text{㉠ 분배법칙} \\ &= 2a + (4b + 2a) + 3b \quad \text{㉡ 결합법칙} \\ &= 2a + (2a + 4b) + 3b \quad \text{㉢ 교환법칙} \\ &= (2a + 2a) + (4b + 3b) \quad \text{㉣ 교환법칙} \\ &= (2 + 2)a + (4 + 3)b \quad \text{㉤ 분배법칙} \\ &= 4a + 7b \end{aligned}$$

▶ 답:

▶ 정답: ㉢

해설

$$\text{㉢ } 2a + (2a + 4b) + 3b = (2a + 2a) + (4b + 3b): \text{ 결합법칙}$$

3. 다음  안에 알맞은 수를 차례대로 써 넣어라.

$$(x^3 + 4x^2 + 3x - 2) \div (\square x^2 + \square x + \square) = x + 2$$

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

▷ 정답 : 2

▷ 정답 : -1

해설

$$\square x^2 + \square x + \square = A \text{ 라 하면}$$

$$(x^3 + 4x^2 + 3x - 2) \div A = x + 2$$

$$\therefore A = (x^3 + 4x^2 + 3x - 2) \div (x + 2)$$

$$\therefore A = x^2 + 2x - 1 \text{ 이므로}$$

안에 알맞은 수는 차례대로 1, 2, -1이다.

4.  $x^2 + x - 1 = 0$  일 때,  $x^5 - 5x$  의 값을 구하면?

- ① 2      ② 1      ③ 0      ④ -1      ⑤ -3

해설

$x^5 - 5x$  를  $x^2 + x - 1$  로 나누면  
즉,  $x^5 - 5x = (x^2 + x - 1) \times \text{몫} - 3$   
 $x^2 + x - 1 = 0$   
 $\therefore x^5 - 5x = -3$

해설

다음과 같이 식의 차수를 낮춰 나갈 수 있다.

$$\begin{aligned}x^2 &= -x + 1 \\x^5 - 5x &= (x^2)^2 \times x - 5x \\&= x(-x + 1)^2 - 5x \\&= x^3 - 2x^2 - 4x \\&= x(-x + 1) - 2(-x + 1) - 4x \\&= -x^2 - x - 2 \\&= -(x^2 + x) - 2 \\&= -1 - 2 = -3\end{aligned}$$

5.  $x + y + z = 1$ ,  $xy + yz + zx = 2$ ,  $xyz = 3$  일 때,  $(x + 1)(y + 1)(z + 1)$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 7

해설

$$\begin{aligned} & (x + 1)(y + 1)(z + 1) \\ &= xyz + xy + yz + zx + x + y + z + 1 \\ &= 7 \end{aligned}$$

6. 다음 식을 전개한 것 중 옳은 것을 고르면?

①  $(x - y - z)^2 = x^2 - y^2 - z^2 - 2xy + 2yz - 2zx$

②  $(3x - 2y)^3 = 27x^3 - 54x^2y + 18xy^2 - 8y^3$

③  $(x + y)(x - y)(x^2 + xy - y^2)(x^2 - xy + y^2) = x^9 - y^9$

④  $(x^2 - 2xy + 2y^2)(x^2 + 2xy + 2y^2) = x^4 + 4y^4$

⑤  $(x + y - 1)(x^2 + y^2 - xy + 2x + 2y + 1) = x^3 + y^3 - 3xy - 1$

해설

①  $(x - y - z)^2 = x^2 + y^2 + z^2 - 2xy + 2yz - 2zx$

②  $(3x - 2y)^3 = 27x^3 - 54x^2y + 36xy^2 - 8y^3$

③  $(x + y)(x - y)(x^2 + xy + y^2)(x^2 - xy + y^2) = x^6 - y^6$

⑤  $(x + y - 1)(x^2 + y^2 - xy + x + y + 1) = x^3 + y^3 - 3xy - 1$

7.  $(x-1)(x+2)(x-3)(x+4)$ 를 전개할 때, 각 항의 계수의 총합을  $a$ , 상수항을  $b$ 라 할 때,  $a+b$ 의 값을 구하면?

- ① 8      ② 15      ③ 24      ④ 36      ⑤ 47

해설

$$\begin{aligned} & (x-1)(x+2)(x-3)(x+4) \\ &= (x^2+x-2)(x^2+x-12)(x^2+x=X(\text{치환})) \\ &= (X-2)(X-12) \\ &= X^2-14X+24 \\ &= (x^2+x)^2-14(x^2+x)+24 \\ &= x^4+2x^3-13x^2-14x+24 \\ \therefore a &= 1+2-13-14+24=0, b=24 \\ \therefore a+b &= 0+24=24 \end{aligned}$$

해설

- ㉠ 각 항 계수의 총합 구하기  
 $x=1$  대입,  $a=0$   
㉡ 상수항 구하기  
 $x=0$  대입,  $b=24$

8.  $P = (2 + 1)(2^2 + 1)(2^4 + 1)(2^8 + 1)(2^{16} + 1)$  의 값을 구하면?

