1. $\frac{1}{45}, \frac{2}{45}, \frac{3}{45}, \cdots, \frac{199}{45}, \frac{200}{45}$ 중에서 유한소수이면서, 정수가 아닌 유리수의 개수는?

① 4개　② 18개　③ 22개　④ 62개　⑤ 66개

해설

$\frac{n}{45} = \frac{n}{3^2 \times 5}$ 이 유한소수가 되게 하는 n은 9의 배수이므로 22개, 이때 정수가 되게 하는 n은 45의 배수로 4개이다.
따라서 $22 - 4 = 18$개이다.

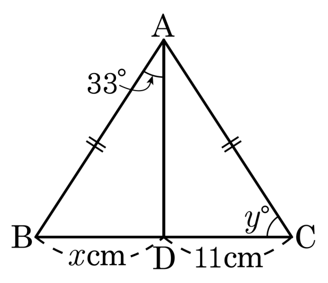
2. A가 $\frac{11}{30}, \frac{12}{30}, \frac{13}{30}, \frac{14}{30}, \frac{15}{30}$이고, B는 무한소수일 때, A와 B의 공통적인 수의 갯수는?

① 1개 ② 2개 ③ 3개 ④ 4개 ⑤ 5개

해설

유한소수의 분모의 소인수는 2나 5가 되어야 하는데 분모가 $30 = 2 \times 3 \times 5$이므로, 분자에서 3의 배수를 찾으면 된다.
따라서, 유한소수는 $\frac{12}{30}, \frac{15}{30}$이고, 무한소수는 $\frac{11}{30}, \frac{13}{30}, \frac{14}{30}$으로 3개다.

3. 다음 그림과 같이 $\overline{AB} = \overline{AC}$ 인 이등변삼각형 ABC 에서 $\angle A$ 의 이등분선과 $\overline{BC}$ 의 교점을 D 라 하자. $\overline{DC} = 11\text{cm}$, $\angle BAD = 33°$ 일 때, $x + y$ 의 값은?

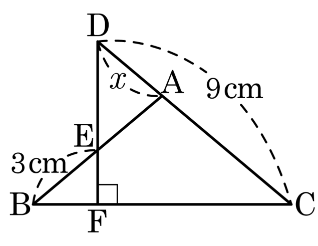


① 48 ② 58 ③ 68 ④ 78 ⑤ 88

해설

이등변삼각형에서 꼭지각의 이등분선은 밑변을 수직이등분하므로
$\overline{BD} = \overline{DC} = 11\text{cm}$
$\triangle ABC$ 는 이등변삼각형이므로
$y = \frac{1}{2}(180° - 66°) = 57°$
$\therefore\ x + y = 11 + 57 = 68$

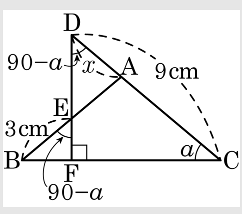
4. 다음 그림에서 $\overline{AB} = \overline{AC}$ 이고 $\angle DFC = 90°$ 일 때, x 의 길이를 구하여라.



▶ 답 : ______ cm

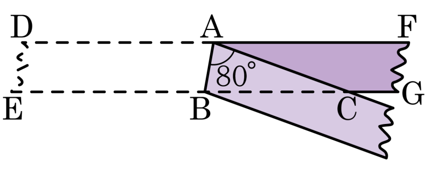
▷ 정답 : 3 cm

해설



$\triangle ABC$ 에서 $\angle ABC = a$ 라 하면 $\overline{AB} = \overline{AC}$ 이므로 $\angle ACB = a$ 이다.
따라서 $\triangle BEF$ 에서 $\angle BEF = 90° - a$ 이고 마찬가지로 $\triangle DCF$ 에서 $\angle CDF = 90° - a$ 이다. 즉, $\angle BEF = \angle CDF$, $\angle BEF = \angle AED$ (맞꼭지각) 이다.
따라서 $\angle CDF = \angle AED$ 이므로 $\triangle AED$ 는 이등변삼각형이고, $\overline{AD} = \overline{AE} = x(\text{cm})$, $\overline{AB} = x+3(\text{cm})$ 이다. 따라서 $\overline{AC} = \overline{AB} = 9 - x(\text{cm})$ 이므로 $x + 3 = 9 - x$, $x = 3(\text{cm})$ 이다.

