1. 실수 전체의 집합에서 정의된 함수 $f(x) = 2x-3$에 대하여 $f(f(f(x))) = x$가 되는 x의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

함수 $f(x) = 2x-3$에 대하여

$f(f(x)) = 2f(x)-3 = 2(2x-3)-3 = 4x-9$

$f(f(f(x))) = f(4x-9) = 2(4x-9)-3 = 8x-21$

$f(f(f(x))) = x$이므로 $8x-21 = x$

$\therefore x = 3$

2. $f(x) = -2x+3$, $g(x) = 4x+1$ 일 때, $f \circ g \circ h = g$ 를 만족하는 일차함수 $h(x)$ 에 대하여 $h(2)$ 의 값을 구하면?

① -3 ② -1 ③ 0 ④ 2 ⑤ 3

해설

$h(x) = ax+b$ 라고 놓고

$(g \circ h)(x) = 4(ax+b)+1 = 4ax+4b+1$

$$\begin{aligned}(f \circ (g \circ h))(x) &= -2(4ax+4b+1)+3 \\ &= -8ax-8b-2+3 \\ &= 4x+1\end{aligned}$$

$a = -\frac{1}{2}$, $b = 0$

$h(x) = -\frac{1}{2}x$

$h(2) = -1$

3. 점 $(6, -2)$를 지나는 일차함수 $y = f(x)$의 그래프와 $y = f^{-1}(x)$의 그래프가 일치할 때, $f(-1)$의 값은?

① 1　　② 2　　③ 3　　④ 4　　⑤ 5

해설

$f = f^{-1}$이므로 $(f \circ f)(x) = x$
$f(x) = a(x-6) - 2 = ax - 6a - 2 (a \neq 0)$로 놓으면
$f(f(x)) = a(ax - 6a - 2) - 6a - 2 = x$
$\therefore a^2 x - 6a^2 - 8a - 2 = x$
즉, $a^2 = 1$, $-6a^2 - 8a - 2 = 0$이므로 $a = -1$
따라서 $f(x) = -x + 4$이므로
$f(-1) = -(-1) + 4 = 5$

4. 함수 $f(x) = [x]^2 - 2[x] - 3$ 에 대한 다음 보기의 설명 중 옳은 것을 모두 고르면? (단, $[x]$ 는 x 보다 크지 않은 최대의 정수이다.)

보기

㉠ $f\left(\frac{1}{2}\right) = -3$

㉡ 치역은 $\{x \mid x \geq -3\}$ 이다.

㉢ $x_1 < x_2$ 이면 $f(x_1)f(x_2)$ 이다.

① ㉠ ② ㉢ ③ ㉠, ㉢
④ ㉡, ㉢ ⑤ ㉠, ㉡, ㉢

해설

㉠ $\left[\frac{1}{2}\right] = 0$ 이므로 $f\left(\frac{1}{2}\right) = -3$

㉡ $f(x) = [x]^2 - 2[x] - 3 = ([x] - 1)^2 - 4$ 이므로 $f(x) \geq -4$
따라서 치역은 $\{f(x) \mid f(x) \geq -4,\ f(x)$는 정수$\}$이다.

㉢ [반례] $x_1 = -1,\ x_2 = 3$ 일 때
$f(x_1) = f(-1) = [-1]^2 - 2[-1] - 3 = 0$
$f(x_2) = f(3) = [3]^2 - 2[3] - 3 = 0$ 이므로
$x_1 < x_2$ 이지만 $f(x_1) = f(x_2)$ 이다.

이상에서 옳은 것은 ㉠뿐이다.

5. 함수 $y=\dfrac{ax+b}{x+c}$ 의 그래프가 점 $(0, 2)$ 를 지나고 $x=1, y=2$ 를 점근선으로 할 때 상수 a, b, c 의 합 $a+b+c$ 의 값은?

① -3　② -2　③ -1　④ 0　⑤ 1

해설

$y=\dfrac{ax+b}{x+c}$ 의 그래프가

$x=1,\ y=2$ 를 점근선으로 하므로

$y=\dfrac{k}{x-1}+2$ 로 놓을 수 있다.

이것이 점 $(0, 2)$ 를 지나므로

$2=-k+2 \quad \therefore\ k=0$

따라서 $y=\dfrac{2(x-1)}{x-1}=\dfrac{2x-2}{x-1}$ 에서

$a=2,\ b=-2,\ c=-1$

$\therefore\ a+b+c=2-2-1=-1$

6. 함수 $y = 1 - \sqrt{2-x}$ 의 그래프에 대한 설명 중 옳은 것은?