- ①  $2^{32} - 1$                       ②  $2^{32} + 1$                       ③  $2^{31} - 1$   
④  $2^{31} + 1$                       ⑤  $2^{17} - 1$

해설

$$\begin{aligned} & \text{주어진 식에 } (2 - 1) = 1 \text{ 을 곱해도 식은 성립하므로} \\ P &= (2 - 1)(2 + 1)(2^2 + 1)(2^4 + 1)(2^8 + 1)(2^{16} + 1) \\ &= (2^2 - 1)(2^2 + 1)(2^4 + 1)(2^8 + 1)(2^{16} + 1) \\ &= (2^4 - 1)(2^4 + 1)(2^8 + 1)(2^{16} + 1) \\ &= \vdots \\ &= (2^{16} - 1)(2^{16} + 1) \\ &= 2^{32} - 1 \end{aligned}$$

9.  $(-2x^3 + x^2 + ax + b)^2$ 의 전개식에서  $x^3$ 의 계수가  $-8$ 일 때,  $a - 2b$ 의 값은?

- ①  $-6$     ②  $-4$     ③  $-2$     ④  $0$     ⑤  $2$

**해설**

전개할 때 삼차항은 일차항과 이차항의 곱, 삼차항과 상수항의 곱이 각각 2개씩 나온다.

$$(-2x^3 \times b) \times 2 + (x^2 \times ax) \times 2 = (-4b + 2a)x^3$$

$$2a - 4b = -8$$

$$\therefore a - 2b = -4$$

10.  $x + y = 4$ ,  $xy = 3$ 일 때,  $x^2 - xy + y^2$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 7

해설

$$x^2 - xy + y^2 = (x + y)^2 - 3xy = 7$$

11.  $x + \frac{1}{x} = 3$  일 때,  $x^2 + \frac{1}{x^2}$  의 값과  $x^3 + \frac{1}{x^3}$  의 값을 차례대로 구하면?

(단,  $x > 0$ )

① 5, 6

② 7, 18

③ 8, 16

④ 9, 18

⑤ 10, 27

해설

$$x + \frac{1}{x} = 3 \text{ 일 때}$$

$$x^2 + \frac{1}{x^2} = \left(x + \frac{1}{x}\right)^2 - 2 = 3^2 - 2 = 7$$

$$x^3 + \frac{1}{x^3} = \left(x + \frac{1}{x}\right)^3 - 3\left(x + \frac{1}{x}\right) = 27 - 9 = 18$$

12.  $a+b+c=0$ ,  $a^2+b^2+c^2=1$  일 때,  $4(a^2b^2+b^2c^2+c^2a^2)$  의 값은?

- ①  $\frac{1}{4}$       ②  $\frac{1}{2}$       ③ 1      ④ 2      ⑤ 3

해설

$$\begin{aligned}(a+b+c)^2 &= a^2+b^2+c^2+2(ab+bc+ca) \\ \therefore ab+bc+ca &= -\frac{1}{2} \\ 4(a^2b^2+b^2c^2+c^2a^2) &= 4\{(ab+bc+ca)^2-2abc(a+b+c)\} \\ &= 4 \times \left(-\frac{1}{2}\right)^2 = 1\end{aligned}$$

13.  $x^2 - x + 1 = 0$ 일 때,  $x^5 + \frac{1}{x^5}$ 의 값은?

- ① -2      ② -1      ③ 0      ④ 1      ⑤ 2

해설

$x^2 - x + 1 = 0$ , 양변에  $x + 1$ 을 곱하면,

$$(x+1)(x^2 - x + 1) = 0$$

$$x^3 + 1 = 0, x^3 = -1 \text{에서 } x^5 = x^3 \times x^2 = -x^2$$

$$x^5 + \frac{1}{x^5} = -\left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right) \dots \dots \textcircled{1}$$

$x^2 - x + 1 = 0$ 를  $x$ 로 나누어 정리한다.

$$x + \frac{1}{x} = 1$$

$$x^2 + \frac{1}{x^2} = \left(x + \frac{1}{x}\right)^2 - 2 = -1$$

$$\textcircled{1} \text{에 대입하면, } x^5 + \frac{1}{x^5} = 1$$

14. 다음 등식이  $x$ 에 대한 항등식일 때,  $a-b+c$ 의 값은?

$$x^2 - 2x + 4 = a(x-1)(x-2) + bx(x-2) + cx(x-1)$$

- ① 8      ② 7      ③ 3      ④ 0      ⑤ -3

**해설**

주어진 등식이  $x$ 에 대한 항등식이므로  $x$ 에 어떤 값을 대입하여도 성립한다.

