

1. $\frac{1}{45}, \frac{2}{45}, \frac{3}{45}, \dots, \frac{199}{45}, \frac{200}{45}$ 중에서 유한소수이면서, 정수가 아닌
유리수의 개수는?

① 4개

② 18개

③ 22개

④ 62개

⑤ 66개

해설

$\frac{n}{45} = \frac{n}{3^2 \times 5}$ 이 유한소수가 되게 하는 n 은 9의 배수이므로 22개, 이때 정수가 되게 하는 n 은 45의 배수로 4개이다.
따라서 $22 - 4 = 18$ 개이다.

2. A 가 $\frac{11}{30}, \frac{12}{30}, \frac{13}{30}, \frac{14}{30}, \frac{15}{30}$ 이고, B 는 무한소수일 때, A 와 B 의 공통적인 수의 갯수는?

① 1개

② 2개

③ 3개

④ 4개

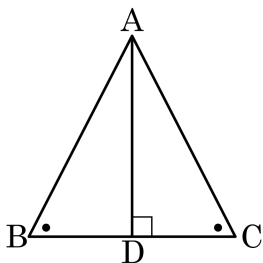
⑤ 5개

해설

유한소수의 분모의 소인수는 2나 5가 되어야 하는데 분모가 $30 = 2 \times 3 \times 5$ 이므로, 분자에서 3의 배수를 찾으면 된다.

따라서, 유한소수는 $\frac{12}{30}, \frac{15}{30}$ 이고, 무한소수는 $\frac{11}{30}, \frac{13}{30}, \frac{14}{30}$ 으로 3개다.

3. 다음은 이등변삼각형의 어떤 성질을 보인 것인가?



꼭짓점 A 에서 $\overline{BC}$ 에 내린 수선의 발을 D 라 하면

$\triangle ABD$ 와 $\triangle ACD$ 에서

$$\angle B = \angle C$$

$$\angle ADB = \angle ADC \cdots \textcircled{㉠}$$

삼각형의 세 내각의 크기의 합은 180° 이므로

$$\angle BAD = \angle CAD \cdots \textcircled{㉡}$$

$\overline{AD}$ 는 공통 $\cdots \textcircled{㉢}$

$\textcircled{㉠}, \textcircled{㉡}, \textcircled{㉢}$ 에 의하여

$\triangle ABD \equiv \triangle ACD$ (ASA 합동) 이므로

$$\overline{AB} = \overline{AC}$$

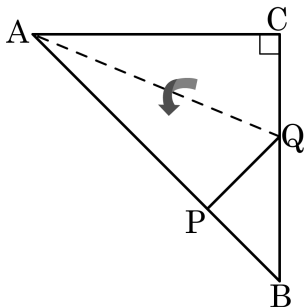
따라서 $\triangle ABC$ 는 이등변삼각형이다.

- ① 두 밑각의 크기가 같은 삼각형은 이등변삼각형이다.
- ② 세 내각의 크기가 같은 삼각형은 이등변삼각형이다.
- ③ 두 변의 길이가 같은 삼각형은 이등변삼각형이다.
- ④ 이등변삼각형의 꼭지각의 이등분선은 밑변의 중점을 잇는다.
- ⑤ 이등변삼각형의 꼭지각의 이등분선은 밑변과 수직으로 만난다.

해설

① 두 밑각의 크기가 같은 삼각형은 이등변삼각형이다.

4. 직각이등변삼각형 모양의 종이를 다음 그림과 같이 접었다. 다음 중 옳지 않은 것은?



① $\triangle APQ \equiv \triangle ACQ$

② $\overline{AP} = \overline{AC}$

③ $\angle PAQ = \angle CAQ$

④ $\overline{PQ} = \overline{QC} = \overline{QB}$

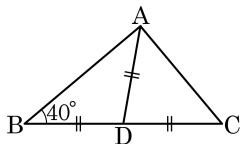
⑤ $\angle APQ = 90^\circ$

해설

종이를 접은 모양이므로

$$\triangle APQ \equiv \triangle ACQ, \overline{AP} = \overline{AC}, \angle PAQ = \angle CAQ, \angle APQ = \angle ACQ = 90^\circ$$

5. 다음 그림에서 $\overline{AD} = \overline{BD} = \overline{CD}$ 이고 $\angle B = 40^\circ$ 일 때, $\angle BAC$ 의 크기는?



① 75°

② 80°

③ 85°

④ 90°

⑤ 95°

해설

$\triangle ABD$ 는 이등변삼각형이므로

$$\angle BAD = 40^\circ$$

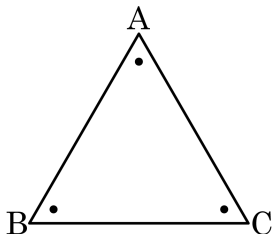
$$\angle CDA = 40^\circ + 40^\circ = 80^\circ$$

또 $\triangle ADC$ 는 이등변삼각형이므로

$$\angle DAC = \angle DCA = \frac{1}{2}(180^\circ - 80^\circ) = 50^\circ$$

$$\therefore \angle BAC = 40^\circ + 50^\circ = 90^\circ$$

6. 다음은 「세 내각의 크기가 같은 삼각형은 정삼각형이다.」를 보이는 과정이다.



