

1. $\frac{1}{45}, \frac{2}{45}, \frac{3}{45}, \dots, \frac{199}{45}, \frac{200}{45}$ 중에서 유한소수이면서, 정수가 아닌 유리수의 개수는?

① 4개

② 18개

③ 22개

④ 62개

⑤ 66개

해설

$\frac{n}{45} = \frac{n}{3^2 \times 5}$ 이 유한소수가 되게 하는 n 은 9의 배수이므로 22개, 이때 정수가 되게 하는 n 은 45의 배수로 4개이다.
따라서 $22 - 4 = 18$ 개이다.

2. A 가 $\frac{11}{30}, \frac{12}{30}, \frac{13}{30}, \frac{14}{30}, \frac{15}{30}$ 이고, B 는 무한소수일 때, A 와 B 의 공통적인 수의 갯수는?

① 1개

② 2개

③ 3개

④ 4개

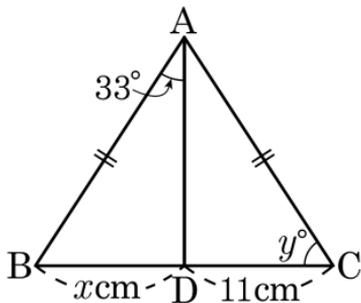
⑤ 5개

해설

유한소수의 분모의 소인수는 2나 5가 되어야 하는데 분모가 $30 = 2 \times 3 \times 5$ 이므로, 분자에서 3의 배수를 찾으면 된다.

따라서, 유한소수는 $\frac{12}{30}, \frac{15}{30}$ 이고, 무한소수는 $\frac{11}{30}, \frac{13}{30}, \frac{14}{30}$ 으로 3개다.

3. 다음 그림과 같이 $\overline{AB} = \overline{AC}$ 인 이등변삼각형 ABC에서 $\angle A$ 의 이등분선과 \overline{BC} 의 교점을 D라 하자. $\overline{DC} = 11\text{cm}$, $\angle BAD = 33^\circ$ 일 때, $x + y$ 의 값은?



① 48

② 58

③ 68

④ 78

⑤ 88

해설

이등변삼각형에서 꼭지각의 이등분선은 밑변을 수직이등분하므로

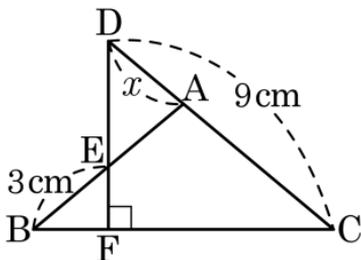
$$\overline{BD} = \overline{DC} = 11\text{cm}$$

$\triangle ABC$ 는 이등변삼각형이므로

$$y = \frac{1}{2}(180^\circ - 66^\circ) = 57^\circ$$

$$\therefore x + y = 11 + 57 = 68$$

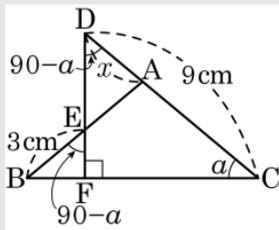
4. 다음 그림에서 $\overline{AB} = \overline{AC}$ 이고 $\angle DFC = 90^\circ$ 일 때, x 의 길이를 구하여라.



▶ 답 : cm

▷ 정답 : 3 cm

해설

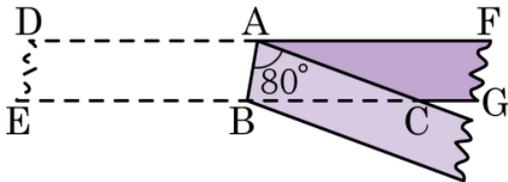


$\triangle ABC$ 에서 $\angle ABC = a$ 라 하면 $\overline{AB} = \overline{AC}$ 이므로 $\angle ACB = a$ 이다.

따라서 $\triangle BEF$ 에서 $\angle BEF = 90^\circ - a$ 이고 마찬가지로 $\triangle DCF$ 에서 $\angle CDF = 90^\circ - a$ 이다. 즉, $\angle BEF = \angle CDF$, $\angle BEF = \angle AED$ (맞꼭지각) 이다.

따라서 $\angle CDF = \angle AED$ 이므로 $\triangle AED$ 는 이등변삼각형이고, $\overline{AD} = \overline{AE} = x(\text{cm})$, $\overline{AB} = x + 3(\text{cm})$ 이다. 따라서 $\overline{AC} = \overline{AB} = 9 - x(\text{cm})$ 이므로 $x + 3 = 9 - x$, $x = 3(\text{cm})$ 이다.