$x=0$ 을 대입하면

$$4 = 2a \quad \therefore a = 2$$

$x=1$ 을 대입하면

$$3 = -b \quad \therefore b = -3$$

$x=2$ 을 대입하면

$$4 = 2c \quad \therefore c = 2$$

$$\therefore a-b+c = 2 - (-3) + 2 = 7$$

15. 다음 등식이  $k$ 의 값에 관계없이 항상 성립할 때,  $xy$ 의 값을 구하여라.

$$(2k + 3)x + (3k - 1)y + 5k - 9 = 0$$

▶ 답:

▷ 정답: -6

해설

$k$ 에 대하여 내림차순으로 정리하면

$$(2x + 3y + 5)k + (3x - y - 9) = 0$$

이것은  $k$ 에 대한 항등식이므로

$$2x + 3y + 5 = 0$$

$$3x - y - 9 = 0$$

연립방정식을 풀면  $x = 2$ ,  $y = -3$

$$\therefore xy = 2 \times (-3) = -6$$

16.  $\frac{2x+3a}{4x+1}$ 가  $x$ 에 관계없이 일정한 값을 가질 때,  $12a$ 의 값을 구하시오.

▶ 답:

▷ 정답:  $12a = 2$

해설

$\frac{2x+3a}{4x+1} = k$  (일정값 =  $k$ )라 놓으면  $2x+3a = k(4x+1)$ 에서

$$(2-4k)x + 3a - k = 0$$

이 식은  $x$ 에 대한 항등식이므로,

$$2-4k = 0, 3a - k = 0$$

$$k = \frac{1}{2} \text{ 이므로 } 3a = k \text{ 에서 } a = \frac{1}{6}$$

$$\therefore 12a = 2$$

17.  $x$ 에 대한 다항식  $x^3 + ax^2 + bx + 3$ 을  $(x-1)^2$ 을 나누었을 때 나머지가  $2x+1$ 이 되도록 상수  $a-b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 1

해설

최고차항의 계수가 1이므로  
 $x^3 + ax^2 + bx + 3$   
 $= (x-1)^2(x+k) + 2x+1$   
 $= x^3 + (k-2)x^2 + (3-2k)x + k+1$   
양변의 계수를 비교하면  
 $a = k-2, b = 3-2k, 3 = k+1$   
 $k = 2$ 이므로  $a = 0, b = -1$   
 $\therefore a-b = 0 - (-1) = 1$

18.  $x$ 에 대한 다항식  $(ax - 1)^3$ 의 전개식에서 모든 항의 계수의 합이 125일 때, 실수  $a$ 의 값은?

- ① 2      ② 3      ③ 4      ④ 5      ⑤ 6

해설

$x = 1$ 을 대입하면 계수들의 합을 얻을 수 있다.

$$\text{즉, } (a - 1)^3 = 125, a - 1 = 5$$

$$\therefore a = 6$$

19.  $x^3 + ax^2 + bx - 4$ 는  $x-2$ 로 나누어 떨어지고  $x+1$ 로 나누면 나머지가 6이다.  $a-b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 11

해설

$f(x) = x^3 + ax^2 + bx - 4$ 라 하면

$$f(2) = 4a + 2b + 4 = 0 \cdots \cdots \textcircled{1}$$

$$f(-1) = a - b - 5 = 6 \cdots \cdots \textcircled{2}$$

$\textcircled{1}, \textcircled{2}$ 에서  $a = 3, b = -8$

$$\therefore a - b = 11$$

20.  $x$  에 대한 다항식  $f(x)$  를  $x^2 - 3x + 2$  로 나누었을 때의 나머지가  $x + 4$  이고,  $x^2 - 4x + 3$  으로 나누었을 때의 나머지가  $2x + 3$  일 때,  $f(x)$  를  $x^3 - 6x^2 + 11x - 6$  으로 나누었을 때의 나머지를  $R(x)$  라 하자. 이때  $R(10)$  의 값은?

- ① 86      ② 88      ③ 90      ④ 92      ⑤ 94

해설

$$f(x) = (x-1)(x-2)Q(x) + x + 4$$

$$\cdots f(1) = 5, f(2) = 6 \cdots \text{㉠}$$

$$f(x) = (x-1)(x-3)P(x) + 2x + 3$$

$$\cdots f(1) = 5, f(3) = 9 \cdots \text{㉡}$$

$$f(x) = (x-1)(x-2)(x-3)Z(x) + R(x)$$

$$R(x) = ax^2 + bx + c \cdots \text{㉢}$$

㉠, ㉡를 ㉢에 각각 대입하면,

$$a + b + c = 5, 4a + 2b + c = 6, 9a + 3b + c = 9$$

세식을 연립하여 풀면,  $a = 1, b = -2, c = 6$

$$R(x) = x^2 - 2x + 6$$

$$\therefore R(10) = 86$$

21. 다항식  $f(x)$  를  $2x - 1$ 로 나누면 나머지는  $-4$ 이고, 그 몫을  $x + 2$ 로 나누면 나머지는  $2$ 이다. 이때,  $f(x)$ 를  $x + 2$ 로 나눌 때의 나머지를 구하시오.

▶ 답:

▷ 정답:  $-14$

해설

$$f(x) = (2x - 1)Q(x) - 4 \text{라 하면}$$

$$f(-2) = -5Q(-2) - 4$$

$$\text{그런데 } Q(-2) = 2 \text{ 이므로 } f(-2) = -14$$

22. 다항식  $f(x)$ 를  $x-3$ 으로 나누었을 때의 몫이  $Q(x)$ , 나머지가 1이고, 또  $Q(x)$ 를  $x-2$ 로 나누었을 때의 나머지가  $-2$ 이다.  $f(x)$ 를  $x-2$ 로 나누었을 때의 나머지를 구하면?