$\triangle ABC$ 에서 $\angle B = \angle C$ 이므로

$$\overline{AB} = \boxed{\text{(나)}} \cdots \text{㉠}$$

$$\angle A = \boxed{\text{(다)}} \text{ 이므로 } \overline{BA} = \overline{BC} \cdots \text{㉡}$$

㉠, ㉡ 에서 $\boxed{\text{(가)}}$

따라서 $\triangle ABC$ 는 정삼각형이다.

(가) ~ (다)에 들어갈 것을 차례로 쓴 것은?

① $\overline{AB} = \overline{BC} = \overline{CA}$, $\overline{AC}$, $\angle B$

② $\overline{AB} = \overline{BC} = \overline{CA}$, $\overline{AC}$, $\angle C$

③ $\angle A = \angle B = \angle C$, $\overline{BC}$, $\angle A$

④ $\angle A = \angle B = \angle C$, $\overline{BC}$, $\angle C$

⑤ $\angle A = \angle B = \angle C$, $\overline{AC}$, $\angle C$

해설

$\triangle ABC$ 에서 $\angle B = \angle C$ 이므로

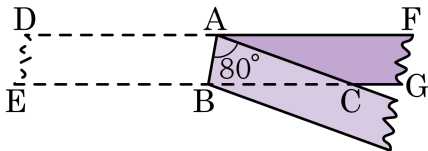
$$\overline{AB} = (\overline{AC}) \cdots \text{㉠}$$

$$\angle A = (\angle C) \text{ 이므로 } \overline{BA} = \overline{BC} \cdots \text{㉡}$$

㉠, ㉡ 에서 $(\overline{AB} = \overline{BC} = \overline{CA})$

따라서 $\triangle ABC$ 는 정삼각형이다.

7. 다음 그림과 같이 폭이 일정한 종이테이프를 접었다. $\angle BAC = 80^\circ$ 일 때, 다음 중 각의 크기가 $\angle BAC$ 와 다른 것을 모두 고르면?



① $\angle DAB$

② $\angle ABE$

③ $\angle ABC$

④ $\angle ACB$

⑤ $\angle CAF$

해설

① 종이 테이프를 접으면 $\angle BAC = \angle DAB = 80^\circ$

② $\angle ABE = 180^\circ - \angle ABC = 180^\circ - 80^\circ = 100^\circ$

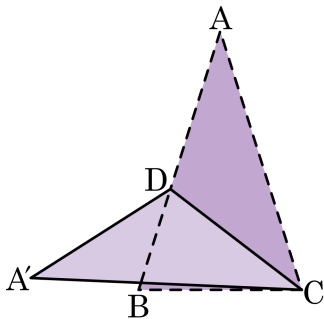
③ $\angle BAC = \angle ABC = 80^\circ$ (엇각)

④ $\triangle ABC$ 의 내각의 합은 180° 이므로

$$\angle ACB = 180^\circ - 80^\circ - 80^\circ = 20^\circ$$

⑤ $\angle CAF = \angle ACB = 20^\circ$ (엇각)

8. 다음 그림은 $\angle A$ 를 꼭지각으로 하는 이등변삼각형을 선분 AD 와 선분 CD 의 길이가 같도록 접은 것이다. $\angle A$ 가 35° 일 때, $\angle BCD$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답:

○
—

▷ 정답 : 37.5°

해설

ΔADC 는 이등변삼각형이므로

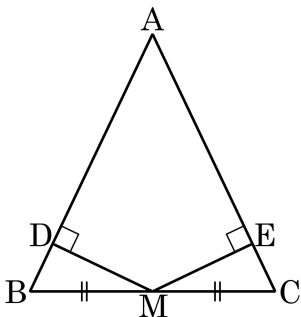
$$\angle A = \angle ACD = 35^\circ$$

$$\angle ACB = (180^\circ - 35^\circ) \div 2 = 72.5^\circ$$

($\because \triangle ABC$ 는 이등변삼각형)

$$\therefore \angle BCD = 72.5^\circ - 35^\circ = 37.5^\circ$$

9. 다음 그림과 같이 $\overline{AB} = \overline{AC}$ 인 이등변삼각형 ABC 에서 $\overline{BC}$ 의 중점을 M 이라 하자. 점 M 에서 $\overline{AB}$, $\overline{AC}$ 에 내린 수선의 발을 각각 D , E 라 할 때, $\overline{MD} = \overline{ME}$ 임을 보이는 과정에서 필요하지 않은 것을 모두 고르면?



- ① $\overline{BM} = \overline{CM}$ ② $\angle B = \angle C$
 ③ $\overline{BD} = \overline{CE}$ ④ $\angle BMD = \angle CME$
 ⑤ RHA 합동

해설

$\triangle MDB$ 와 $\triangle MEC$ 에서

i) $\overline{MB} = \overline{MC}$

ii) $\angle B = \angle C$ ($\because \triangle ABC$ 는 이등변 삼각형)

iii) $\angle MDB = \angle MEC = 90^\circ$

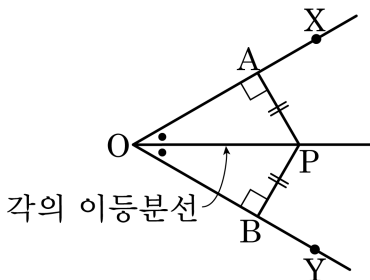
i), ii), iii)에 의해 $\triangle MDB \cong \triangle MEC$ (RHA 합동)이다.

따라서 $\overline{MD} = \overline{ME}$ 이다.

10. 다음을 증명할 때 사용된 합동조건을 말하여라.