① 정의역은 $\{x \mid x \geq 2\}$ 이다.

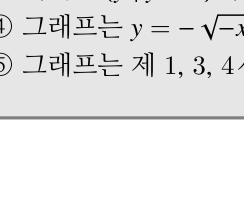
② 치역은 $\{y \mid y \geq 1\}$ 이다.

③ 그래프는 점 $(-2,\ -1)$ 을 지난다.

④ 그래프는 $y = -\sqrt{x}$ 의 그래프를 평행이동한 것이다.

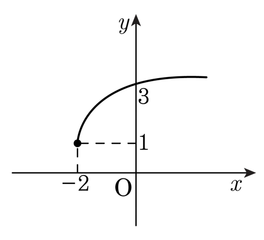
⑤ 그래프는 제 1, 2, 3 사분면을 지난다.

해설



① 정의역은 $\{x \mid x \leq 2\}$ 이다.
② 치역은 $\{y \mid y \leq 1\}$ 이다.
④ 그래프는 $y = -\sqrt{-x}$ 의 그래프를 평행이동한 것이다.
⑤ 그래프는 제 1, 3, 4 사분면을 지난다.

7. 무리함수 $y=\sqrt{ax+b}+c$의 그래프가 다음 그림과 같을 때, $a+b+c$의 값을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 7

해설

주어진 그래프는 $y=\sqrt{ax}$ 의 그래프를 x 축으로 -2 만큼, y 축으로 1만큼 평행이동한 것과 같으므로 $y=\sqrt{a(x+2)}+1$
또, 점 $(0,\ 3)$ 을 지나므로
$3=\sqrt{2a}+1,\ \ \sqrt{2a}=2$
$\therefore\ a=2$
따라서 $y=\sqrt{2(x+2)}+1=\sqrt{2x+4}+1$ 이고,
이것이 $y=\sqrt{ax+b}+c$ 와 일치하므로
$a=2,\ b=4,\ c=1$
$\therefore\ a+b+c=7$

8. 다음 보기의 함수 $f(x)$ 중 $(f \circ f \circ f)(x) = f(x)$ 가 성립하는 것을 모두 고른 것은?

보기

ㄱ $f(x) = x + 1$ ㄴ $f(x) = -x$

ㄷ $f(x) = -x + 1$

① ㄱ ② ㄴ ③ ㄷ ④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄴ, ㄷ

해설

ㄱ. $(f \circ f \circ f)(x) = f(f(f(x))) = f(f(x+1))$
$= f((x+1)+1) = f(x+2)$
$= (x+2)+1 = x+3$
$\therefore (f \circ f \circ f)(x) \neq f(x)$

ㄴ. $(f \circ f \circ f)(x) = f(f(f(x))) = f(f(-x))$
$= f(-(-x)) = f(x)$

ㄷ. $(f \circ f \circ f)(x) = f(f(f(x))) = f(f(-x+1))$
$= f(-(-x+1)+1) = f(x)$

따라서 $(f \circ f \circ f)(x) = f(x)$ 가 성립하는 것은 ㄴ, ㄷ 이다.

9. 실수 전체의 집합에서 정의된 함수 f, g가 $f(x) = ax + b$, $g(x) = 2x^2 + 3x + 1$이고, 모든 실수 x에 대하여 $(f \circ g)(x) = (g \circ f)(x)$를 만족할 때, $f(1) + f(2) + f(3) + \cdots + f(10)$의 값은?(단, $a \neq 0$)

① 60　　② 55　　③ 51　　④ 48　　⑤ 45

해설

$(f \circ g)(x) = f(g(x)) = a(2x^2 + 3x + 1) + b$
$= 2ax^2 + 3ax + a + b \cdots\cdots$ ㉠
$(g \circ f)(x) = g(f(x)) = 2(ax + b)^2 + 3(ax + b) + 1$
$= 2a^2x^2 + (4ab + 3a)x + 2b^2 + 3b + 1 \cdots\cdots$ ㉡
모든 실수 x에 대하여 ㉠ = ㉡이므로
$2a = 2a^2,\ 3a = 4ab + 3a,\ a + b = 2b^2 + 3b + 1$
위의 식을 연립하여 풀면 $a = 1,\ b = 0(\because a \neq 0)$
즉, $f(x) = x$이므로
$f(1) + f(2) + f(3) + \cdots + f(10)$
$= 1 + 2 + 3 + \cdots + 10 = 55$