- ① 1      ② 2      ③ 3      ④ 4      ⑤ 5

해설

$$f(x) = (x-3)Q(x) + 1$$

$$Q(2) = -2$$

$f(x)$ 를  $x-2$ 로 나눈 나머지는  $f(2)$ 이다.

$$\begin{aligned} f(2) &= (2-3)Q(2) + 1 \\ &= -1 \times (-2) + 1 = 3 \end{aligned}$$

23. 다항식  $x^3 + ax^2 + bx + c$  를  $x+2$ 로 나누면 3이 남고,  $x^2-1$ 로 나누면 떨어진다. 이 때,  $abc$ 의 값을 구하면?

▶ 답 :

▷ 정답 : 9

해설

$$x^3 + ax^2 + bx + c = (x+2)Q_1(x) + 3$$

$$= (x+1)(x-1)Q_2(x)$$

$$f(-2) = 3 \quad f(1) = 0 \quad f(-1) = 0$$

$$x = -2 \text{ 대입, } -8 + 4a - 2b + c = 3$$

$$x = -1 \text{ 대입, } -1 + a - b + c = 0$$

$$x = 1 \text{ 대입, } 1 + a + b + c = 0$$

세 식을 연립해서 구하면

$$a = 3, b = -1, c = -3$$

$$\therefore abc = 9$$

24.  $x$ 에 대한 다항식  $x^3+ax^2-x+b$ 를  $x-1$ 로 나누었을 때 몫과 나머지를 다음과 같은 조립제법으로 구하려고 한다. 다음 중 옳지 않은 것은?

$$\begin{array}{r|rrrr} k & 1 & a & -1 & b \\ & & c & d & a \\ \hline & 1 & 4 & 3 & \underline{5} \end{array}$$

- ①  $a=3$                       ②  $b=2$                       ③  $c=1$   
 ④  $d=4$                       ⑤  $k=-1$

**해설**

다항식  $x^3+ax^2-x+b$ 를  $x-1$ 로 나누었을 때의 몫과 나머지를 조립제법을 이용하여 구하면 다음과 같다.

$$\begin{array}{r|rrrr} 1 & 1 & a & -1 & b \\ & & 1 & a+1 & a \\ \hline & 1 & a+1 & a & \underline{b+a} \end{array}$$

$k=1, a=3, b=2, c=1, d=4$   
 따라서 옳지 않은 것은 ⑤이다.

25.  $x$ 에 대한 다항식  $x^3+ax^2+bx+c$ 를  $x-1$ 로 나누었을 때 몫과 나머지를 다음과 같은 조립제법으로 구하려고 한다.  $i = 1$ 일 때,  $a+b+c$ 의 값을 옳게 구한 것은?

$$\begin{array}{r|rrrr} 1 & 1 & a & b & c \\ & & d & e & f \\ \hline & 1 & g & h & i \end{array}$$

- ① -2      ② -1      ③ 0      ④ 1      ⑤ 2

해설

다항식  $x^3+ax^2+bx+c$ 를  $x-1$ 로 나누었을 때의 몫과 나머지를 조립제법을 이용하여 구하면 다음과 같다.

$$\begin{array}{r|rrrr} 1 & 1 & a & b & c \\ & & 1 & a+1 & a+b+1 \\ \hline & 1 & a+1 & a+b+1 & a+b+c+1 \end{array}$$

이때  $a+b+c+1 = 1$ 이므로

$$a+b+c = 0$$

따라서 ③이다.

26.  $x^4 - 6x^2 + 8$ 를 인수분해하면? (단, 유리수 범위에서 인수분해 하여라.)

①  $(x^2 - 2)(x^2 - 4)$

②  $(x^2 - 2)(x - 4)(x + 4)$

③  $(x^2 - 2)(x - 2)(x + 2)$

④  $(x - \sqrt{2})(x + \sqrt{2})(x - 2)(x + 2)$

⑤  $(x^2 - \sqrt{2})(x - 2)(x + 2)$

해설

$$\begin{aligned}x^4 - 6x^2 + 8 &= (x^2)^2 - 6x^2 + 8 \\ &= (x^2 - 2)(x^2 - 4) \\ &= (x + 2)(x - 2)(x^2 - 2)\end{aligned}$$

해설

인수정리를 이용할 수 있다.

$$f(x) = x^4 - 6x^2 + 8$$

$$f(2) = 0, \quad f(-2) = 0,$$

즉,  $(x - 2)(x + 2)$ 로 나누어 떨어지므로

조립제법을 써서 인수분해하면 된다.

27.  $(x^2 - x + 1)(x^2 - x - 3) - 5$ 를 인수분해하면  $(x^2 + ax + b)(x^2 + cx + 2)$ 일 때, 상수  $a, b, c$ 의 합  $a + b + c$ 의 값은?