‘각의 이등분선 위의 임의의 점은 그 각의 두 변에서 같은 거리에 있다.’

다음 그림과 같이 $\angle XOY$ 의 이등분선 위의 한 점 P 에서 두 변 $\overline{OA}$, $\overline{OB}$ 에 내린 수선의 발을 각각 $\overline{AP}$, $\overline{BP}$ 라고 하면 $\overline{AP} = \overline{BP}$ 이다.



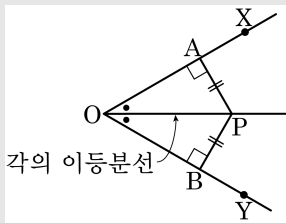
▶ 답 :

합동

▷ 정답 : RHA 합동

해설

[증명] 다음 그림에서



$$\angle AOP = \angle BOP,$$

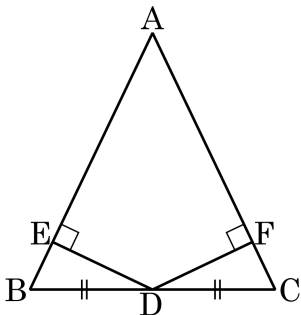
$$\angle OAP = \angle OBP = 90^\circ,$$

빗변 OP 는 공통이므로

$$\triangle AOP \equiv \triangle BOP \text{ (RHA 합동)}$$

$$\therefore \overline{AP} = \overline{BP}$$

11. 다음 그림의 $\triangle ABC$ 에서 변 BC의 중점을 D라 하자. 점 D에서 변 AB, AC에 내린 수선의 발을 각각 E, F라 하고, $\overline{DE} = \overline{DF}$ 일 때, 다음 중 옳지 않은 것은?

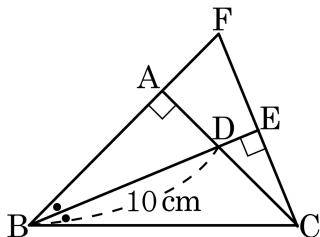


- ① $\overline{EB} = \overline{FC}$
- ② $\angle EBD = \angle FCD$
- ③ $\triangle ABC$ 는 이등변삼각형
- ④ $\triangle EBD \equiv \triangle FCD$ (RHA 합동)
- ⑤ $\triangle AED \equiv \triangle AFD$ (RHS 합동)

해설

- ④ $\triangle EBD \equiv \triangle FCD$ (RHS 합동)

12. 그림에서 $\overline{AB} = \overline{AC}$, $\angle BAC = \angle CEB = 90^\circ$, $\overline{BE}$ 가 $\angle B$ 의 이등분선이고, $\overline{BD} = 10\text{cm}$ 일 때, $\overline{EF}$ 의 길이를 구하시오.



▶ 답 : cm

▷ 정답 : 5 cm

해설

$\triangle ABD$ 와 $\triangle ACF$ 에서

$$\angle BAD = \angle CAF = 90^\circ \dots \textcircled{㉠}$$

$$\overline{AB} = \overline{AC} \dots \textcircled{㉡}$$

$$\angle ABD = 22.5^\circ, \angle ADB = 67.5^\circ$$

$\angle ADB = \angle CDE = 67.5^\circ$ ($\because$ 맞꼭지각) 이므로

$$\angle ACF = 22.5^\circ$$

$$\text{즉, } \angle ABD = \angle ACF \dots \textcircled{㉢}$$

$\textcircled{㉠}$, $\textcircled{㉡}$, $\textcircled{㉢}$ 에 의해 $\triangle ABD \equiv \triangle ACF$ (ASA 합동)

$$\therefore \overline{BD} = \overline{CF} = 10\text{cm}$$

$$\angle BCF = 45^\circ + 22.5^\circ = 67.5^\circ = \angle BFC$$

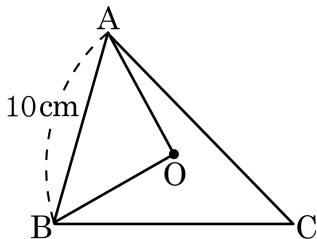
즉, $\triangle BCF$ 는 $\overline{BF} = \overline{BC}$ 인 이등변삼각형이고

$\angle B$ 의 이등분선과 밑변 $\overline{CF}$ 의 교점이 E 이므로

$\overline{CE} = \overline{EF}$ 이다.

$$\therefore \overline{EF} = \frac{1}{2}\overline{CF} = \frac{1}{2} \times 10 = 5 \text{ (cm)}$$

13. 다음 그림에서 점 O는 $\triangle ABC$ 의 외심이다. $\overline{AB} = 10\text{ cm}$ 이고, $\triangle AOB$ 의 둘레의 길이가 24 cm 일 때, $\triangle ABC$ 의 외접원의 반지름의 길이는?



① 3cm

② 4cm

③ 5cm

④ 6cm

⑤ 7cm

해설

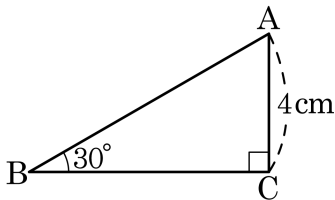
점 O가 $\triangle ABC$ 의 외심이므로 $\overline{OA} = \overline{OB}$

따라서 $\triangle AOB$ 의 둘레의 길이는

$$\overline{OA} + \overline{OB} + \overline{AB} = 2\overline{OA} + 10 = 24$$

$$\therefore OA = 7(\text{cm})$$

14. 다음 그림에서 $\triangle ABC$ 는 $\angle C = 90^\circ$ 인 직각삼각형이다. $\overline{AC} = 4\text{cm}$, $\angle B = 30^\circ$ 일 때, $\overline{AB}$ 의 길이는?



