

1. 다음 중 인수분해가 잘못된 것을 고르면?

① $(x-y)^2 - xy(y-x) = (x-y)(x-y+xy)$

② $3a^2 - 27b^2 = 3(a+3b)(a-3b)$

③ $64a^3 - 125 = (4a+5)(16a^2 - 20a + 25)$

④ $(x^2 - x)(x^2 - x + 1) - 6 = (x^2 - x + 3)(x+1)(x-2)$

⑤ $2x^2 - 5x + 3 = (x-1)(2x-3)$

해설

$$\begin{aligned} & 64a^3 - 125 \\ &= (4a)^3 - (5)^3 \\ &= (4a-5)(16a^2 + 20a + 25) \end{aligned}$$

2. $a^2b + b^2c - b^3 - a^2c$ 을 인수분해하면?

① $(a + b)(a - b)(b + c)$

② $(a - b)(b - c)(c + a)$

③ $(a - b)(a + b)(b - c)$

④ $(a - b)(a + b)(c - a)$

⑤ $(a - b)(b + c)(c - a)$

해설

$$\begin{aligned} & a^2b + b^2c - b^3 - a^2c \\ &= a^2(b - c) - b^2(b - c) \\ &= (a - b)(a + b)(b - c) \end{aligned}$$

3. 다음 중 다항식 $x^4 - 5x^2 + 4$ 를 인수분해 할 때, 나타나는 인수가 아닌 것은?

① $x - 1$ ② $x - 2$ ③ $x - 3$ ④ $x + 1$ ⑤ $x + 2$

해설

$$\begin{aligned}x^4 - 5x^2 + 4 &= (x^2 - 1)(x^2 - 4) \\ &= (x + 1)(x - 1)(x + 2)(x - 2)\end{aligned}$$

4. 다음 중 다항식 $x^4 - 8x^2 - 9$ 의 인수가 아닌 것은?

① $x - 3$

② $x + 3$

③ $x^2 + 1$

④ $x^2 + 9$

⑤ $x^3 + 3x^2 + x + 3$

해설

준 식을 인수분해 하면

$$x^4 - 8x^2 - 9 = (x^2 + 1)(x^2 - 9)$$

$$= (x^2 + 1)(x + 3)(x - 3)$$

$$\textcircled{5} \quad x^2(x + 3) + x + 3 = (x^2 + 1)(x + 3)$$

5. $a^2 - b^2 - c^2 + 2bc$ 의 인수가 아닌 것은?

① $a - b + c$

② $a + b - c$

③ $-a + b - c$

④ $-a + b + c$

⑤ $-a - b + c$

해설

$$\begin{aligned} a^2 - b^2 - c^2 + 2bc &= a^2 - (b^2 + c^2 - 2bc) \\ &= a^2 - (b - c)^2 \\ &= (a + b - c)(a - b + c) \end{aligned}$$

인수 : $(a + b - c)$, $(a - b + c)$ (단, 복부호 동순)

6. 다음 중 $(a^2 + b^2)^2 - 4a^2b^2$ 을 옳게 인수분해 한 것은?

① $(a - b)^2(a + b)^2$ ② $(a^2 - b^2)(a^2 + b^2)$

③ $(a - b)^2(a^2 + b^2)$ ④ $(a^2 - b^2)(a + b)^2$

⑤ $(a - b)(a + b)(a^2 + b^2)^2$

해설

$$\begin{aligned} & (a^2 + b^2)^2 - 4a^2b^2 \\ &= (a^2 + b^2 - 2ab)(a^2 + b^2 + 2ab) \\ &= (a - b)^2(a + b)^2 \end{aligned}$$

7. $x^4 - 6x^2 + 1$ 을 인수분해 하였더니 $(x^2 + ax + b)(x^2 + cx + d)$ 가 되었다.
이 때, $a + b + c + d$ 의 값을 구하면?

① -2 ② 2 ③ -1 ④ 1 ⑤ 4

해설

$$\begin{aligned}x^4 - 6x^2 + 1 &= (x^4 - 2x^2 + 1) - 4x^2 \\&= (x^2 - 1)^2 - (2x)^2 \\&= (x^2 + 2x - 1)(x^2 - 2x - 1) \\&= (x^2 + ax + b)(x^2 + cx + d) \\ \therefore a + b + c + d &= -2\end{aligned}$$

8. 다항식 $2x^2 + xy + 5x - y^2 + 2y + 3$ 가 $(2x + ay + b)(x + cy + d)$ 로 인수분해 될 때, a, b, c, d 의 값을 차례로 적은 것은?