5. 다음 그림과 같이 폭이 일정한 종이테이프를 접었다. $\angle BAC = 80^\circ$일 때, 다음 중 각의 크기가 $\angle BAC$와 다른 것을 모두 고르면?

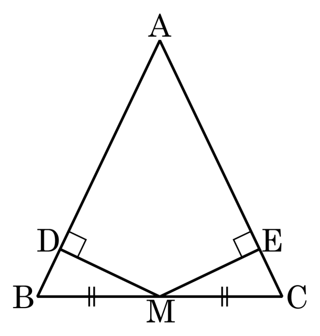


① $\angle DAB$ ② $\angle ABE$ ③ $\angle ABC$
④ $\angle ACB$ ⑤ $\angle CAF$

해설

① 종이 테이프를 접으면 $\angle BAC = \angle DAB = 80^\circ$
② $\angle ABE = 180^\circ - \angle ABC = 180^\circ - 80^\circ = 100^\circ$
③ $\angle BAC = \angle ABC = 80^\circ$ (엇각)
④ $\triangle ABC$의 내각의 합은 180°이므로
$\angle ACB = 180^\circ - 80^\circ - 80^\circ = 20^\circ$
⑤ $\angle CAF = \angle ACB = 20^\circ$ (엇각)

6. 다음 그림과 같이 $\overline{AB} = \overline{AC}$ 인 이등변삼각형 ABC 에서 $\overline{BC}$ 의 중점을 M 이라 하자. 점 M 에서 $\overline{AB}$, $\overline{AC}$ 에 내린 수선의 발을 각각 D, E 라 할 때, $\overline{MD} = \overline{ME}$ 임을 보이는 과정에서 필요하지 <u>않은</u> 것을 모두 고르면?



① $\overline{BM} = \overline{CM}$

② $\angle B = \angle C$

③ $\overline{BD} = \overline{CE}$

④ $\angle BMD = \angle CME$

⑤ RHA 합동

해설

$\triangle MDB$ 와 $\triangle MEC$ 에서

i) $\overline{MB} = \overline{MC}$

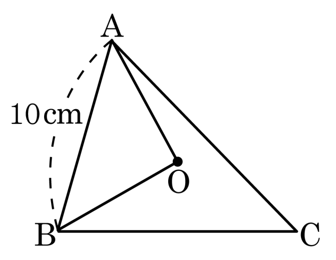
ii) $\angle B = \angle C$($\because$ $\triangle ABC$는 이등변 삼각형)

iii) $\angle MDB = \angle MEC = 90°$

i), ii), iii) 에 의해 $\triangle MDB \equiv \triangle MEC$ (RHA 합동) 이다.

따라서 $\overline{MD} = \overline{ME}$ 이다.

7. 다음 그림에서 점 O는 $\triangle ABC$의 외심이다. $\overline{AB} = 10\,\text{cm}$이고, $\triangle AOB$의 둘레의 길이가 $24\,\text{cm}$일 때, $\triangle ABC$의 외접원의 반지름의 길이는?



① 3cm ② 4cm ③ 5cm ④ 6cm ⑤ 7cm

해설

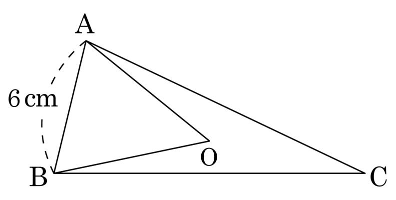
점 O가 $\triangle ABC$의 외심이므로 $\overline{OA} = \overline{OB}$

따라서 $\triangle AOB$의 둘레의 길이는

$\overline{OA} + \overline{OB} + \overline{AB} = 2\overline{OA} + 10 = 24$

$\therefore \text{OA} = 7(\text{cm})$

8. 다음 그림에서 점 O는 삼각형 ABC의 외심이다. $\overline{AB} = 6\,cm$이고 삼각형 AOB의 둘레의 길이가 $20\,cm$일 때, $\triangle ABC$의 외접원의 넓이를 구하여라.