① -6      ② -3      ③ 0      ④ 3      ⑤ 6

해설

$$\begin{aligned} & x^2 - x \text{를 } X \text{로 치환하면} \\ & (x^2 - x + 1)(x^2 - x - 3) - 5 \\ &= (X + 1)(X - 3) - 5 \\ &= X^2 - 2X - 3 - 5 \\ &= X^2 - 2X - 8 \\ &= (X - 4)(X + 2) \\ &= (x^2 - x - 4)(x^2 - x + 2) \end{aligned}$$

따라서,  $a = -1, b = -4, c = -1$ 이므로  
 $a + b + c = -1 - 4 - 1 = -6$

28. 자연수  $n$ 에 대하여 다음 등식이 성립할 때,  $x^2 - y^2$ 의 값은?

$$[(x+y)^n + (x-y)^n]^2 - [(x+y)^n - (x-y)^n]^2 = 4 \times 3^n$$

- ① 3      ② 4      ③ 6      ④ 7      ⑤ 9

해설

$$\begin{aligned} & [(x+y)^n + (x-y)^n]^2 - [(x+y)^n - (x-y)^n]^2 \\ &= 4 \times 3^n \\ & 4[(x+y)(x-y)]^n = 4 \times 3^n \\ & 4(x^2 - y^2)^n = 4 \times 3^n \\ & \therefore x^2 - y^2 = 3 \end{aligned}$$

29.  $x^2 - 2x - y^2 + 2y$ 를 인수분해 하였더니  $(x + ay)(x - by + c)$ 가 된다고 할 때,  $a + b + c$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -4

해설

$$\begin{aligned} & x^2 - 2x - y^2 + 2y \\ &= (x^2 - y^2) - 2(x - y) \\ &= (x + y - 2)(x - y) \\ &= (x + ay)(x - by + c) \end{aligned}$$

계수를 비교하면  
 $a = -1, b = -1, c = -2$   
 $\therefore a + b + c = -1 - 1 - 2 = -4$

30.  $x^2 + xy - 2y^2 - 2x - y + 1$ 을 인수분해하면?

- ①  $(x + y - 1)(x + 2y - 1)$       ②  $(x - y - 1)(x + 2y - 1)$   
③  $(x - y + 1)(x + 2y - 1)$       ④  $(x - y - 1)(x + 2y + 1)$   
⑤  $(x + y + 1)(x + 2y - 1)$

해설

$x$ 에 대한 내림차순으로 정리한 뒤 인수분해한다.

$$x^2 + (y - 2)x - 2y^2 - y + 1$$

$$= (x - (y + 1))(x + (2y - 1))$$

$$= (x - y - 1)(x + 2y - 1)$$

31. 다음 식을 간단히 하면?

$$\frac{a^2}{(a-b)(a-c)} + \frac{b^2}{(b-c)(b-a)} + \frac{c^2}{(c-a)(c-b)} \quad (\text{단, } a \neq b \neq c)$$

- ① -1      ② 1      ③  $-\frac{1}{2}$       ④  $\frac{1}{2}$       ⑤ 5

해설

$$\begin{aligned} (\text{준 식}) &= \frac{a^2(c-b) + b^2(a-c) + c^2(b-a)}{(a-b)(b-c)(c-a)} \\ &= \frac{(c-b)a^2 - (c^2 - b^2)a + bc(c-b)}{(a-b)(b-c)(c-a)} \\ &= \frac{(c-b)(a-b)(a-c)}{(a-b)(b-c)(c-a)} = 1 \end{aligned}$$

32. 다음 중 다항식  $a^3(b-c)+b^3(c-a)+c^3(a-b)$ 의 인수가 아닌 것은?

- ①  $a-b$                       ②  $b-c$                       ③  $c-a$   
④  $a+b+c$                     ⑤  $a-b+c$

해설

$$\begin{aligned} & \text{주어진 식을 } a \text{에 관하여 정리하면} \\ (\text{준식}) &= a^3(b-c) - a(b^3-c^3) + bc(b^2-c^2) \\ &= (b-c)\{a^3 - a(b^2+bc+c^2) + bc(b+c)\} \\ &= (b-c)\{b^2(c-a) + b(c^2-ca) - a(c^2-a^2)\} \\ &= (b-c)(c-a)(b^2+bc-ac-a^2) \\ &= (b-c)(c-a)\{c(b-a) + (b^2-a^2)\} \\ &= (b-c)(c-a)(b-a)(a+b+c) \end{aligned}$$

33. 삼각형 ABC의 세변의 길이  $a, b, c$  사이에  $a^3 + a^2b - ac^2 + ab^2 + b^3 - bc^2 = 0$ 인 관계가 성립할 때 삼각형 ABC는 어떤 삼각형인가?

