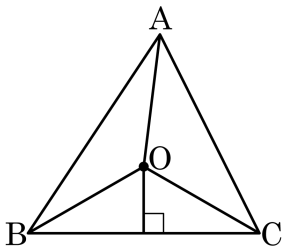


1. 다음 그림에서 점 O 는 삼각형 ABC 의 외심이고, 점 O 에서 $\overline{BC}$ 에 내린 수선의 발을 D 라 할 때, $\overline{OA}$, $\overline{OB}$, $\overline{OC}$ 중 길이가 가장 긴 선분은?



① $\overline{OA}$

② $\overline{OB}$

③ $\overline{OC}$

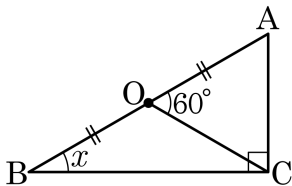
④ 모두 같다.

⑤ 알 수 없다.

해설

점 O 가 삼각형의 외심이므로 각각의 세 꼭짓점 A , B , C 에 이르는 거리는 모두 같다.

2. 다음 그림과 같이 $\angle C = 90^\circ$ 인 직각삼각형 ABC 의 빗변 AB 의 중점을 O 라 하자. $\angle AOC = 60^\circ$ 일 때, $\angle x$ 의 크기는?



① 10°

② 20°

③ 30°

④ 40°

⑤ 50°

해설

직각삼각형의 외심은 빗변의 중점이므로 $\overline{AO} = \overline{CO} = \overline{BO}$
 $\overline{BO} = \overline{CO}$ 이므로 $\triangle BOC$ 는 이등변삼각형이다.

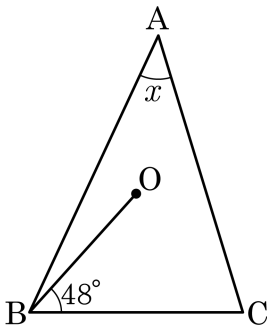
따라서 $\angle OCB = \angle B = x$

삼각형의 한 외각의 크기는 두 내각의 합과 같으므로

$$x + x = 60^\circ$$

$$\therefore x = 30^\circ$$

3. 다음 그림에서 점 O가 $\triangle ABC$ 의 외심이라고 할 때, $\angle OBC = 48^\circ$ 이다. $\angle x$ 의 크기는?



① 40°

② 42°

③ 44°

④ 46°

⑤ 48°

해설

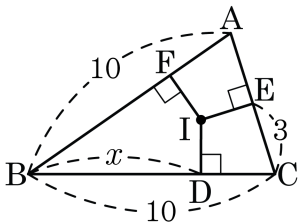
$\triangle OBC$ 는 이등변삼각형이므로

$$\angle OBC = \angle OCB = 48^\circ$$

$$\angle BOC = 84^\circ$$

$$\triangle ABC \text{에서 } \angle BAC = \frac{1}{2} \angle BOC = 42^\circ$$

4. 다음 그림에서 점 I는 $\triangle ABC$ 의 내심이다. x 의 값을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 7

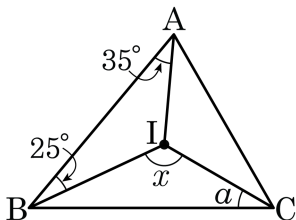
해설

점 I는 $\triangle ABC$ 의 내심이므로, $\overline{CE} = \overline{CD}$ 이다.

$$\overline{BC} = x + \overline{CD}$$

$$\therefore x = 10 - 3 = 7$$

5. 점 I가 내심일 때, $\angle x = (\quad)^\circ$ 이다. $(\quad)$ 안에 알맞은 수를 구하여라.



▶ 답 : $\quad^\circ$

▷ 정답 : 125°

해설

$\angle IAB = \angle IAC$, $\angle IBA = \angle IBC$, $\angle ICB = \angle ICA$ 이다.

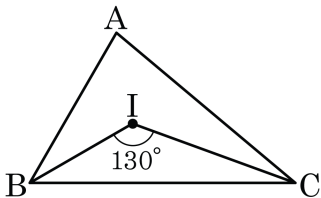
삼각형 내각의 크기의 합은 180° 이므로 $\angle ICB$ 를 $\angle a$ 라 하면,

$35^\circ + 35^\circ + 25^\circ + 25^\circ + \angle a + \angle a = 180^\circ$, $\angle a = 30^\circ$ 이다.

삼각형 IBC의 내각의 크기의 합은 180° 이므로 $\angle x + 25^\circ + 30^\circ = 180^\circ$

$\therefore \angle x = 125^\circ$

6. 다음 그림에서 점 I는 $\triangle ABC$ 의 내심이다. $\angle BIC = 130^\circ$ 일 때, $\angle A$ 의 크기는?