▶ 답 : ______ cm^2

▷ 정답 : 49π cm^2

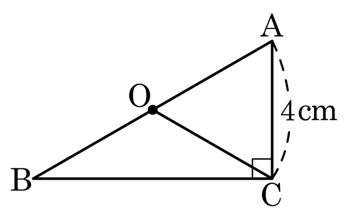
해설

점 O가 삼각형 ABC의 외심이므로 $\overline{OA} = \overline{OB}$

삼각형 AOB의 둘레의 길이가 $20\,cm$이므로
$\overline{OA} + \overline{OB} + \overline{AB} = 2\overline{OA} + 6 = 20$
$\therefore\ \overline{OA} = 7(cm)$

$\therefore$ ($\triangle$ABC의 외접원의 넓이) $= \pi \times 7^2 = 49\pi(cm^2)$

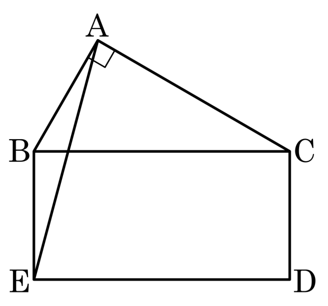
9. 다음 그림과 같이 직각삼각형 ABC 의 외심이 점 O 일 때, $\overline{AB} + \overline{AC} = 12\text{cm}$ 이면 $\angle ABC$ 의 크기는?



① $10°$ ② $20°$ ③ $30°$
④ $40°$ ⑤ 알 수 없다.

해설
$\overline{OA} + \overline{OB} + \overline{AC} = 12\text{cm}$ 이고
$\overline{OA} = \overline{OB} = \overline{OC}$ 이므로 $\overline{OA} = \overline{OC} = \overline{AC} = 4\text{cm}$ 이다.
따라서 $\triangle AOC$ 는 정삼각형이므로 $\angle OAC = 60°$
$\therefore \angle ABC = 30°$

10. 다음 그림에서 삼각형 ABC 는 $\angle A = 90°$, $\overline{BC} = 2\overline{AB}$ 인 직각삼각형이고, 사각형 BCDE 는 가로의 길이가 세로의 길이의 2 배인 직사각형일 때, $\angle AEB$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답 : $\underline{\quad\quad}$ °

▷ 정답 : 15 °

해설

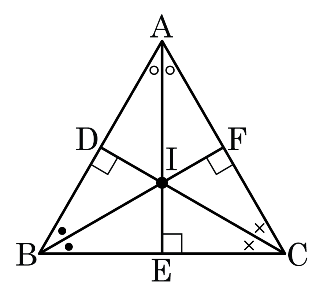
$\overline{BC}$ 의 중점을 M 이라 하면 점 M 은 $\triangle ABC$ 의 외심이므로 $\overline{AM} = \overline{BM} = \overline{CM}$

이때, $\overline{BC} = 2\overline{AB}$ 이므로 $\triangle ABM$ 은 정삼각형이고, $\angle ABM = 60°$ 이다.

또, 사각형 BCDE 는 가로의 길이가 세로의 길이의 2 배인 직사각형이므로 $\triangle ABE$ 는 이등변삼각형이고 $\angle ABE = \angle ABC + \angle CBE = 150°$

$\therefore\ \angle AEB = (180° - 150°) \div 2 = 15°$

11. 다음은 삼각형의 세 내각의 이등분선이 한 점에서 만남을 나타낸 것이다. 빈칸에 공통으로 들어갈 알맞은 것을 고르면?



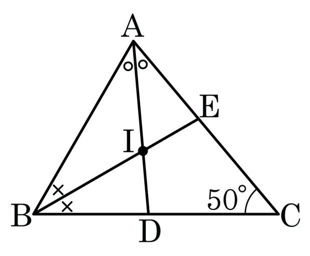
$\triangle IBE$와 $\triangle IBD$에서
$\angle IEB = \angle IDB = 90°$,
$\overline{IB}$는 공통변,
$\angle IBE = \angle IBD$이므로
$\triangle IBE \equiv \triangle IBD$ (RHA 합동)
$\therefore \overline{ID} = \boxed{} \cdots$①
같은 방법으로 $\triangle ICE \equiv \triangle ICF$ (RHA 합동)이므로
$\therefore \boxed{} = \overline{IF} \cdots$㉡
㉠, ㉡에서
$\therefore \overline{ID} = \overline{IF}$
$\triangle ADI$와 $\triangle AFI$에서
$\angle ADI = \angle AFI = 90°$, $\overline{AI}$는 공통 변, $\overline{ID} = \overline{IF}$
이므로 $\triangle ADI \equiv \triangle AFI$(RHS 합동)
대응각 $\angle DAI = \angle FAI$이므로 $\overline{AI}$는 $\angle A$의 이등분선이다.
따라서 세 각의 이등분선은 한 점에서 만난다.