① 4cm

② 6cm

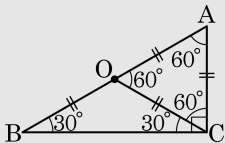
③ 8cm

④ 10cm

⑤ 12cm

해설

직각삼각형의 외심은 빗변의 중점에 위치하므로 외심을 $\overline{AB}$ 의 중점 O라 하면

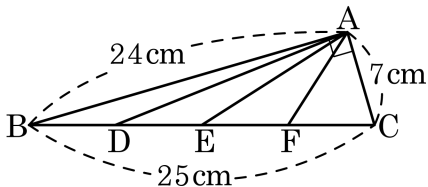


$\overline{OA} = \overline{OB} = \overline{OC}$ 이므로

$\angle AOC = \angle OCA = \angle A = 60^\circ$

$\therefore \overline{AB} = \overline{AO} + \overline{BO} = 8(\text{cm})$

15. 다음 그림과 같이 $\angle A = 90^\circ$ 인 직각삼각형 ABC 의 빗변 $\overline{BC}$ 를 4 등분하는 점을 D, E, F 라 할 때, $\overline{AE}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 : cm

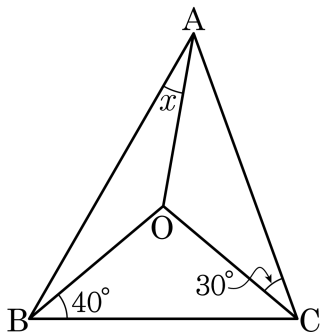
▶ 정답 : 12.5 cm

해설

점 E 는 직각삼각형 ABC 의 외심이므로

$$\overline{BE} = \overline{EC} = \overline{AE} = \frac{25}{2} = 12.5 \text{ (cm)}$$

16. 다음 그림에서 점 O는 $\triangle ABC$ 의 외심이다. $\angle OBC = 40^\circ$, $\angle ACO = 30^\circ$ 일 때, $\angle x$ 의 크기는?



① 15°

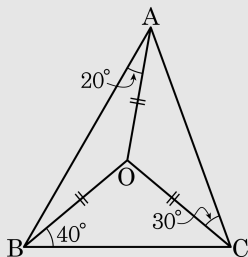
② 20°

③ 25°

④ 30°

⑤ 40°

해설



외심에서 각 꼭짓점에 이르는 거리는 모두 같으므로
 $\triangle OAB$, $\triangle OBC$, $\triangle OCA$ 는 모두 이등변삼각형이다.

$\angle OCB = 40^\circ$, $\angle OAC = 30^\circ$,

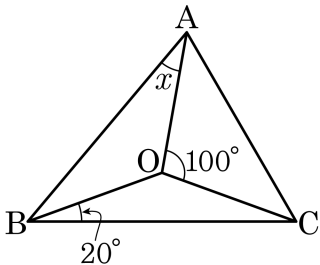
$\angle OAB = \angle OBA = \angle x$ 이므로

$$2\angle x + 40^\circ \times 2 + 30^\circ \times 2 = 180^\circ,$$

$$2\angle x + 140^\circ = 180^\circ,$$

$$\therefore \angle x = 20^\circ$$

17. 다음 그림에서 점 O가 삼각형 ABC의 외심일 때, $\angle x$ 의 크기를 구하면?



① 20°

② 25°

③ 30°

④ 40°

⑤ 50°

해설

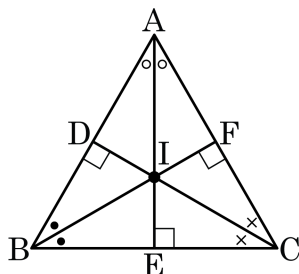
$\overline{OA} = \overline{OB}$ 이므로 $\angle OBA = x$

$\angle AOC = 2 \times \angle ABC$ 이므로

$$(x + 20) \times 2 = 100, x = 30$$

$$\therefore \angle BAO = 30^\circ$$

18. 다음은 삼각형의 세 내각의 이등분선이 한 점에서 만남을 나타낸 것이다. 빈칸에 공통으로 들어갈 알맞은 것을 고르면?



$\triangle IBE$ 와 $\triangle IBD$ 에서

$$\angle IEB = \angle IDB = 90^\circ,$$

$\overline{IB}$ 는 공통변,

$\angle IBE = \angle IBD$ 이므로

$\triangle IBE \equiv \triangle IBD$ (RHA 합동)

$$\therefore \overline{ID} = \boxed{} \dots \textcircled{A}$$

같은 방법으로 $\triangle ICE \equiv \triangle ICF$ (RHA 합동)이므로

$$\therefore \boxed{} = \overline{IF} \dots \textcircled{B}$$

$\textcircled{A}$, $\textcircled{B}$ 에서

$$\therefore \overline{ID} = \overline{IF}$$

$\triangle ADI$ 와 $\triangle AFI$ 에서

$$\angle ADI = \angle AFI = 90^\circ, \overline{AI} \text{는 공통 변}, \overline{ID} = \overline{IF}$$

이므로 $\triangle ADI \equiv \triangle AFI$ (RHS 합동)

대응각 $\angle DAI = \angle FAI$ 이므로 $\overline{AI}$ 는 $\angle A$ 의 이등분선이다.