- ①  $b = c$ 인 이등변 삼각형
- ②  $a = c$ 인 이등변삼각형
- ③  $b$ 가 빗변의 길이인 직각삼각형
- ④ 정삼각형
- ⑤  $c$ 가 빗변의 길이인 직각삼각형

해설

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= a^2(a+b) + b^2(a+b) - c^2(a+b) \\ &= (a+b)(a^2 + b^2 - c^2) = 0 \\ a^2 + b^2 &= c^2 \quad (\because a+b \neq 0) \\ \therefore c &\text{가 빗변의 길이인 직각삼각형}\end{aligned}$$

34.  $a, b, c$ 가 삼각형의 세 변의 길이를 나타낼 때,  $a^2(b-c) + b^2(c-a) + c^2(a-b) = 0$ 을 만족하는 삼각형 ABC는 어떤 삼각형인가?

- ①  $\angle B = 120^\circ$ 인 둔각삼각형      ② 직각삼각형  
③  $\angle B = 150^\circ$ 인 둔각삼각형      ④ 이등변삼각형  
⑤  $\angle A = 35^\circ$ 인 예각삼각형

해설

$$\begin{aligned} & a^2b - a^2c + b^2c - b^2a + c^2a - c^2b \\ &= a^2(b-c) + a(c+b)(c-b) + bc(b-c) \\ &= (b-c) \{a^2 + (c+b)a + bc\} \\ &= (b-c)(a+b)(a+c) \\ \therefore b &= c \quad (\because a+b \neq 0, a+c \neq 0) \end{aligned}$$

35. 이차항의 계수가 모두 1인 두 다항식의 최대공약수가  $x-2$ 이고, 최소공배수가  $(x+1)(x-2)(x-3)$ 인 두 이차식을 구하면?

- ①  $(x+1)(x-2), (x-2)(x-3)$   
②  $(x+1)(x-2)(x-3), (x-2)$   
③  $(x+1)^2, (x-2)(x-3)$   
④  $(x+1)(x-3), (x-2)(x-3)$   
⑤  $(x+1)(x-2), (x+1)(x-3)$

해설

두 다항식은  $(x-2)a, (x-2)b$  ( $a, b$ 는 서로소)  
최소공배수는  $(x-2)ab = (x+1)(x-2)(x-3)$   
 $a = x+1, b = x-3$  (또는  $a = x-3, b = x+1$ )  
따라서 두 다항식은  $(x-2)(x+1), (x-2)(x-3)$

36. 최고차항의 계수가 1인 두 다항식의 곱이  $x^3 - x^2 - 8x + 12$  이고, 최대공약수가  $x-2$  일 때, 두 다항식의 합을 구하면?

- ①  $x^2 + 2x + 6$       ②  $x^2 + 2x - 8$       ③  $x^2 + 4x - 8$   
④  $x^2 + 4x + 8$       ⑤  $x^2 + 4x - 5$

**해설**

최대공약수가  $x-2$ 이므로  
구하는 두 다항식을  $a(x-2)$ ,  $b(x-2)$  (단,  $a$ ,  $b$ 는 서로 소인  
다항식)로 놓을 수 있다.  
그런데, 두 다항식의 곱이  $x^3 - x^2 - 8x + 12$  이므로  
 $a(x-2)b(x-2) = x^3 - x^2 - 8x + 12$   
 $\therefore ab(x-2)^2 = (x-2)^2(x+3)$   
 $\therefore ab = x+3$   
 $\therefore a = 1, b = x+3$  또는  $a = x+3, b = 1$   
따라서 두 다항식은  $x-2$ ,  $(x-2)(x+3)$  이다.  
 $\therefore x-2 + x^2 + x - 6 = x^2 + 2x - 8$

37.  $x^2$ 의 계수가 1인 두 다항식  $A, B$ 에 대해 두 다항식의 곱이  $(x-1)(x^3+3x^2-9x+5)$ 이고, 두 다항식의 최소공배수가  $(x-1)^2(x+5)$ 일 때, 두 다항식의 상수항의 합은?

① -4      ② -3      ③ -2      ④ -1      ⑤ 0

해설

$$AB = LG = (x-1)(x^3+3x^2-9x+5)$$

$L = (x-1)^2(x+5)$  이므로  $G = x-1$   
따라서  $x^2$ 의 계수가 1인 두 다항식은  
각각  $(x-1)^2, (x-1)(x+5)$ 이다.

38. 최고차항의 계수가 1인 두 이차식의 최소공배수가  $x^3 + 5x^2 - x - 5$  이고 곱이  $x^4 + 6x^3 + 4x^2 - 6x - 5$ 일 때, 두 이차식은?

①  $x^2 - 2x + 1, x^2 + 6x + 5$       ②  $x^2 - 2x + 1, x^2 - 6x + 5$

③  $x^2 - 1, x^2 + 6x + 5$       ④  $x^2 - 1, x^2 - 6x + 5$

⑤  $x^2 - 1, x^2 - 6x - 5$

해설

두 다항식을  $A = aG, B = bG$  ( $a, b$ 는 서로소)라고 하면

최소공배수  $L = abG, AB = abG^2$ 이다.

$$L = x^3 + 5x^2 - x - 5 = x^2(x + 5) - (x + 5)$$

$$= (x + 1)(x - 1)(x + 5)$$

$$AB = x^4 + 6x^3 + 4x^2 - 6x - 5$$

$$= (x + 1)^2(x - 1)(x + 5)$$

$$\therefore G = x + 1$$

따라서, 두 이차식은  $(x + 1)(x - 1) = x^2 - 1, (x + 1)(x + 5) = x^2 + 6x + 5$ 이다.