① $\overline{IA}$ ② $\overline{IE}$ ③ $\overline{IC}$ ④ $\overline{IB}$ ⑤ $\overline{AF}$

해설

$\triangle IBE \equiv \triangle IBD$(RHA 합동)이므로
$\overline{ID}$와 대응변인 $\overline{IE}$의 길이가 같고, $\triangle ICE \equiv \triangle ICF$(RHA 합동)
이므로 $\overline{IE}$와 대응변인 $\overline{IF}$의 길이가 같다.
따라서 빈 칸에 공통으로 $\overline{IE}$가 들어간다.

12. 다음 그림에서 점 I는 $\triangle ABC$의 내심이다. $\angle C = 50°$일 때, $\angle ADB$와 $\angle AEB$의 크기의 합을 구하여라.



▶ 답 : $\underline{\quad}°$

▷ 정답 : $165°$

해설

점 I는 내심이므로

$\angle BAD = \angle CAD = \angle x$, $\angle ABE = \angle CBE = \angle y$ 라 하면

$\triangle ABC$에서 $2\angle x + 2\angle y + 50° = 180°$,

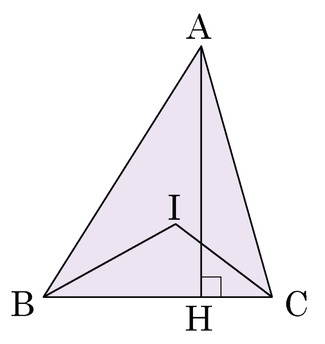
$\therefore \angle x + \angle y = 65°$

$\angle ADB = \angle C + \angle CAD = 50° + \angle x$

$\angle AEB = \angle C + \angle CBE = 50° + \angle y$

$\therefore\ \angle ADB + \angle AEB = 100° + \angle x + \angle y = 165°$

13. 다음 그림에서 점 I는 $\triangle\mathrm{ABC}$의 내심이고 $\angle\mathrm{ABC} = 60°$, $\angle\mathrm{BCA} = 70°$, $\overline{\mathrm{AH}} \perp \overline{\mathrm{BC}}$이다. $\angle\mathrm{IAH} : \angle\mathrm{BIC}$를 가장 간단한 정수의 비 $x : y$로 나타냈을 때, $x + y$의 값을 구하여라.



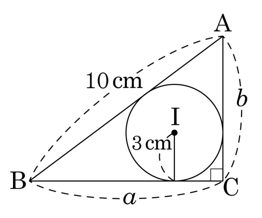
▶ 답 :

▷ 정답 : 24

해설

$\angle\mathrm{A} = 180° - (60° + 70°) = 50°$이므로 $\angle\mathrm{IAB} = 25°$이다.
$\angle\mathrm{BAH} = 90° - 60° = 30°$이므로 $\angle\mathrm{IAH} = 5°$이다.
$\angle\mathrm{BIC} = 180° - (30° + 35°) = 115°$이므로 $x : y = 1 : 23$

14. 다음 그림의 $\triangle ABC$ 에서 $\angle C = 90°$ 이고 점 I는 $\triangle ABC$ 의 내심이다. $\triangle ABC$ 의 내접원 I의 반지름이 3 cm 일 때, $\overline{AB} = 10\text{ cm}$ 이면 $\triangle ABC$ 의 넓이는 얼마인가?



▶ 답: $\underline{\qquad\qquad \text{cm}^2}$

▷ 정답: $39\,\underline{\text{cm}^2}$

해설

I에서 $\overline{BC}$, $\overline{AC}$, $\overline{AB}$ 에 수선을 그어 만나는 점을 D, E, F라 하면