10. $f\left(\frac{2x-1}{3}\right)=4-2x$ 일 때, $(f\circ f)(2)$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 12

해설

$\frac{2x-1}{3}=t$ 로 놓으면

$2x-1=3t$ 이므로 $x=\frac{3t+1}{2}$

$f(t)=4-2\cdot\frac{3t+1}{2}=-3t+3$

$\therefore (f\circ f)(2)=f(f(2))=f(-3)=12$

11. 함수 $f(x) = -x+3$ 에서 $f^{(2)} = f \circ f$, $f^{(3)} = f \circ f^{(2)}$, $\cdots$, $f^{(n)} = f \circ f^{(n-1)}$ 라 정의 할 때, $f(1) + f^{(2)}(1) + f^{(3)}(2) + f^{(4)}(2) + \cdots + f^{(2003)}(1002) + f^{(2004)}(1002)$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3006

해설

$f^{(2)}(x) = (f \circ f)(x) = f(f(x)) = f(-x+3) = x$

$f^{(3)}(x) = (f \circ f^{(2)})(x) = f(f^{(2)}(x))$

$= f(x)$ 이므로

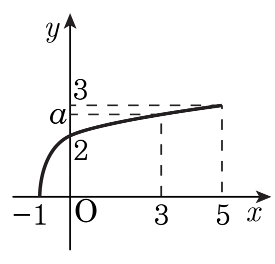
$f^{(2k-1)}(x) + f^{(2k)}(x) = 3$ 이므로

$f(1) + f^{(2)}(1) = 3$, $\cdots$

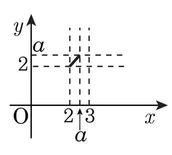
$f^{(2003)}(1002) + f^{(2004)}(1002) = 3$ 이다.

3이 1002 개이므로 $3 \times 1002 = 3006$

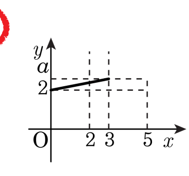
12. 실수 $-1 \le x \le 5$에서 정의된 함수 $y = f(x)$의 그래프가 아래 그림과 같다. 합성함수 $(f \circ f)(x)$의 그래프는?



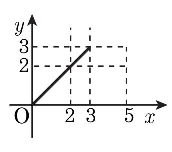
①



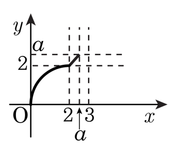
②



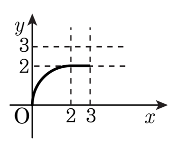
③



④



⑤



해설

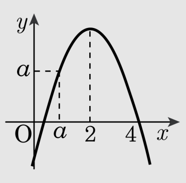
실수 $-1 \le x \le 5$ 에서 정의된 함수 $y = f(x)$이므로 $(f \circ f)(x)$ 함수는 $f(f(x))$에서 $f(x)$의 치역을 정의역으로 하는 함수이다.
따라서 합성함수 $(f \circ f)(x)$는
$y = f(x)$ $(0 \le x \le 3)$가 되고 치역은 $2 \le y \le a$ 이다.

13. 집합 X $= \{x \mid x \le a,\ x$는 실수$\}$ 에 대하여 X 에서 X 로의 함수 $f(x) = -x^2 + 4x$ 의 역함수가 존재할 때, a 의 값은?

① 0 ② 1 ③ 2 ④ 3 ⑤ 4

해설

$f(x) = -(x-2)^2 + 4$ 의 그래프를 그리면 다음 그림과 같다.



정의역, 공역은 모두 a 이하이고 $a \le 2$, $f(a) = a$

$-a^2 + 4a = a \qquad \therefore\ a = 0,\ 3$

a 는 2보다 작아야 하므로 구하는 값은 0

14. 함수 $f(x)$ 가 $f\left(\frac{x+1}{x-1}\right)=2x(x\neq 1)$ 를 만족할 때 $f(x)$ 의 역함수 $f^{-1}(x)$ 의 식은?