- ① 80° ② 70° ③ 60° ④ 50° ⑤ 75°

해설

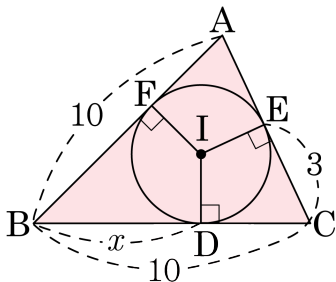
점 I가 $\triangle ABC$ 의 내심일 때, $\angle BIC = 90^\circ + \frac{1}{2}\angle A$ 이다.

점 I가 세 내각의 이등분선의 교점이므로

$$\angle BIC = 130^\circ = 90^\circ + \frac{1}{2}\angle A$$

$$\therefore \angle A = 80^\circ$$

7. 다음 그림에서 점 I는 $\triangle ABC$ 의 내심이다. x 의 값을 구하여라.



▶ 답 :

▶ 정답 : 7

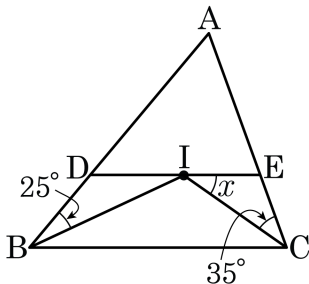
해설

점 I가 $\triangle ABC$ 의 내심이므로 $\overline{CE} = \overline{CD} = 3$ 이다.

$$\overline{BC} = \overline{BD} + \overline{CD} = x + 3 = 10$$

$$\therefore x = \overline{BD} = 7$$

8. 다음 그림에서 점 I 는 $\triangle ABC$ 의 내심이고, $\overline{DE} \parallel \overline{BC}$ 일 때, x 의 값을 구하여라.



▶ 답 : $\quad \quad \quad ^\circ$

▷ 정답 : $35 \quad \quad$

해설

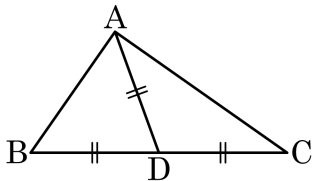
점 I 가 삼각형의 세 내각의 이등분선의 교점이므로

$$\angle IBC = \angle DBI = 25^\circ, \angle ICB = \angle ECI = 35^\circ$$

$\overline{DE} \parallel \overline{BC}$ 이므로 $\angle IBC = \angle DIB = 25^\circ, \angle ICB = \angle EIC = 35^\circ$ 이다.

따라서 $\angle x = \angle EIC = 35^\circ$ 이다.

9. 다음 그림과 같은 $\triangle ABC$ 에서 $\overline{AD} = \overline{BD} = \overline{CD}$ 일 때, $\triangle ABC$ 가 될 수 없는 삼각형의 종류는 무엇인가?



① 이등변삼각형

② 정삼각형

③ 직각삼각형

④ 직각이등변삼각형

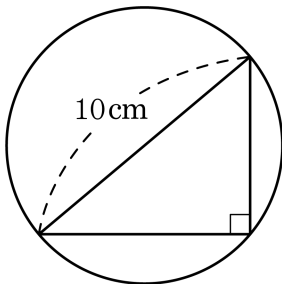
⑤ 정답 없음

해설

$\overline{AD} = \overline{BD} = \overline{CD}$ 이므로 점 D 는 $\triangle ABC$ 의 외심이고 변의 중점에 있으므로 $\overline{BC}$ 가 빗변인 직각삼각형이다.

이때, $\overline{AB} = \overline{AC}$ 인 경우도 가능하므로 직각이등변삼각형이 될 수 있지만, 세 변이 모두 같은 정삼각형은 될 수 없다.

10. 다음 그림과 같이 빗변의 길이가 10cm 인 직각삼각형의 외접원의 반지름의 길이를 구하면?



① 2cm

② 3cm

③ 4cm

④ 5cm

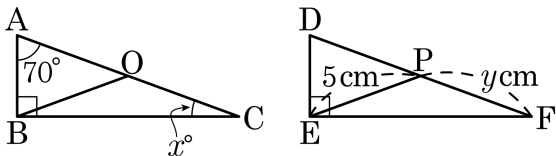
⑤ 6cm

해설

직각삼각형의 외심은 빗변의 중점에 있으므로 빗변의 중점이 외접원의 중심이 된다.

$$(\text{외접원의 반지름의 길이}) = \frac{(\text{빗변의 길이})}{2} = 5(\text{cm})$$

11. 다음은 두 직각삼각형을 나타낸 그림이다. 점 O, P 는 각각 삼각형의 빗변의 중심에 위치한다고 할 때, $x + y$ 의 값을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 25

해설

i) 점 O 가 $\triangle ABC$ 의 빗변의 중심에 있으므로 $\triangle ABC$ 의 외심이다.