따라서 세 각의 이등분선은 한 점에서 만난다.

① $\overline{IA}$

② $\overline{IE}$

③ $\overline{IC}$

④ $\overline{IB}$

⑤ $\overline{AF}$

해설

$\triangle IBE \equiv \triangle IBD$ (RHA 합동)이므로

$\overline{ID}$ 와 대응변인 $\overline{IE}$ 의 길이가 같고, $\triangle ICE \equiv \triangle ICF$ (RHA 합동)

이므로 $\overline{IE}$ 와 대응변인 $\overline{IF}$ 의 길이가 같다.

따라서 빈 칸에 공통으로 $\overline{IE}$ 가 들어간다.

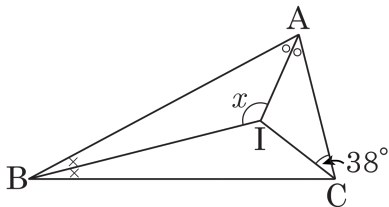
19. 민혁이는 친구들과 삼각형 모양의 종이를 가지고 최대한 큰 원으로
오려내려고 한다. 다음 중 틀린 말을 한 학생은 누구인가?

- ① 민호 : 삼각형 종이로 가장 큰 원을 만들려면 내심을
이용해야지.
- ② 지훈 : 그럼 먼저 삼각형의 세 내각의 이등분선을 그어야겠군.
- ③ 창교 : 그런 다음 세 내각의 이등분선이 만나는 한 점을
찾아야 해.
- ④ 지민 : 세 내각의 이등분선이 만나는 한 점을 원의 중심으로
하고 꼭짓점까지의 거리를 반지름으로 하는 원을 그려야해.
- ⑤ 장수 : 원의 반지름을 찾았으면 원을 그려야해.

해설

④ 세 내각의 이등분선이 만나는 한 점은 내심으로 원의 중심이
맞지만, 원의 반지름은 내심에서 한 변까지의 거리로 하여야
한다.

20. 다음 그림에서 점 I는 $\angle A$ 와 $\angle B$ 의 이등분선의 교점이다. 이 때, $\angle x$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답 :

▶ 정답 : 128°

해설

$38^\circ + \angle IAB + \angle IBC = 90^\circ$ 이므로

$$\angle IAB + \angle IBC = 90^\circ - 38^\circ = 52^\circ$$

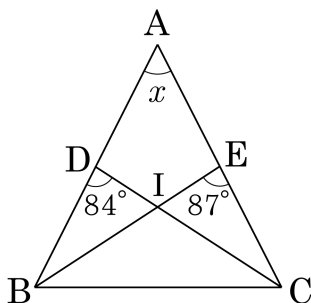
따라서 $\triangle IAB$ 에서

$$\angle x = 180^\circ - (\angle IAB + \angle IBC)$$

$$= 180^\circ - 52^\circ$$

$$= 128^\circ$$

21. 다음 그림의 $\triangle ABC$ 에서 점 I는 내심이고
 $\angle BDC = 84^\circ$, $\angle CEB = 87^\circ$ 이다. 이 때, $\angle x$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 54°

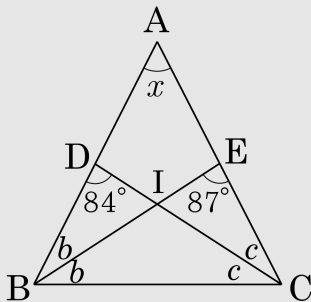
해설

점 I가 내심이므로

$\angle ABI = \angle CBI = b$, $\angle ACI = \angle BCI = c$ 라 하면,

$\triangle DBC$ 에서 $84^\circ + 2b + c = 180^\circ \dots \textcircled{㉠}$

$\triangle ECB$ 에서 $87^\circ + b + 2c = 180^\circ \dots \textcircled{㉡}$



$\textcircled{㉠}$, $\textcircled{㉡}$ 을 연립하면

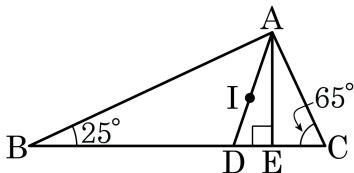
$b = 33^\circ$, $c = 30^\circ$

따라서 $\triangle ABC$ 에서 $\angle x + 2b + 2c = 180^\circ$

$\angle x + 66^\circ + 60^\circ = 180^\circ$

$\therefore \angle x = 54^\circ$

22. 다음 그림에서 점 I는 $\triangle ABC$ 의 내심이다. $\overline{AE} \perp \overline{BC}$ 일 때, $\angle DAE$ 의 크기는?



① 15°

② 17°

③ 18°

④ 20°

⑤ 22°

해설

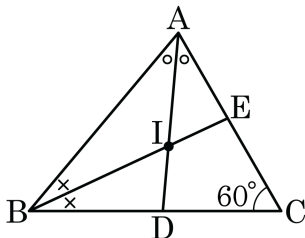
$$\angle A = 180^\circ - (25^\circ + 65^\circ) = 90^\circ$$

$$\angle DAC = \frac{1}{2} \times 90^\circ = 45^\circ$$

$$\angle EAC = 25^\circ \text{ 이므로}$$

$$\therefore \angle DAE = 45^\circ - 25^\circ = 20^\circ$$

23. 다음 그림에서 점 I는 $\triangle ABC$ 의 내심이다. $\angle C = 60^\circ$ 일 때, $\angle ADB$ 와 $\angle AEB$ 의 크기의 합은? (단, $\overline{AD}$ 와 $\overline{BE}$ 는 각각 $\angle A$ 와 $\angle B$ 의 내각의 이등분선이다.)