① $\frac{x+2}{x-2}(x\neq 2)$ ② $\frac{x+1}{x-2}(x\neq 2)$ ③ $\frac{x-1}{x-2}\ (x\neq -1)$
④ $\frac{x+2}{x+1}(x\neq -1)$ ⑤ $\frac{x+2}{x-1}(x\neq 1)$

해설

$f\left(\frac{x+1}{x-1}\right)=2x$ 에서

$\frac{x+1}{x-1}=t$ 로 놓으면 $x=\frac{t+1}{t-1}$

$\therefore f(t)=\frac{2(t+1)}{t-1},\ f(x)=\frac{2(x+1)}{x-1}$

$y=\frac{2(x+1)}{x-1}$ 이면

$yx-y=2x+2$ 에서 $x=\frac{y+2}{y-2}$

$\therefore f^{-1}(x)=\frac{x+2}{x-2}\ (x\neq 2)$

15. 두 함수 $f(x)=2x-1,\ g(x)=-x+2$ 의 역함수를 각각 $f^{-1},\ g^{-1}$ 라고 할 때, $\left(f\circ(f\circ g)^{-1}\circ f\right)(5)$ 의 값은?

① -1 ② -3 ③ -5 ④ -7 ⑤ -9

해설

$$\begin{aligned} f\circ(f\circ g)^{-1}\circ f &= f\circ\left(g^{-1}\circ f^{-1}\right)\circ f \\ &= f\circ g^{-1}\circ\left(f^{-1}\circ f\right) \\ &= f\circ g^{-1}\circ I \\ &= f\circ g^{-1} \end{aligned}$$

따라서, 구하는 값은 $\left(f\circ g^{-1}\right)(5)=f(g^{-1}(5))$

$g^{-1}(5)=k$ 로 놓으면 $g(k)=5$

$-k+2=5$ 에서 $k=-3$, 즉 $g^{-1}(5)=-3$

$\therefore f(g^{-1}(5))=f(-3)=2\times(-3)-1=-7$

16. 함수 $f(x)$ 는 모든 함수 $h(x)$ 에 대하여 $(h\circ f\circ g)(x)=h(x)$ 를 만족시키고, $g(x)=3x+1$ 일 때, $f(7)$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$(h\circ f\circ g)(x)=h(x)$ 에서
$h((f\circ g)(x))=h(x)$ 이므로
$(f\circ g)(x)=x \Rightarrow f(g(x))=x$
$f(3x+1)=x$
$3x+1=t$ 로 두면 $x=\frac{1}{3}t-\frac{1}{3}$ 이고
$f(t)=\frac{1}{3}t-\frac{1}{3}$
$\therefore\ f(7)=\frac{7}{3}-\frac{1}{3}=2$

17. $\begin{cases} 2x+1 & (x \geq 1) \\ x+2 & (x < 1) \end{cases}$ 에 대하여 $f^{-1}(5)+f^{-1}(k)=-2$ 일 때, k 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $k=-2$

해설

$f(x)=\begin{cases} 2x+1 & (x \geq 1) \\ x+2 & (x < 1) \end{cases}$ 에서

$x \geq 1$ 일 때, $f(x) \geq 3$ 이며

$x < 1$ 일 때, $f(x) < 3$ 이다.

이 때, $f^{-1}(5)+f^{-1}(k)=-2$ 에서

$f^{-1}(5)=a$ 라고 놓으면

$f(a)=5 \geq 3$ 이므로 $f(a)=2a+1=5$

$\therefore a=2$

그러므로 $f^{-1}(k)=-4$

$f(-4)=-4+2=k$ $(\because -4<3)$

$\therefore k=-2$

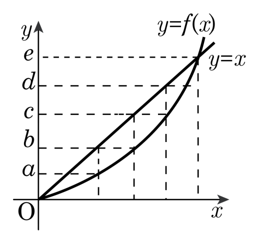
18. 함수 $f(x)=x^2-4x+6(x\geq 2)$의 역함수를 $g(x)$라고 할 때, $y=f(x)$와 $y=g(x)$의 그래프의 두 교점 사이의 거리를 구하면?