5. 다음 그림과 같이 폭이 일정한 종이테이프를 접었다. $\angle BAC = 80^\circ$ 일 때, 다음 중 각의 크기가 $\angle BAC$ 와 다른 것을 모두 고르면?

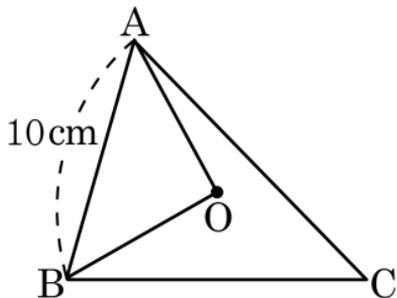


- ① $\angle DAB$ ② $\angle ABE$ ③ $\angle ABC$
 ④ $\angle ACB$ ⑤ $\angle CAF$

해설

- ① 종이 테이프를 접으면 $\angle BAC = \angle DAB = 80^\circ$
 ② $\angle ABE = 180^\circ - \angle ABC = 180^\circ - 80^\circ = 100^\circ$
 ③ $\angle BAC = \angle ABC = 80^\circ$ (엇각)
 ④ $\triangle ABC$ 의 내각의 합은 180° 이므로
 $\angle ACB = 180^\circ - 80^\circ - 80^\circ = 20^\circ$
 ⑤ $\angle CAF = \angle ACB = 20^\circ$ (엇각)

7. 다음 그림에서 점 O는 $\triangle ABC$ 의 외심이다. $\overline{AB} = 10\text{ cm}$ 이고, $\triangle AOB$ 의 둘레의 길이가 24 cm 일 때, $\triangle ABC$ 의 외접원의 반지름의 길이는?



① 3cm

② 4cm

③ 5cm

④ 6cm

⑤ 7cm

해설

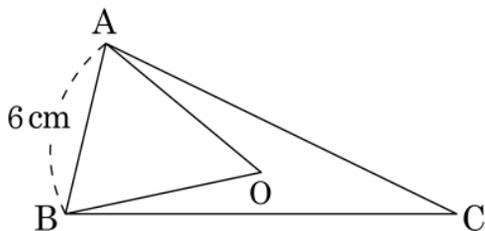
점 O가 $\triangle ABC$ 의 외심이므로 $\overline{OA} = \overline{OB}$

따라서 $\triangle AOB$ 의 둘레의 길이는

$$\overline{OA} + \overline{OB} + \overline{AB} = 2\overline{OA} + 10 = 24$$

$$\therefore OA = 7(\text{cm})$$

8. 다음 그림에서 점 O 는 삼각형 ABC 의 외심이다. $\overline{AB} = 6\text{ cm}$ 이고 삼각형 AOB 의 둘레의 길이가 20 cm 일 때, $\triangle ABC$ 의 외접원의 넓이를 구하여라.



▶ 답: cm^2

▶ 정답: $49\pi \text{ cm}^2$

해설

점 O 가 삼각형 ABC 의 외심이므로 $\overline{OA} = \overline{OB}$

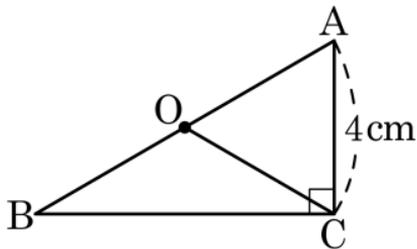
삼각형 AOB 의 둘레의 길이가 20 cm 이므로

$$\overline{OA} + \overline{OB} + \overline{AB} = 2\overline{OA} + 6 = 20$$

$$\therefore \overline{OA} = 7(\text{cm})$$

$$\therefore (\triangle ABC\text{의 외접원의 넓이}) = \pi \times 7^2 = 49\pi(\text{cm}^2)$$

9. 다음 그림과 같이 직각삼각형 ABC의 외심이 점 O일 때, $\overline{AB} + \overline{AC} = 12\text{cm}$ 이면 $\angle ABC$ 의 크기는?



① 10°

② 20°

③ 30°

④ 40°

⑤ 알 수 없다.

해설

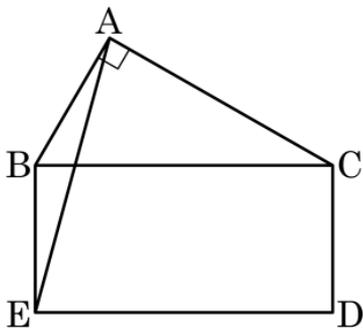
$\overline{OA} + \overline{OB} + \overline{AC} = 12\text{cm}$ 이고

$\overline{OA} = \overline{OB} = \overline{OC}$ 이므로 $\overline{OA} = \overline{OC} = \overline{AC} = 4\text{cm}$ 이다.