따라서 $\overline{OA} = \overline{OB} = \overline{OC}$

$\triangle AOB$ 는 이등변삼각형 ($\because \overline{OA} = \overline{OB}$)

$\therefore \angle OAB = \angle OBA = 70^\circ$

삼각형 내각의 크기의 합은 180° 이므로 $\angle AOB = 40^\circ$ 이다.

$\triangle OBC$ 는 이등변삼각형이므로 ($\because \overline{OB} = \overline{OC}$)

$\angle OBC = \angle OCB$

$\angle BOC = 180^\circ - \angle AOB = 180^\circ - 40^\circ = 140^\circ$

$\therefore \angle OCB = (180^\circ - 140^\circ) \div 2 = 20^\circ$

$x = 20$

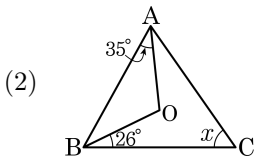
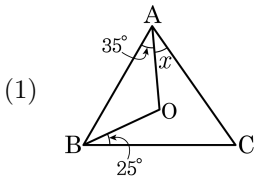
ii) 점 P 가 $\triangle DEF$ 의 빗변의 중심에 있으므로 $\triangle DEF$ 의 외심이다.

따라서 $\overline{PD} = \overline{PE} = \overline{PF} = 5\text{cm}$

$\therefore y = 5$

i), ii) 에서 $x + y = 25$ 이다.

12. 다음 그림에서 점 O는 $\triangle ABC$ 의 외심이다. 이때, (1), (2)의 $\angle x$ 의 크기의 합을 구하시오.



▶ 답 : °

▷ 정답 : 85°

해설

$$(1) \angle x + 25^\circ + 35^\circ = 90^\circ \quad \therefore \angle x = 30^\circ$$

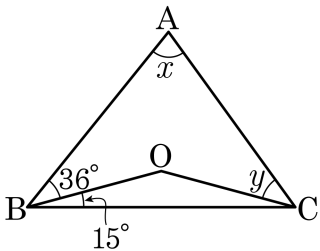
$$(2) \angle x = 26^\circ + \angle OCA,$$

$$\angle OCA + 35^\circ + 26^\circ = 90^\circ, \angle OCA = 29^\circ$$

$$\therefore \angle x = 55^\circ$$

$$\therefore 30^\circ + 55^\circ = 85^\circ$$

13. 다음 그림에서 점 O 는 $\triangle ABC$ 의 외심일 때, $\angle x - \angle y$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답: ○

▶ 정답 : 36°

해설

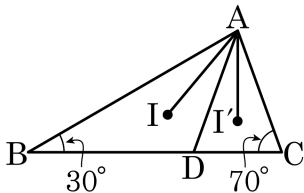
$$2\angle OAC = 180^\circ - (36^\circ \times 2 + 15^\circ \times 2) = 78^\circ$$

$$\therefore \angle OAC = 39^\circ = \angle y$$

$$\angle x = 36^\circ + 39^\circ = 75^\circ$$

$$\angle x - \angle y = 75^\circ - 39^\circ = 36^\circ$$

14. 다음 그림에서 점 I, I' 는 각각 $\triangle ABD$, $\triangle ADC$ 의 내심이다. $\angle B = 30^\circ$, $\angle C = 70^\circ$ 일 때, $\angle IAI'$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답: ○ —

▶ 정답 : 40°

해설

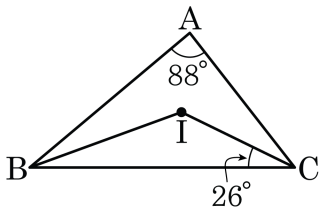
$$\angle BAI = \angle IAD, \angle DAI' = \angle CAI'$$

$$\angle A = 2\angle BAI + 2\angle DAI'$$

$\triangle ABC$ 에서 $\angle A = 80^\circ$ 이므로

$$\angle IAI' = \angle BAI + \angle DAI' = \frac{1}{2}\angle A = 40^\circ$$

15. 다음 그림에서 점 I는 $\triangle ABC$ 의 내심이다. $\angle A = 88^\circ$ 일 때, $\angle BIC$ 의 크기는?