① 200°

② 180°

③ 160°

④ 140°

⑤ 120°

해설

$\triangle ABC$ 에서 세 내각의 합이 180° 이므로

$$2\circ + 2\times + 60^\circ = 180^\circ$$

$$\circ + \times = 60^\circ$$

삼각형의 세 내각의 합은 180° 이므로

$\angle ADB = \angle x$, $\angle AEB = \angle y$ 라 하면

$$\triangle ABE \text{에서 } 2\circ + \times + \angle x = 180^\circ \dots \textcircled{1}$$

$$\triangle ABD \text{에서 } \circ + 2\times + \angle y = 180^\circ \dots \textcircled{2}$$

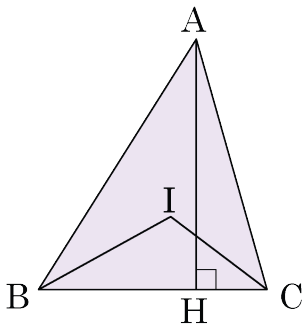
①+②를 하면

$$3(\circ + \times) + (\angle x + \angle y) = 360^\circ$$

$$\therefore 3 \times 60^\circ + (\angle x + \angle y) = 360^\circ$$

$$\therefore \angle x + \angle y = 180^\circ$$

24. 다음 그림에서 점 I는 $\triangle ABC$ 의 내심이고 $\angle ABC = 60^\circ$, $\angle BCA = 70^\circ$, $\overline{AH} \perp \overline{BC}$ 이다. $\angle IAH : \angle BIC$ 를 가장 간단한 정수의 비 $x : y$ 로 나타냈을 때, $x + y$ 의 값을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 24

해설

$\angle A = 180^\circ - (60^\circ + 70^\circ) = 50^\circ$ 이므로 $\angle IAB = 25^\circ$ 이다.

$\angle BAH = 90^\circ - 60^\circ = 30^\circ$ 이므로 $\angle IAH = 5^\circ$ 이다.

$\angle BIC = 180^\circ - (30^\circ + 35^\circ) = 115^\circ$ 이므로 $x : y = 1 : 23$

25. 세 변의 길이가 각각 10 cm, 24 cm, 26 cm 인 직각삼각형의 외접원과 내접원의 넓이의 합을 구하여라.

▶ 답 : cm^2

▷ 정답 : $185\pi \text{ cm}^2$

해설

$$\text{외접원의 반지름} : \frac{26}{2} = 13(\text{cm})$$

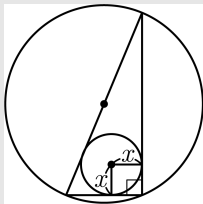
$$\text{넓이} : 13 \times 13 \times \pi = 169\pi(\text{cm}^2)$$

내접원의 반지름의 길이를 x 라 하면

$$10 - x + 24 - x = 26$$

$$34 - 2x = 26, \quad -2x = -8$$

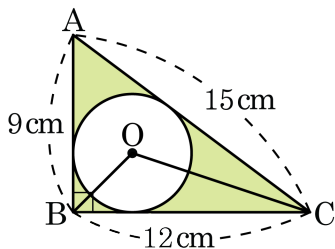
$$\therefore x = 4$$



$$\text{넓이} : 4 \times 4 \times \pi = 16\pi(\text{cm}^2)$$

$$\therefore 169\pi + 16\pi = 185\pi(\text{cm}^2)$$

26. 직각삼각형 ABC 에 원 O 가 내접되었을 때, 색칠한 부분의 넓이를 구하여라.



- ① $(54 - 6\pi) \text{ cm}^2$ ② $(54 - 7\pi) \text{ cm}^2$
 ③ $(54 - 8\pi) \text{ cm}^2$ ④ $(54 - 9\pi) \text{ cm}^2$
 ⑤ $(54 - 10\pi) \text{ cm}^2$

해설

원 O 의 반지름의 길이를 r 이라 하면

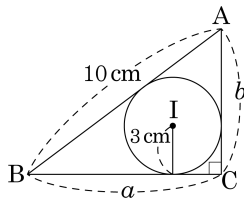
$$\frac{1}{2}r \times (9 + 15 + 12) = \frac{1}{2} \times 9 \times 12$$

$$\therefore r = 3(\text{cm})$$

$\therefore$ (색칠한 부분의 넓이)

$$= \frac{1}{2} \times 9 \times 12 - 3^2 \times \pi = 54 - 9\pi (\text{cm}^2)$$

27. 다음 그림의 $\triangle ABC$ 에서 $\angle C = 90^\circ$ 이고 점 I는 $\triangle ABC$ 의 내심이다. $\triangle ABC$ 의 내접원 I의 반지름이 3 cm 일 때, $\overline{AB} = 10$ cm 이면 $\triangle ABC$ 의 넓이는 얼마인가?