① -1　② $-\sqrt{2}$　③ 1　④ $\sqrt{2}$　⑤ 2

해설

함수 $y=f(x)$와 $y=g(x)$의 그래프는 직선 $y=x$에 대하여 대칭이므로 두 함수의 그래프의 교점은 $y=f(x)$의 그래프와 직선 $y=x$의 그래프의 교점과 같다.
$y=x^2-4x+6$과 $y=x$를 연립하면
$x^2-5x+6=0,\ (x-2)(x-3)=0$
$\therefore x=2$ 또는 $x=3$
$\therefore x=2,\ y=2$ 또는 $x=3,\ y=3$
즉, 두 교점은 점 $(2,\ 2),\ (3,\ 3)$이다.
따라서, 구하는 두 교점 사이의 거리는
$\sqrt{(3-2)^2+(3-2)^2}=\sqrt{2}$

19. 다음 그림은 두 함수 $y = f(x)$ 와 $y = x$ 의 그래프이다. $(f \circ f)^{-1}(b)$ 의 값은?



① a ② b ③ c ④ d ⑤ e

해설

$(f \circ f)^{-1}(b) = (f^{-1} \circ f^{-1})(b) = f^{-1}(f^{-1}(b))$

$f^{-1}(b) = k$라고 하면, $f(k) = b$

$\therefore\ k = c \qquad \therefore\ f^{-1}(f^{-1}(b)) = f^{-1}(c)$

또, $f^{-1}(c) = t$라고 하면, $f(t) = c$

$\therefore\ t = d \qquad \therefore\ (f \circ f)^{-1}(b) = d$

20. A = {−1, 0, 1} 일 때, 집합 A 에서 집합 A 로의 함수 f 가 있다. $f(-x)=f(x)$ 인 함수 f 의 개수는?

① 3 ② 6 ③ 9 ④ 12 ⑤ 15

해설

$3\times3=9$

21. 함수 $f(x)$가 임의의 실수 x에 대하여 다음의 조건을 만족시킬 때, $f(2012)$의 값과 같은 것은?

Ⅰ. $f(-x)=f(x)$
Ⅱ. $f(x)=f(10-x)$

① $f(0)$ ② $f(1)$ ③ $f(2)$ ④ $f(3)$ ⑤ $f(4)$

해설

$f(-x)=f(x) \Leftrightarrow y=f(x)$는 y축에 대칭이고,
$f(x)=f(10-x) \Leftrightarrow y=f(x)$는
$x=5$에 대칭이다.
따라서 함수 $y=f(x)$는 주기가 10이고,
$2012=201\times 10+2$이므로
$f(2012)=f(201\times 10+2)=f(2)$

22. 분수함수 $y = \dfrac{x-1}{x-2}$ 의 그래프가 직선 $y = -x + k$ 에 대하여 대칭일 때, 상수 k 의 값을 구하여라.

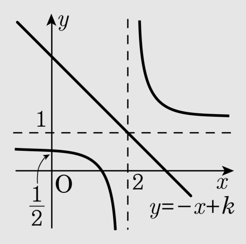
① -1　② 1　③ 3　④ 5　⑤ 7

해설

$y = \dfrac{x-1}{x-2}$

$= \dfrac{(x-2)+1}{x-2}$

$= \dfrac{1}{x-2} + 1$



따라서, 점근선이

$x = 2$, $y = 1$ 인 분수함수이므로 그래프는

다음과 같다.

다음 그래프가 직선 $y = -x + k$ 에 대하여

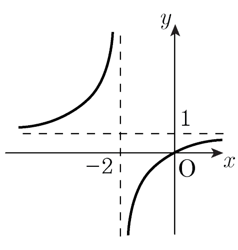
대칭이려면

직선이 두 점근선의 교점인 $(2,\ 1)$ 을 지나야 하므로

$1 = -2 + k$

$\therefore\ k = 3$

23. 함수 $y=\dfrac{ax+b}{x+c}$의 그래프가 다음과 같을 때, $a+b+c$의 값은?



① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$y=1+\dfrac{k}{x+2}$, $(k\neq 0)$가 점 $(0,\ 0)$을 지나므로

$0=1+\dfrac{k}{0+2}$, $\quad k=-2$

따라서 $y=1+\dfrac{-2}{x+2}=\dfrac{x}{x+2}$

$\therefore\ \ a=1,\ b=0,\ c=2$

$\therefore\ \ a+b+c=3$

24. $2 \le x \le 3$ 에서 부등식 $ax+1 \le \dfrac{x+1}{x-1} \le bx+1$ 이 항상 성립할 때, a 의 최댓값과 b 의 최솟값의 합을 구하면?