따라서 $\triangle AOC$ 는 정삼각형이므로 $\angle OAC = 60^\circ$

$\therefore \angle ABC = 30^\circ$

10. 다음 그림에서 삼각형 ABC는 $\angle A = 90^\circ$, $\overline{BC} = 2\overline{AB}$ 인 직각삼각형이고, 사각형 BCDE는 가로 길이가 세로 길이의 2 배인 직사각형일 때, $\angle AEB$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답 : $\quad \quad \quad \circ$

▷ 정답 : $15 \circ$

해설

\overline{BC} 의 중점을 M이라 하면 점 M은 $\triangle ABC$ 의 외심이므로

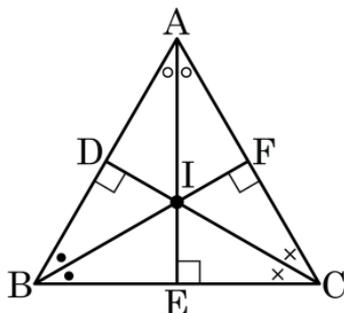
$$\overline{AM} = \overline{BM} = \overline{CM}$$

이때, $\overline{BC} = 2\overline{AB}$ 이므로 $\triangle ABM$ 은 정삼각형이고, $\angle ABM = 60^\circ$ 이다.

또, 사각형 BCDE는 가로 길이가 세로 길이의 2 배인 직사각형이므로 $\triangle ABE$ 는 이등변삼각형이고 $\angle ABE = \angle ABC + \angle CBE = 150^\circ$

$$\therefore \angle AEB = (180^\circ - 150^\circ) \div 2 = 15^\circ$$

11. 다음은 삼각형의 세 내각의 이등분선이 한 점에서 만남을 나타낸 것이다. 빈칸에 공통으로 들어갈 알맞은 것을 고르면?



$\triangle IBE$ 와 $\triangle IBD$ 에서

$$\angle IEB = \angle IDB = 90^\circ,$$

\overline{IB} 는 공통변,

$\angle IBE = \angle IBD$ 이므로

$\triangle IBE \equiv \triangle IBD$ (RHA 합동)

$$\therefore \overline{ID} = \boxed{} \dots \textcircled{A}$$

같은 방법으로 $\triangle ICE \equiv \triangle ICF$ (RHA 합동)이므로

$$\therefore \boxed{} = \overline{IF} \dots \textcircled{B}$$

\textcircled{A} , \textcircled{B} 에서

$$\therefore \overline{ID} = \overline{IF}$$

$\triangle ADI$ 와 $\triangle AFI$ 에서

$$\angle ADI = \angle AFI = 90^\circ, \overline{AI} \text{는 공통 변, } \overline{ID} = \overline{IF}$$

이므로 $\triangle ADI \equiv \triangle AFI$ (RHS 합동)

대응각 $\angle DAI = \angle FAI$ 이므로 \overline{AI} 는 $\angle A$ 의 이등분선이다.

따라서 세 각의 이등분선은 한 점에서 만난다.

① \overline{IA}

② \overline{IE}

③ \overline{IC}

④ \overline{IB}

⑤ \overline{AF}

해설

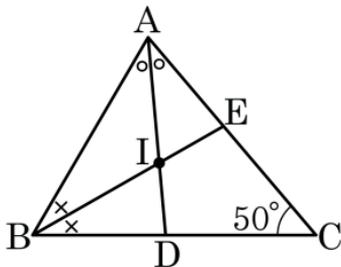
$\triangle IBE \equiv \triangle IBD$ (RHA 합동)이므로

\overline{ID} 와 대응변인 \overline{IE} 의 길이가 같고, $\triangle ICE \equiv \triangle ICF$ (RHA 합동)

이므로 \overline{IE} 와 대응변인 \overline{IF} 의 길이가 같다.

따라서 빈 칸에 공통으로 \overline{IE} 가 들어간다.

12. 다음 그림에서 점 I는 $\triangle ABC$ 의 내심이다. $\angle C = 50^\circ$ 일 때, $\angle ADB$ 와 $\angle AEB$ 의 크기의 합을 구하여라.