답 :

cm²



정답 : 39 cm²

해설

I에서 $\overline{BC}$, $\overline{AC}$, $\overline{AB}$ 에 수선을 그어 만나는 점을 D, E, F 라 하면

$$\overline{BD} = \overline{BF} = a - 3$$

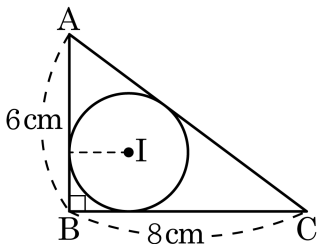
$$\overline{AE} = \overline{AF} = b - 3$$

$$\overline{AB} = \overline{AF} + \overline{BF} = (b - 3) + (a - 3) = a + b - 6 = 10$$

$$\therefore a + b = 16$$

$$\begin{aligned} \therefore \triangle ABC &= \frac{1}{2} \times (a + b + 10) \times 3 \\ &= \frac{1}{2} \times (16 + 10) \times 3 = 39(\text{cm}^2) \therefore \end{aligned}$$

28. 다음 그림에서 점 I 는 $\overline{AB} = 6\text{cm}$, $\overline{BC} = 8\text{cm}$, $\angle B = 90^\circ$ 인 직각삼각형 ABC 의 내심이다. 이 삼각형의 내접원의 반지름의 길이가 2cm 일 때, 빗변의 길이는?



① 9cm

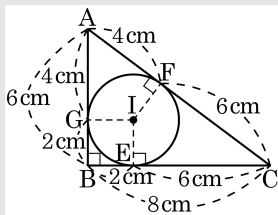
② 10cm

③ 11cm

④ 12cm

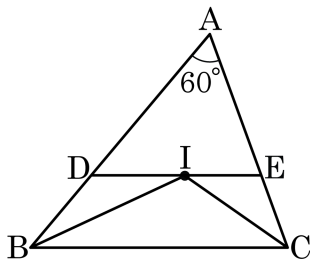
⑤ 13cm

해설



점 I 가 삼각형의 내심이므로 $\overline{AD} = \overline{AF}$, $\overline{BE} = \overline{BD}$, $\overline{CE} = \overline{CF}$ 이다. 내심의 반지름이 2cm 이므로 $\overline{BD} = \overline{BE} = 2\text{cm}$ 이다.
 $\overline{AD} = 4\text{cm}$, $\overline{EC} = 6\text{cm}$ 이므로 빗변의 길이 $\overline{AC} = \overline{AF} + \overline{FC} = 4 + 6 = 10(\text{cm})$ 이다.

29. 다음 그림에서 점 I는 $\triangle ABC$ 의 내심이고, $\overline{DE} \parallel \overline{BC}$ 일 때, $\angle BDI + \angle CEI = (\quad)^\circ$ 의 값을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 240

해설

점 I가 삼각형의 세 내각의 이등분선의 교점이므로 $\angle IBC = \angle DBI = x^\circ$, $\angle ICB = \angle ECI = y^\circ$ 라고 두면

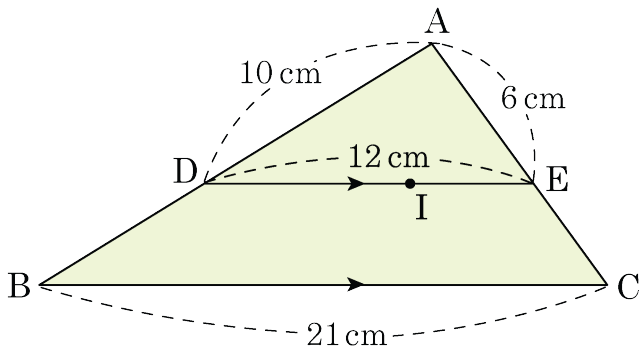
$2\angle x + 2\angle y + 60^\circ = 180^\circ$, $2\angle x + 2\angle y = 120^\circ$ 이다.

또, $\overline{DE} \parallel \overline{BC}$ 이므로 $\angle IBC = \angle DIB$, $\angle ICB = \angle EIC$ 이므로 $\triangle DBI$ 와 $\triangle EIC$ 는 이등변삼각형이다.

따라서 두 삼각형 $\triangle DBI$ 와 $\triangle EIC$ 의 내각의 크기의 합은 $2\angle x + 2\angle y + \angle BDI + \angle CEI = 180^\circ \times 2 = 360^\circ$ 이고,

$2\angle x + 2\angle y = 120^\circ$ 이므로 $\angle BDI + \angle CEI = 360^\circ - 120^\circ = 240^\circ$ 이다.

30. 다음 그림에서 점 I 는 $\triangle ABC$ 의 내심이고 $\overline{DE} // \overline{BC}$ 일 때, $\triangle ABC$ 의 둘레의 길이는?



① 46cm

② 47cm

③ 48cm

④ 49cm

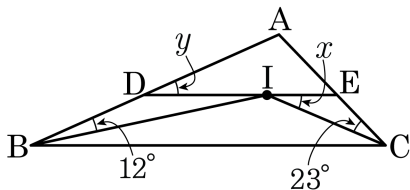
⑤ 50cm

해설

점 I 가 내심이고 $\overline{DE} // \overline{BC}$ 일 때,
 $\overline{DE} = \overline{DI} + \overline{EI} = \overline{DB} + \overline{EC}$ 이므로
 $\overline{DB} + \overline{EC} = 12(\text{cm})$ 이다.

따라서 $\triangle ABC$ 의 둘레의 길이는 $\overline{AD} + \overline{AE} + \overline{DB} + \overline{EC} + \overline{BC} = 10 + 6 + 12 + 21 = 49(\text{cm})$ 이다.