① $\dfrac{1}{3}$　　② $\dfrac{2}{3}$　　③ 1　　④ $\dfrac{4}{3}$　　⑤ $\dfrac{5}{3}$

해설

$y = \dfrac{x+1}{x-1} = \dfrac{x-1+2}{x-1} = \dfrac{2}{x-1} + 1$

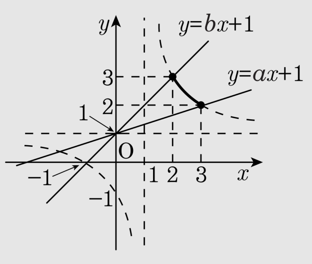
따라서, 분수함수 $y = \dfrac{x+1}{x-1}$ 의 그래프는

$y = \dfrac{2}{x}$ 의 그래프를 x 축의 방향으로

1 만큼, y 축의 방향으로 1 만큼 평행이동한 것이다.

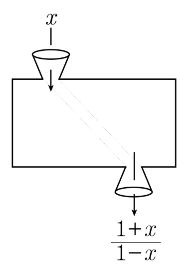
두 직선 $y = ax+1$, $y = bx+1$ 은 a, b 의 값에 관계없이 점 $(0,\ 1)$ 을 지나는 직선이므로

$2 \le x \le 3$ 에서 $ax+1 \le \dfrac{x+1}{x-1} \le bx+1$ 이 항상 성립하려면 다음 그림에서 $a \le \dfrac{1}{3}$, $b \ge 1$



따라서, a 의 최댓값은 $\dfrac{1}{3}$, b 의 최솟값은 1 이므로 그 합은 $\dfrac{4}{3}$

25. 다음 그림과 같이 x를 넣으면 $\frac{1+x}{1-x}$가 나오는 상자가 있다. 이 상자에 x_1을 넣었을 때, 나오는 것을 x_2, x_2를 다시 넣었을 때 나오는 것을 x_3라 한다. 이와 같이 계속하여 x_n을 넣었을 때 나오는 것을 x_{n+1}이라 한다. $x_1 = -\frac{1}{2}$일 때, x_{2000}을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : -3

해설

$x_1 = -\frac{1}{2}$이면

$$x_2 = \frac{1+\left(-\frac{1}{2}\right)}{1-\left(-\frac{1}{2}\right)} = \frac{1}{3}$$

$$x_3 = \frac{1+\frac{1}{3}}{1-\frac{1}{3}} = 2,$$

$$x_4 = \frac{1+2}{1-2} = -3,$$

$$x_5 = \frac{1+(-3)}{1-(-3)} = -\frac{1}{2},\ x_6 = \frac{1}{3}, \cdots$$

그러므로 $k = 0,\ 1,\ 2,\ 3,\ \cdots$ 일 때

$x_{4k+1} = -\frac{1}{2},\ x_{4k+2} = \frac{1}{3},\ x_{4k+3} = 2,\ x_{4k+4} = -3$

따라서, $2000 = 4 \times 499 + 4$이므로

$x_{2000} = x_4 = -3$

26. 함수 $f(x)=\dfrac{x+1}{x-1}$ 에 대하여 다음 보기중 옳은 것을 모두 고르면?

보기

㉠ $f(-x)=\dfrac{1}{f(x)}$

㉡ $f\left(\dfrac{1}{x}\right)=f(x)$

㉢ $f^{-1}(x)=f(x)$ (단 f^{-1} 는 f 의 역함수)

① ㉡ ② ㉠, ㉡ ③ ㉠, ㉢

④ ㉡, ㉢ ⑤ ㉠, ㉡, ㉢

해설

㉠ $f(-x)=\dfrac{-x+1}{-x-1}=\dfrac{x-1}{x+1}$

$=\dfrac{1}{\left(\dfrac{x+1}{x-1}\right)}=\dfrac{1}{f(x)}$

㉡ $f\left(\dfrac{1}{x}\right)=\dfrac{\frac{1}{x}+1}{\frac{1}{x}-1}=\dfrac{1+x}{1-x}\neq f(x)$

㉢ $f^{-1}(x)=\dfrac{x+1}{x-1}=f(x)$

따라서 ㉠, ㉢

27. 두 함수 $y = \sqrt{x+1}+2$, $y = mx$ 의 그래프가 서로 만나지 않도록 하는 실수 m 의 값의 범위는 $a < m \leq b$ 이다. 이 때 $a+b$의 값은?

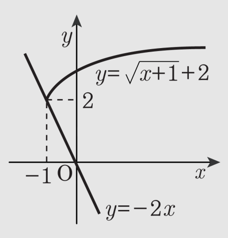
① -4　② -3　③ -2　④ -1　⑤ 0

해설

다음 그림에서 두 함수의 그래프가 만나지 않으려면 m의 값의 범위는 $-2 < m \leq 0$ 이어야 한다.