$\overline{BD} = \overline{BF} = a - 3$

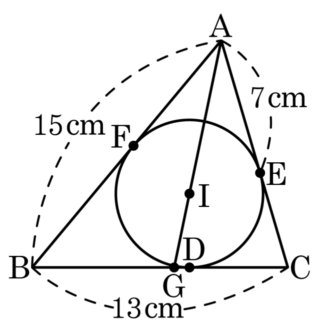
$\overline{AE} = \overline{AF} = b - 3$

$\overline{AB} = \overline{AF} + \overline{BF} = (b-3) + (a-3) = a + b - 6 = 10$

$\therefore\ a + b = 16$

$$\begin{aligned} \therefore\ \triangle ABC &= \frac{1}{2} \times (a + b + 10) \times 3 \\ &= \frac{1}{2} \times (16 + 10) \times 3 = 39(\text{cm}^2)\ \therefore \end{aligned}$$

15. 다음 그림에서 점 I 는 $\triangle$ABC 의 내심이다. $\overline{\mathrm{AB}} = 15\mathrm{cm}$, $\overline{\mathrm{AE}} = 7\mathrm{cm}$, $\overline{\mathrm{BC}} = 13\mathrm{cm}$ 일 때, $\overline{\mathrm{GD}}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답: ______ cm

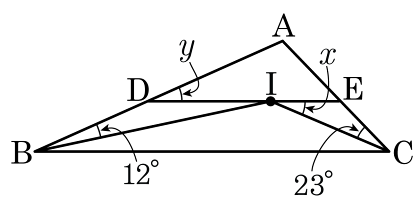
▷ 정답: $\frac{7}{9}$ cm

해설

원 밖의 한 점에서 원에 그은 두 접선의 길이는 같다.
$\overline{\mathrm{AE}} = \overline{\mathrm{AF}} = 7\mathrm{cm}$ 이므로 $\overline{\mathrm{BF}} = 15 - 7 = 8\mathrm{cm}$
$\overline{\mathrm{BF}} = \overline{\mathrm{BD}} = 8\mathrm{cm}$ 이므로 $\overline{\mathrm{DC}} = 13 - 8 = 5\mathrm{cm}$
$\overline{\mathrm{CE}} = \overline{\mathrm{CD}} = 5\mathrm{cm}$
$\therefore\ \overline{\mathrm{AC}} = 12\mathrm{cm}$
또한, $\overline{\mathrm{GD}} = x\mathrm{cm}$ 라 하면 $\overline{\mathrm{BD}} = 8\mathrm{cm}$, $\overline{\mathrm{DC}} = 5\mathrm{cm}$ 이므로 $\overline{\mathrm{BG}} = 8 - x(\mathrm{cm})$, $\overline{\mathrm{GC}} = x + 5(\mathrm{cm})$

$\overline{\mathrm{AB}} : \overline{\mathrm{AC}} = \overline{\mathrm{BG}} : \overline{\mathrm{GC}}$
$15 : 12 = (8 - x) : (x + 5)$
$\therefore\ x = \frac{7}{9}$
따라서 $\overline{\mathrm{GD}} = \frac{7}{9}\mathrm{cm}$ 이다.

16. 다음 그림에서 점 I 는 $\triangle$ABC 의 내심이고 $\overline{\text{DE}}//\overline{\text{BC}}$ 일 때, $x+y = (\quad)^\circ$ 의 값을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 47

해설

점 I 가 삼각형의 세 내각의 이등분선의 교점이므로 $\angle\text{IBC} = \angle\text{DBI} = 12^\circ$, $\angle\text{ICB} = \angle\text{ECI} = 23^\circ$

$\overline{\text{DE}}//\overline{\text{BC}}$ 이므로 $\angle\text{IBC} = \angle\text{DIB} = 12^\circ$, $\angle\text{ICB} = \angle\text{EIC} = 23^\circ$ 이다.

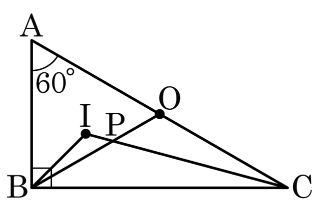
$\Rightarrow \angle x = \angle\text{EIC} = 23^\circ$ 이다.

또, $\angle\text{DBI} = \angle\text{DIB}$ 이므로 $\triangle$DBI 가 이등변삼각형이다.

두 내각의 합은 다른 한 내각의 외각과 크기가 같으므로 $\Rightarrow \angle y = 12 + 12 = 24^\circ$ 이다.

따라서 $\angle x + \angle y = 23 + 24 = 47^\circ$ 이다.