39. 두 다항식  $A, B$ 의 최대공약수를  $A \star B$ , 최소공배수를  $A \Delta B$ 라고 하자.  
서로소인 두 다항  $A, B$ 식에 대하여  $\frac{A \Delta B}{A \star B^2}$ 를 간단히 한 것은?

- ①  $A$       ②  $B$       ③  $AB$       ④  $A^2$       ⑤  $B^2$

해설

다항식  $A, B$ 가 서로소이므로  $A \star B^2 = B, A \Delta B = A \times B$

$$\therefore \frac{A \Delta B}{A \star B^2} = \frac{A \times B}{B} = A$$

40. 두 다항식  $A, B$  의 최대공약수  $G$  를  $A \circ B$ , 최소공배수  $L$  을  $A \star B$  로 나타내기로 할 때, 다음 계산 과정의 (가), (나), (다) 에 알맞은 것을 순서대로 적은 것은?

$$\begin{aligned} A &= aG, B = bG \quad (a, b \text{ 는 서로소}) \\ A^2 \circ AB &= [(가)], A^2 \circ B^2 = [(나)] \\ \therefore (A^2 \circ AB) \star (A^2 \circ B^2) &= [(다)] \end{aligned}$$

- ①  $A, G^2, A$                       ②  $aG^2, G, A$                       ③  $A, AB, AG$   
 ④  $aG^2, G^2, AG$                       ⑤  $G, G, AB$

해설

$$\begin{aligned} (가) &= A^2 \circ AB = (G^2a^2 \text{ 과 } G^2ab \text{ 의 최대공약수}) \\ &= aG^2 \\ (나) &= A^2 \circ B^2 = (G^2a^2 \text{ 과 } G^2b^2 \text{ 의 최대공약수}) \\ &= G^2 \\ (다) &= (A^2 \circ AB) \star (A^2 \circ B^2) \\ &= ((가) \text{ 와 } (나) \text{ 의 최소공배수}) = aG^2 = AG \end{aligned}$$

41. 실수  $k$ 에 대하여 복소수  $z = 3(k+i) - k(1-i)^2$ 의 값이 순허수가 될 때,  $z \cdot \bar{z}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 9

해설

$$\begin{aligned} z &= 3(k+i) - k(1-i)^2 \text{ 를 정리하면} \\ z &= 3k + 3i + 2ki = 3k + (3+2k)i \\ \text{이것이 순허수이려면 } 3k &= 0, 3+2k \neq 0 \\ k &= 0 \text{ 이므로 } z = 3i, \bar{z} = -3i \\ \therefore z \cdot \bar{z} &= 3i \cdot -3i = 9 \end{aligned}$$

42.  $a, b$ 가 실수일 때,  $(a+2i)(3+4i)+5(1-bi)=0$ 을 만족하는  $a, b$ 의 값의 합은? (단,  $i=\sqrt{-1}$ )

- ① 1      ② 2      ③ 3      ④ 4      ⑤ 5

해설

$(a+2i)(3+4i)+5(1-bi)=0$ 에서  
 $(3a-3)+(4a-5b+6)i=0$   
 $a, b$ 가 실수이므로 복소수가 서로 같을 조건에 의하여  $3a-3=0, 4a-5b+6=0$   
 $\therefore a=1, b=2$   
따라서  $a+b=3$  이다.

43.  $\frac{2-i}{2+i} + \frac{2+i}{2-i}$  를 간단히 하면? (단,  $i = \sqrt{-1}$  이다.)

- ①  $\frac{6}{5}$       ② 2      ③  $\frac{8}{5}$       ④  $\frac{8}{3}$       ⑤ 3

해설

$$\begin{aligned}\frac{2-i}{2+i} + \frac{2+i}{2-i} &= \frac{(2-i)^2 + (2+i)^2}{(2+i)(2-i)} \\ &= \frac{3+3}{5} = \frac{6}{5}\end{aligned}$$

44.  $(1+i)^{10}$  의 값은?

- ①  $10-i$     ②  $4i$     ③  $8i$     ④  $16i$     ⑤  $32i$

해설

$$\begin{aligned}(1+i)^{10} &= \{(1+i)^2\}^5 = (1+2i+i^2)^5 \\ &= (2i)^5 = 2^5 \cdot i^5 = 32i\end{aligned}$$

45.  $x = \sqrt{3} + 2i$ ,  $y = \sqrt{3} - 2i$  일 때,  $x^2 + xy + y^2$  의 값을 구하면? (단,  $i = \sqrt{-1}$ )

㉠ 5

㉡ 7

㉢  $2\sqrt{3} + 4i$

㉣ 12

㉤  $12 + 2\sqrt{3}i$

해설

$$\begin{aligned}x + y &= 2\sqrt{3}, \\xy &= (\sqrt{3} + 2i)(\sqrt{3} - 2i) = 3 - 4i^2 = 7 \text{ 이므로} \\x^2 + xy + y^2 &= (x + y)^2 - xy = 12 - 7 = 5 \text{ 이다.}\end{aligned}$$

46.  $\alpha, \beta$  가 복소수일 때, <보기> 중 옳은 것을 모두 고른 것은? (단,  $\bar{\beta}$  는  $\beta$  의 켈레복소수이다.)