$\therefore a = -2, b = 0$

$\therefore a + b = -2$



28. 두 함수 f, g 가 $f(x)=\dfrac{1}{x+1}$, $g(x)=\sqrt{x}+1$ 일 때, $0\le x\le 4$ 에서 함수 $y=(f\circ g)(x)$ 의 최댓값과 최솟값의 합을 구하면?

① $\dfrac{1}{4}$ ② $\dfrac{1}{2}$ ③ $\dfrac{3}{4}$ ④ 1 ⑤ $\dfrac{5}{4}$

해설

$$(f\circ g)(x)=f(g(x))=f(\sqrt{x}+1)$$
$$=\frac{1}{\sqrt{x}+1+1}$$
$$=\frac{1}{\sqrt{x}+2}$$

$\sqrt{x}=t$ 로 놓으면

$0\le x\le 4$ 에서 $0\le t\le 2$ 이므로

주어진 함수는 $y=\dfrac{1}{t+2}(0\le t\le 2)$

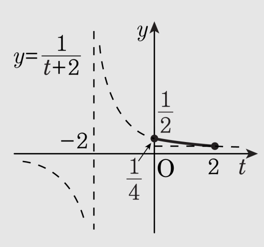
따라서 다음 그림에서 $t=0$ 일 때

최댓값은 $\dfrac{1}{2}$,

$t=2$ 일 때

최솟값은 $\dfrac{1}{4}$ 이므로

구하는 합은 $\dfrac{1}{2}+\dfrac{1}{4}=\dfrac{3}{4}$



29. 함수 $y=\sqrt{x-\frac{1}{4}}$ 과 이 함수의 역함수와의 교점의 좌표를 P (a,b) 라 할 때 $a+b$ 의 값은?

① $\frac{1}{2}$ ② 1 ③ $\frac{3}{2}$ ④ 2 ⑤ $\frac{5}{2}$

해설

함수 $y=\sqrt{x-\frac{1}{4}}$ 의 역함수는 $x=\sqrt{y-\frac{1}{4}}$ 이고

이것은 $y=x$와 대칭관계에 있다.

따라서 두 곡선 $y=\sqrt{x-\frac{1}{4}}$, $x=\sqrt{y-\frac{1}{4}}$ 의 교점은

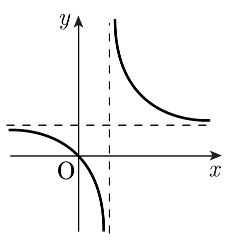
$y=\sqrt{x-\frac{1}{4}}$ 과 $y=x$의교점과같다.

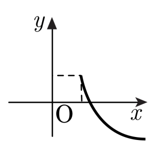
$\sqrt{x-\frac{1}{4}}=x$에서 $x-\frac{1}{4}=x^2$

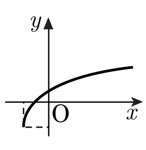
$4x^2-4x+1=0, (2x-1)^2=0, \therefore x=\frac{1}{2}$

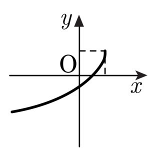
즉 P $(a,b)=\left(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right)$ 에서 $a+b=1$

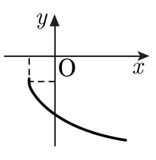
30. 다음 그림은 분수함수 $y = \dfrac{b}{x+a} + c$ 의 그래프의 개형이다. 다음 중 무리함수 $y = a - \sqrt{bx+c}$ 의 그래프의 개형으로 옳은 것은?

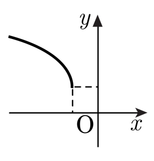


①


②


③


④


⑤


해설

점근선이 $x =$ 양수, $y =$ 양수 이므로

$y = \dfrac{b}{x+a} + c$에서 $a < 0,\ c > 0$

그리고 원점을 지나므로

$\dfrac{b}{a} + c = 0,\ b = -ac > 0$

$\therefore\ y = -\sqrt{bx+c} + a$

꼭짓점 $\left(-\dfrac{c}{b},\ a\right),\ \left(-\dfrac{c}{b} < 0, a < 0\right)$

루트 앞의 부호가 음수이므로 그래프의 개형은 ④이다.