- ① 1, 3, 1, 1 ② 1, 3, -1, 1 ③ -1, 3, 1, 1
④ -1, 3, -1, 1 ⑤ -1, -3, 1, 1

해설

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= 2x^2 + (y+5)x - (y^2 - 2y - 3) \\ &= (2x - (y-3))(x + (y+1)) \\ &= (2x - y + 3)(x + y + 1) \\ \therefore a &= -1, b = 3, c = 1, d = 1\end{aligned}$$

9. $xy(x-y) + yz(y-z) + zx(z-x)$ 을 인수분해하면?

- ① $-(x-y)(y-z)(z-x)$ ② $-(x+y)(y-z)(z-x)$
③ $-(x-y)(y+z)(z-x)$ ④ $-(x-y)(y-z)(z+x)$
⑤ $-(x-y)(y+z)(z+x)$

해설

$$\begin{aligned}(\text{준 식}) &= xy(x-y) + zx(z-x) + yz(y-z) \\&= yx^2 - y^2x + z^2x - zx^2 + yz(y-z) \\&= (y-z)x^2 - (y^2 - z^2)x + yz(y-z) \\&= (y-z)x^2 - (y+z)(y-z)x + yz(y-z) \\&= (y-z)\{x^2 - (y+z)x + yz\} \\&= (y-z)(x-y)(x-z) \\&= -(x-y)(y-z)(z-x)\end{aligned}$$

10. 다음 중 다항식 $a^3(b-c)+b^3(c-a)+c^3(a-b)$ 의 인수가 아닌 것은?

① $a-b$

② $b-c$

③ $c-a$

④ $a+b+c$

⑤ $a-b+c$

해설

주어진 식을 a 에 관하여 정리하면

$$(\text{준식})=a^3(b-c)-a(b^3-c^3)+bc(b^2-c^2)$$

$$=(b-c)\{a^3-a(b^2+bc+c^2)+bc(b+c)\}$$

$$=(b-c)\{b^2(c-a)+b(c^2-ca)-a(c^2-a^2)\}$$

$$=(b-c)(c-a)(b^2+bc-ac-a^2)$$

$$=(b-c)(c-a)\{c(b-a)+(b^2-a^2)\}$$

$$=(b-c)(c-a)(b-a)(a+b+c)$$

11. 등식 $f(x) = x^3 + 4x^2 + x - 6 = (x + a)(x + b)(x + c)$ 일 때, $a + b + c$ 의 값은?

- ① 2
- ② 3
- ③ 4
- ④ 5
- ⑤ 6

해설

조립제법을 사용한다

1	1	4	1	-6
		1	5	6
-2	1	5	6	0
		-2	-6	
-3	1	3	0	
		-3		
	1	0		

$x^3 + 4x^2 + x - 6 = (x - 1)(x + 2)(x + 3)$
 $\therefore a + b + c = 4$

12. $x^6 + 4x^4 + x^2 - 6$ 이 $(x+a)(x+b)(x^2+c)(x^2+d)$ 로 인수분해 될 때,
 $a+b+c+d$ 의 값은?

① -5 ② -2 ③ 0 ④ 3 ⑤ 5

해설

조립제법을 이용한다.

$$x^6 + 4x^4 + x^2 - 6 = (x+1)(x-1)(x^4 + 5x^2 + 6)$$

$$= (x+1)(x-1)(x^2+2)(x^2+3)$$

$$\therefore a+b+c+d=5$$

13. 서로 다른 세 실수 x, y, z 에 대하여 $x^3 + y^3 + z^3 = 3xyz$ 를 만족할 때, $x + y + z$ 의 값은?

① 0 ② 1 ③ 2 ④ 3 ⑤ 4

해설

$$\begin{aligned} & x^3 + y^3 + z^3 - 3xyz \\ &= (x + y + z)(x^2 + y^2 + z^2 - xy - yz - zx) = 0 \\ & (x + y + z) = 0 \text{ 또는 } x^2 + y^2 + z^2 - xy - yz - zx = 0 \\ & \therefore x + y + z = 0 \text{ 또는 } \frac{1}{2}\{(x - y)^2 + (y - z)^2 + (z - x)^2\} = 0 \\ & \text{그런데 } x, y, z \text{가 서로 다른 세 실수 } (x \neq y \neq z) \text{이므로} \\ & x + y + z = 0 \end{aligned}$$

14. 삼각형 ABC의 세변의 길이 a, b, c 사이에 $a^3 + a^2b - ac^2 + ab^2 + b^3 - bc^2 = 0$ 인 관계가 성립할 때 삼각형 ABC는 어떤 삼각형인가?