- ㉠  $\alpha^2 + \beta^2 = 0$  이면  $\alpha = 0, \beta = 0$  이다.  
 ㉡  $\alpha\beta = 0$  이면  $\alpha = 0$  또는  $\beta = 0$  이다.  
 ㉢  $\alpha = \bar{\beta}$  일 때,  $\alpha\beta = 0$  이면  $\alpha = 0$  이다.

- ① ㉠                      ② ㉡                      ③ ㉠, ㉡  
 ④ ㉡, ㉢                    ⑤ ㉠, ㉡, ㉢

**해설**

㉠ 반례 :  $\alpha = 1, \beta = i$   
 ㉡ (생략)  
 ㉢  $\alpha = x + yi$  라 하면  
 $\alpha\beta = (x + yi)(x - yi) = x^2 + y^2$  ( $x, y$ 는 실수)  
 $x^2 + y^2 = 0$  이려면  $x = 0, y = 0$   
 즉,  $\alpha = 0$

47. 복소수  $z$ 에 대하여 다음 보기 중 항상 실수인 것을 모두 고르면?(단,  $\bar{z}$ 는  $z$ 의 켈레복소수이고  $z \neq 0$ 이다)

㉠ $z + \bar{z}$	㉡ $z\bar{z}$	㉢ $(z - \bar{z})^2$
㉣ $\frac{1}{z} - \frac{1}{\bar{z}}$	㉤ $\frac{\bar{z}}{z}$	

① ㉠

② ㉠, ㉡

③ ㉠, ㉡, ㉣

④ ㉠, ㉡, ㉣, ㉤

⑤ ㉠, ㉡, ㉣, ㉤, ㉥

**해설**

$$z = a + bi \text{ 라 하자 } \Rightarrow \bar{z} = a - bi$$

$$\text{㉠ } z + \bar{z} = 2a$$

$$\text{㉡ } z\bar{z} = (a + bi)(a - bi) = a^2 + b^2$$

$$\text{㉢ } (z - \bar{z})^2 = (2bi)^2 = -4b^2$$

$$\text{㉣ } \frac{1}{z} - \frac{1}{\bar{z}} = \frac{a - bi}{a^2 + b^2} - \frac{a + bi}{a^2 + b^2} = \frac{-2bi}{a^2 + b^2}$$

$$\text{㉤ } \frac{\bar{z}}{z} = \frac{(a - bi)^2}{a^2 + b^2}$$

48. 등식  $(1+i)z + (2z-3i)i = 0$  을 만족하는 복소수  $z$  는?

①  $3+9i$

②  $-3+9i$

③  $3-9i$

④  $\frac{3}{10} - \frac{9}{10}i$

⑤  $-\frac{3}{10} + \frac{9}{10}i$

해설

$z = a + bi$  ( $a, b$  는 실수)로 놓으면  
 $(1+i)(a+bi) + \{2(a+bi) - 3i\}i = 0$   
 $(a+bi+ai-b) + (2ai-2b+3)i = 0$   
 $(a-3b+3) + (3a+b)i = 0$   
복소수가 서로 같을 조건에 의하여  
 $a-3b+3=0, 3a+b=0$   
두 식을 연립하여 풀면  
 $a = -\frac{3}{10}, b = \frac{9}{10}$   
 $\therefore z = -\frac{3}{10} + \frac{9}{10}i$

49.  $x = 3 + 2i$  일 때,  $x^2 - 6x - 10$  의 값을 구하시오.

▶ 답 :

▷ 정답 : -23

해설

$x = 3 + 2i$  에서  $x - 3 = 2i$  의 양변을 제곱하면  
 $(x - 3)^2 = (2i)^2 \quad \therefore x^2 - 6x = -13$   
 $x^2 - 6x - 10 = -13 - 10 = -23$   
 $\therefore -23$

50.  $x = \frac{1 - \sqrt{3}i}{2}$  일 때,  $x^2 - x + 1$  의 값은?

① -1                      ② 0                      ③ 1

④  $\frac{1 - \sqrt{3}i}{2}$                       ⑤  $\frac{1 + \sqrt{3}i}{2}$

해설

$$x = \frac{1 - \sqrt{3}i}{2} \text{ 의 양변에 2 를 곱하면 } 2x = 1 - \sqrt{3}i$$

$$\text{그러므로 } 2x - 1 = -\sqrt{3}i$$

$$\text{이 식의 양변을 제곱하면 } 4x^2 - 4x + 1 = -3$$

$$\text{즉, } 4x^2 - 4x + 4 = 0$$

$$\text{따라서, } x^2 - x + 1 = 0$$