▶ 답 : $\quad \quad \quad \circ$

▷ 정답 : 165°

해설

점 I는 내심이므로

$\angle BAD = \angle CAD = \angle x$, $\angle ABE = \angle CBE = \angle y$ 라 하면

$\triangle ABC$ 에서 $2\angle x + 2\angle y + 50^\circ = 180^\circ$,

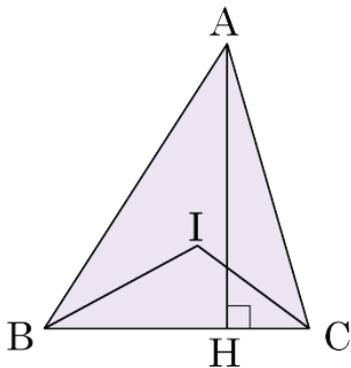
$\therefore \angle x + \angle y = 65^\circ$

$\angle ADB = \angle C + \angle CAD = 50^\circ + \angle x$

$\angle AEB = \angle C + \angle CBE = 50^\circ + \angle y$

$\therefore \angle ADB + \angle AEB = 100^\circ + \angle x + \angle y = 165^\circ$

13. 다음 그림에서 점 I는 $\triangle ABC$ 의 내심이고 $\angle ABC = 60^\circ$, $\angle BCA = 70^\circ$, $\overline{AH} \perp \overline{BC}$ 이다. $\angle IAH : \angle BIC$ 를 가장 간단한 정수의 비 $x : y$ 로 나타냈을 때, $x + y$ 의 값을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 24

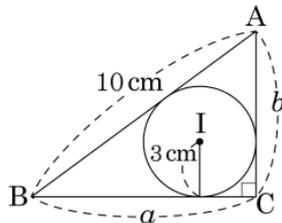
해설

$\angle A = 180^\circ - (60^\circ + 70^\circ) = 50^\circ$ 이므로 $\angle IAB = 25^\circ$ 이다.

$\angle BAH = 90^\circ - 60^\circ = 30^\circ$ 이므로 $\angle IAH = 5^\circ$ 이다.

$\angle BIC = 180^\circ - (30^\circ + 35^\circ) = 115^\circ$ 이므로 $x : y = 1 : 23$

14. 다음 그림의 $\triangle ABC$ 에서 $\angle C = 90^\circ$ 이고 점 I 는 $\triangle ABC$ 의 내심이다. $\triangle ABC$ 의 내접원 I 의 반지름이 3 cm 일 때, $\overline{AB} = 10\text{ cm}$ 이면 $\triangle ABC$ 의 넓이는 얼마인가?



▶ 답 :

cm^2

▷ 정답 : 39 cm^2

해설

I 에서 \overline{BC} , \overline{AC} , \overline{AB} 에 수선을 그어 만나는 점을 D , E , F 라 하면

$$\overline{BD} = \overline{BF} = a - 3$$

$$\overline{AE} = \overline{AF} = b - 3$$

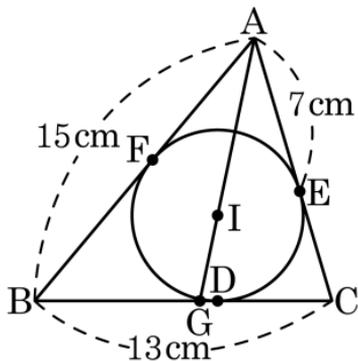
$$\overline{AB} = \overline{AF} + \overline{BF} = (b - 3) + (a - 3) = a + b - 6 = 10$$

$$\therefore a + b = 16$$

$$\therefore \triangle ABC = \frac{1}{2} \times (a + b + 10) \times 3$$

$$= \frac{1}{2} \times (16 + 10) \times 3 = 39(\text{cm}^2) \therefore$$

15. 다음 그림에서 점 I는 $\triangle ABC$ 의 내심이다. $\overline{AB} = 15\text{cm}$, $\overline{AE} = 7\text{cm}$, $\overline{BC} = 13\text{cm}$ 일 때, \overline{GD} 의 길이를 구하여라.



▶ 답: cm

▶ 정답: $\frac{7}{9}$ cm

해설

원 밖의 한 점에서 원에 그은 두 접선의 길이는 같다.

$$\overline{AE} = \overline{AF} = 7\text{cm} \text{ 이므로 } \overline{BF} = 15 - 7 = 8\text{cm}$$

$$\overline{BF} = \overline{BD} = 8\text{cm} \text{ 이므로 } \overline{DC} = 13 - 8 = 5\text{cm}$$

$$\overline{CE} = \overline{CD} = 5\text{cm}$$

$$\therefore \overline{AC} = 12\text{cm}$$

또한, $\overline{GD} = x\text{cm}$ 라 하면 $\overline{BD} = 8\text{cm}$, $\overline{DC} = 5\text{cm}$ 이므로

$$\overline{BG} = 8 - x(\text{cm}), \overline{GC} = x + 5(\text{cm})$$

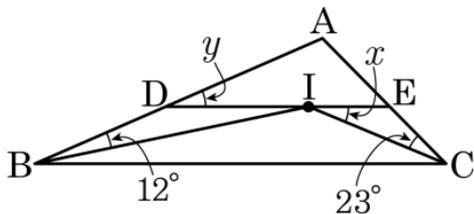
$$\overline{AB} : \overline{AC} = \overline{BG} : \overline{GC}$$

$$15 : 12 = (8 - x) : (x + 5)$$

$$\therefore x = \frac{7}{9}$$

따라서 $\overline{GD} = \frac{7}{9}\text{cm}$ 이다.