- ① $b = c$ 인 이등변 삼각형
- ② $a = c$ 인 이등변삼각형
- ③ b 가 빗변의 길이인 직각삼각형
- ④ 정삼각형
- ⑤ c 가 빗변의 길이인 직각삼각형

해설

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= a^2(a+b) + b^2(a+b) - c^2(a+b) \\ &= (a+b)(a^2 + b^2 - c^2) = 0 \\ a^2 + b^2 &= c^2 \quad (\because a+b \neq 0) \\ \therefore c &\text{가 빗변의 길이인 직각삼각형}\end{aligned}$$

15. $(2^{48} - 1)$ 은 60 과 70 사이의 어떤 두 수로 나누어 떨어진다. 이 두 수는?

① 61, 63

② 61, 65

③ 63, 65

④ 63, 67

⑤ 67, 69

해설

$$\begin{aligned} 2^{48} - 1 &= (2^6 - 1)(2^6 + 1)(2^{12} + 1)(2^{24} + 1) \\ &= 63 \cdot 65 \cdot (2^{12} + 1)(2^{24} + 1) \end{aligned}$$

따라서 $2^{48} - 1$ 은 63과 65로 나누어 떨어진다.

16. $\frac{2006^3 - 1}{2006 \times 2007 + 1}$ 의 값을 구하면?

- ① 2005 ② 2006 ③ 2007 ④ 2008 ⑤ 2009

해설

$a = 2006$ 로 놓으면

$$\begin{aligned} \text{(준식)} &= \frac{a^3 - 1}{a(a+1) + 1} = \frac{(a-1)(a^2 + a + 1)}{a^2 + a + 1} \\ &= a - 1 = 2005 \end{aligned}$$

17. $a+b+c=1$, $a^2+b^2+c^2=5$, $a^3+b^3+c^3=2$ 일 때, abc 의 값은?

- ① $-\frac{5}{3}$ ② 0 ③ $\frac{5}{3}$ ④ $\frac{5}{2}$ ⑤ 1

해설

$$\begin{aligned} & a^2 + b^2 + c^2 \\ &= (a+b+c)^2 - 2(ab+bc+ca) \text{ 이므로} \\ & 5 = 1 - 2(ab+bc+ca) \\ & \therefore ab+bc+ca = -2 \\ & a^3 + b^3 + c^3 - 3abc \\ &= (a+b+c)(a^2+b^2+c^2-ab-bc-ca) \text{ 이므로} \\ & 2 - 3abc = 1 \cdot (5+2) \\ & \therefore abc = -\frac{5}{3} \end{aligned}$$

18. $a-b=3$, $b-c=1$ 일 때, $ab^2-a^2b+bc^2-b^2c+ca^2-c^2a$ 의 값은?

- ① -14 ② -12 ③ -8 ④ -4 ⑤ 0

해설

$$a-b=3 \quad \cdots \textcircled{A}, \quad b-c=1 \quad \cdots \textcircled{B}$$

$$\textcircled{A}+\textcircled{B} \text{에서 } a-c=4$$

$$\therefore ab^2-a^2b+bc^2-b^2c+ca^2-c^2a$$

$$=ab(b-a)+c^2(b-a)-c(b^2-a^2)$$

$$ab(b-a)+(b-a)\{c^2-c(b+a)\}$$

$$=(b-a)(ab+c^2-bc-ca)$$

$$=(b-a)\{a(b-c)+c(c-b)\}$$

$$=(b-a)(b-c)(a-c)$$

$$=(a-b)(b-c)(c-a)$$

$$=3 \times 1 \times (-4) = -12$$

19. 두 다항식 $A = x^2 - x - 2$, $B = x^2 - 5x + 6$ 에 대하여 다음 설명 중 옳은 것은?

- ① 두 다항식의 최대공약수는 $x - 1$ 이다.
- ② 두 다항식의 최소공배수는 $x^3 - 4x^2 - 3x + 6$ 이다.
- ③ 두 다항식의 합은 최대공약수와 같다.
- ④ 두 다항식의 차는 최소공배수와 같다.
- ⑤ 두 다항식의 곱은 최대공약수와 최소공배수의 곱과 같다.

해설

$$A = (x - 2)(x + 1), \quad B = (x - 2)(x - 3)$$

$$\text{최대공약수 : } x - 2$$

$$\text{최소공배수 : } (x - 2)(x + 1)(x - 3)$$

$$\therefore (\text{두 다항식의 곱}) = (\text{최대공약수}) \times (\text{최소공배수}) = (x - 2)^2(x + 1)(x - 3)$$

20. 두 다항식 $x^2 + ax - 2$, $x^2 + 3x + b$ 의 최대공약수가 $x - 1$ 일 때, 두 실수 a, b 의 합 $a + b$ 의 값은?

① -3 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 3

해설

최대공약수가 $x - 1$ 이므로 각각의 식에 $x = 1$ 을 대입하면 0이 된다.

$$\therefore 1 + a - 2 = 0, 1 + 3 + b = 0 \text{에서 } a = 1, b = -4$$

$$\therefore a + b = -3$$