31. 다음 그림에서 점 I는 $\triangle ABC$ 의 내심이고 $\overline{DE} \parallel \overline{BC}$ 일 때, $x+y = (\quad)^\circ$ 의 값을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 47

해설

점 I가 삼각형의 세 내각의 이등분선의 교점이므로 $\angle IBC = \angle DBI = 12^\circ$, $\angle ICB = \angle ECI = 23^\circ$

$\overline{DE} \parallel \overline{BC}$ 이므로 $\angle IBC = \angle DIB = 12^\circ$, $\angle ICB = \angle EIC = 23^\circ$ 이다.

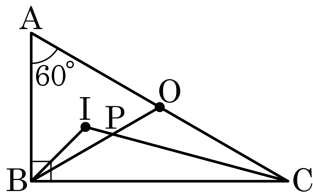
$\Rightarrow \angle x = \angle EIC = 23^\circ$ 이다.

또, $\angle DBI = \angle DIB$ 이므로 $\triangle DBI$ 가 이등변삼각형이다.

두 내각의 합은 다른 한 내각의 외각과 크기가 같으므로 $\Rightarrow \angle y = 12 + 12 = 24^\circ$ 이다.

따라서 $\angle x + \angle y = 23 + 24 = 47^\circ$ 이다.

32. 다음 그림에서 $\angle B = 90^\circ$ 인 직각삼각형 ABC 에서 점 I, O 는 각각 내심, 외심이다. $\angle A = 60^\circ$ 일 때, $\angle BPC$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답 : $\quad \quad \quad ^\circ$

▷ 정답 : 135°

해설

외심의 성질에 의해 $\overline{OA} = \overline{OB}$ 이므로 $\angle A = \angle OBA = 60^\circ \rightarrow \angle OBC = 30^\circ$ 이다. ...㉠

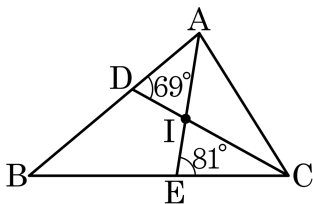
내심의 정의에 의해 $\overline{IC}$ 가 $\angle ACB = 30^\circ$ 를 이등분하므로 $\angle ICB = 15^\circ$ 이고, $\angle BIC = 90^\circ + 60^\circ \times \frac{1}{2} = 120^\circ$ 이므로

$\triangle IBC$ 의 내각의 합을 이용하면 $\angle IBC = 180^\circ - (120^\circ + 15^\circ) = 45^\circ$ 이다. ...㉡

㉡-㉠에 의해 $\angle IBP = 15^\circ$ 이다.

$\angle BPC$ 는 $\angle IPB$ 의 외각이므로 $\therefore \angle BPC = \angle BIC + \angle IBP = 120^\circ + 15^\circ = 135^\circ$

33. 다음 그림에서 점 I는 $\triangle ABC$ 의 내심이고, $\angle ADI = 69^\circ$, $\angle CEI = 81^\circ$ 일 때, $\angle B$ 의 크기를 구하여라.



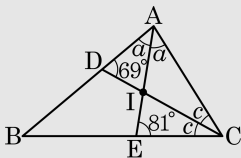
▶ 답 : °

▷ 정답 : 40°

해설

점 I는 $\triangle ABC$ 의 내심이므로

$\angle BAE = \angle CAE = a$, $\angle ACD = \angle BCD = c$ 라 하면



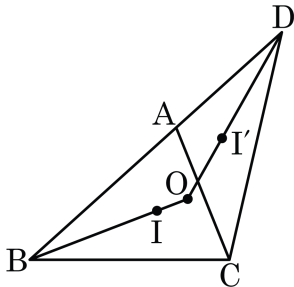
$\triangle AEC$ 에서 외각의 성질에 의해 $\angle CAE + \angle ACE = \angle AEB$ 이므로 $a + 2c = 99^\circ \dots \textcircled{1}$

$\triangle ADC$ 에서 외각의 성질에 의해 $\angle CAD + \angle ACD = \angle CDB$ 이므로 $2a + c = 111^\circ \dots \textcircled{2}$

$\textcircled{1}$, $\textcircled{2}$ 을 더하면 $3a + 3c = 210^\circ$ 즉, $a + c = 70^\circ$

$\therefore \angle B = 180^\circ - 2(a + c) = 180^\circ - 140^\circ = 40^\circ$

34. $\angle BAC = 70^\circ$, $\angle ABC = 42^\circ$, $\overline{AC} = \overline{AD}$ 이고 점 I, I' 는 각각 $\triangle ABC$, $\triangle ACD$ 의 내심이다. 점 O 는 $\overline{BI}$ 와 $\overline{DI'}$ 의 연장선의 교점 일 때, $\angle IOI'$ 의 크기를 구하여라.



① 147.5°

② 148.5°

③ 149.5°

④ 131.5°

⑤ 141.5°

해설

$\overline{AC} = \overline{AD}$ 이므로

$$\angle ADC = \frac{1}{2} \angle BAC = \frac{1}{2} \times 70^\circ = 35^\circ$$

점 I 는 내심이므로 $\angle ABI = 42^\circ \times \frac{1}{2} = 21^\circ$

점 I' 는 내심이므로 $\angle ADI' = 35^\circ \times \frac{1}{2} = 17.5^\circ$

$$\therefore \angle IOI' = 180^\circ - (21^\circ + 17.5^\circ) = 141.5^\circ$$