16. 다음 그림에서 점 I는 $\triangle ABC$ 의 내심이고 $\overline{DE} \parallel \overline{BC}$ 일 때, $x+y = ()^\circ$ 의 값을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 47

해설

점 I가 삼각형의 세 내각의 이등분선의 교점이므로 $\angle IBC = \angle DBI = 12^\circ$, $\angle ICB = \angle ECI = 23^\circ$

$\overline{DE} \parallel \overline{BC}$ 이므로 $\angle IBC = \angle DIB = 12^\circ$, $\angle ICB = \angle EIC = 23^\circ$ 이다.

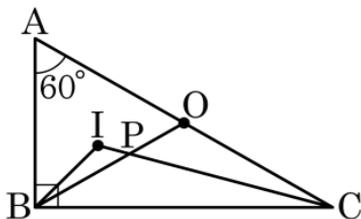
$\Rightarrow \angle x = \angle EIC = 23^\circ$ 이다.

또, $\angle DBI = \angle DIB$ 이므로 $\triangle DBI$ 가 이등변삼각형이다.

두 내각의 합은 다른 한 내각의 외각과 크기가 같으므로 $\Rightarrow \angle y = 12 + 12 = 24^\circ$ 이다.

따라서 $\angle x + \angle y = 23 + 24 = 47^\circ$ 이다.

17. 다음 그림에서 $\angle B = 90^\circ$ 인 직각삼각형 ABC 에서 점 I, O 는 각각 내심, 외심이다. $\angle A = 60^\circ$ 일 때, $\angle BPC$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답: $\quad \quad \quad \circ$

▷ 정답: $135 \circ$

해설

외심의 성질에 의해 $\overline{OA} = \overline{OB}$ 이므로 $\angle A = \angle OBA = 60^\circ \rightarrow \angle OBC = 30^\circ$ 이다. ...㉠

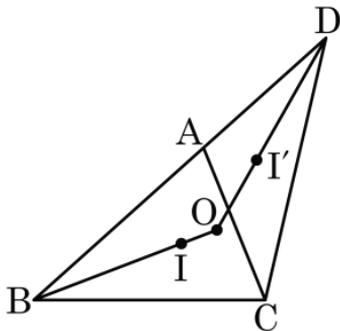
내심의 정의에 의해 \overline{IC} 가 $\angle ACB = 30^\circ$ 를 이등분하므로 $\angle ICB = 15^\circ$ 이고, $\angle BIC = 90^\circ + 60^\circ \times \frac{1}{2} = 120^\circ$ 이므로

$\triangle IBC$ 의 내각의 합을 이용하면 $\angle IBC = 180^\circ - (120^\circ + 15^\circ) = 45^\circ$ 이다. ...㉡

㉡-㉠에 의해 $\angle IBP = 15^\circ$ 이다.

$\angle BPC$ 는 $\angle IPB$ 의 외각이므로 $\therefore \angle BPC = \angle BIC + \angle IBP = 120^\circ + 15^\circ = 135^\circ$

19. $\angle BAC = 70^\circ$, $\angle ABC = 42^\circ$, $\overline{AC} = \overline{AD}$ 이고 점 I, I' 는 각각 $\triangle ABC$, $\triangle ACD$ 의 내심이다. 점 O 는 \overline{BI} 와 $\overline{DI'}$ 의 연장선의 교점 일 때, $\angle IOI'$ 의 크기를 구하여라.



- ① 147.5° ② 148.5° ③ 149.5°
 ④ 131.5° ⑤ 141.5°

해설

$\overline{AC} = \overline{AD}$ 이므로

$$\angle ADC = \frac{1}{2} \angle BAC = \frac{1}{2} \times 70^\circ = 35^\circ$$

점 I 는 내심 이므로 $\angle ABI = 42^\circ \times \frac{1}{2} = 21^\circ$

점 I' 는 내심 이므로 $\angle ADI' = 35^\circ \times \frac{1}{2} = 17.5^\circ$

$$\therefore \angle IOI' = 180^\circ - (21^\circ + 17.5^\circ) = 141.5^\circ$$