17. 다음 그림에서 $\angle B = 90°$ 인 직각삼각형 ABC 에서 점 I, O 는 각각 내심, 외심이다. $\angle A = 60°$ 일 때, $\angle BPC$ 의 크기를 구하여라.



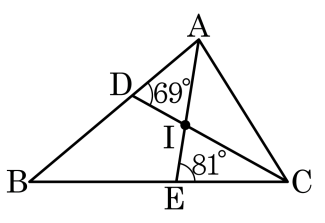
▶ 답 : ________ °

▷ 정답 : 135 °

해설

외심의 성질에 의해 $\overline{OA} = \overline{OB}$ 이므로 $\angle A = \angle OBA = 60° \rightarrow \angle OBC = 30°$ 이다. ⋯㉠
내심의 정의에 의해 $\overline{IC}$ 가 $\angle ACB = 30°$ 를 이등분하므로 $\angle ICB = 15°$ 이고, $\angle BIC = 90° + 60° \times \frac{1}{2} = 120°$ 이므로
$\triangle IBC$의 내각의 합을 이용하면 $\angle IBC = 180° - (120° + 15°) = 45°$ 이다. ⋯㉡
㉡-㉠에 의해 $\angle IBP = 15°$ 이다.
$\angle BPC$ 는 $\angle IPB$ 의 외각이므로 $\therefore \angle BPC = \angle BIC + \angle IBP = 120° + 15° = 135°$

18. 다음 그림에서 점 I 는 $\triangle$ABC 의 내심이고, $\angle$ADI $= 69\,^{\circ}$, $\angle$CEI $= 81\,^{\circ}$ 일 때, $\angle$B 의 크기를 구하여라.



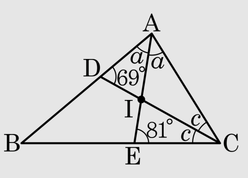
▶ 답 : $\underline{\quad\quad\quad\quad\quad\quad\quad ^{\circ}}$

▷ 정답 : $40\,\underline{^{\circ}}$

해설

점 I 는 $\triangle$ABC 의 내심이므로

$\angle\mathrm{BAE} = \angle\mathrm{CAE} = a$, $\angle\mathrm{ACD} = \angle\mathrm{BCD} = c$ 라 하면



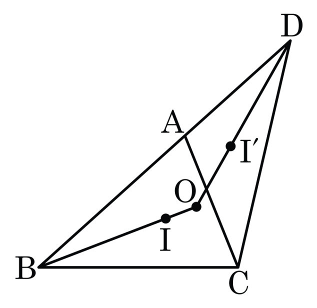
$\triangle$AEC 에서 외각의 성질에 의해 $\angle\mathrm{CAE} + \angle\mathrm{ACE} = \angle\mathrm{AEB}$ 이므로 $a + 2c = 99\,^{\circ} \cdots$ ㉠

$\triangle$ADC 에서 외각의 성질에 의해 $\angle\mathrm{CAD} + \angle\mathrm{ACD} = \angle\mathrm{CDB}$ 이므로 $2a + c = 111\,^{\circ} \cdots$ ㉡

㉠, ㉡을 더하면 $3a + 3c = 210\,^{\circ}$ 즉, $a + c = 70\,^{\circ}$

$\therefore \angle\mathrm{B} = 180\,^{\circ} - 2(a + c) = 180\,^{\circ} - 140\,^{\circ} = 40\,^{\circ}$

19. $\angle BAC = 70°$, $\angle ABC = 42°$, $\overline{AC} = \overline{AD}$이고 점I, I′ 는 각각 $\triangle ABC$, $\triangle ACD$의 내심이다. 점 O는 $\overline{BI}$와 $\overline{DI'}$의 연장선의 교점일 때, $\angle IOI'$의 크기를 구하여라.



① 147.5° ② 148.5° ③ 149.5°
④ 131.5° ⑤ 141.5°

해설

$\overline{AC} = \overline{AD}$이므로

$\angle ADC = \frac{1}{2}\angle BAC = \frac{1}{2} \times 70° = 35°$

점 I는 내심이므로 $\angle ABI = 42° \times \frac{1}{2} = 21°$

점 I′는 내심이므로 $\angle ADI' = 35° \times \frac{1}{2} = 17.5°$

$\therefore \angle IOI' = 180° - (21° + 17.5°) = 141.5°$