① 44°

② 67°

③ 84°

④ 134°

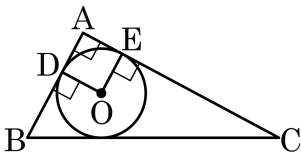
⑤ 176°

해설

점 I가 $\triangle ABC$ 의 내심일 때, $\angle BIC = 90^\circ + \frac{1}{2}\angle A$ 이다.

$$\therefore \angle BIC = 90^\circ + \frac{1}{2}\angle A = 90^\circ + \frac{1}{2} \times 88^\circ = 134^\circ$$

16. $\triangle ABC$ 에서 점 O 는 내심이고 $\overline{AE}$ 의 길이가 3이다. $\triangle ABC = 48$ 일 때, 세 변의 길이의 합은?



① 16

② 24

③ 28

④ 32

⑤ 36

해설

세 변의 길이를 각각 a, b, c 라 하면

$\overline{AE}$ 는 내접원의 반지름의 길이와 같으므로 $\triangle ABC = \frac{1}{2}r(a+b+c)$ 에서

$$a+b+c = 48 \times \frac{2}{3} = 32$$

17. 어떤 직각삼각형 ABC의 외접원의 원의 넓이가 $36\pi \text{ cm}^2$ 이라고 할 때, 이 직각삼각형의 빗변의 길이는?

① 4cm

② 6 cm

③ 9cm

④ 12cm

⑤ 18cm

해설

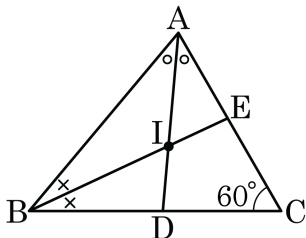
직각삼각형의 외심은 빗변의 중점에 위치하므로

$\triangle ABC$ 의 외접원의 중심은 빗변의 중점이다.

외접원의 넓이가 $36\pi \text{ cm}^2$ 이므로 반지름의 길이는 6cm이다.

따라서 이 삼각형의 빗변의 길이는 외접원의 지름의 길이와 같으므로 12cm이다.

18. 다음 그림에서 점 I는 $\triangle ABC$ 의 내심이다. $\angle C = 60^\circ$ 일 때, $\angle ADB$ 와 $\angle AEB$ 의 크기의 합은? (단, $\overline{AD}$ 와 $\overline{BE}$ 는 각각 $\angle A$ 와 $\angle B$ 의 내각의 이등분선이다.)



- ① 200° ② 180° ③ 160° ④ 140° ⑤ 120°

해설

$\triangle ABC$ 에서 세 내각의 합이 180° 이므로

$$2\circ + 2\times + 60^\circ = 180^\circ$$

$$\circ + \times = 60^\circ$$

삼각형의 세 내각의 합은 180° 이므로

$\angle ADB = \angle x$, $\angle AEB = \angle y$ 라 하면

$$\triangle ABE \text{에서 } 2\circ + \times + \angle x = 180^\circ \dots \textcircled{1}$$

$$\triangle ABD \text{에서 } \circ + 2\times + \angle y = 180^\circ \dots \textcircled{2}$$

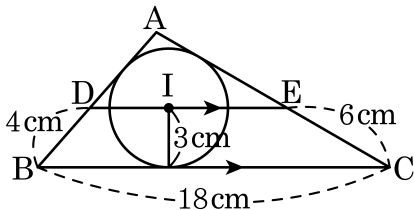
①+②를 하면

$$3(\circ + \times) + (\angle x + \angle y) = 360^\circ$$

$$\therefore 3 \times 60^\circ + (\angle x + \angle y) = 360^\circ$$

$$\therefore \angle x + \angle y = 180^\circ$$

19. 내접원의 반지름이 3cm 인 $\triangle ABC$ 의 내심 I 를 지나고 변 BC 에 평행한 직선이 변 AB, AC 와 만나는 점을 각각 D, E 라 할 때, $\square DBCE$ 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 : cm²

▷ 정답 : 42cm²

해설

$\overline{BI}$ 를 그으면 점 I 는 내심이므로 $\angle DBI = \angle IBC$

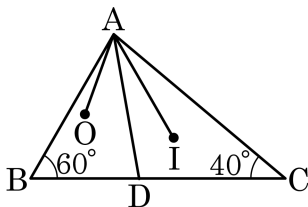
또한, $\overline{DI} \parallel \overline{BC}$ 이므로 $\angle IBC = \angle DIB$ (엇각) $\therefore \angle DBI = \angle DIB$

같은 방법으로 $\overline{CI}$ 를 그으면 $\angle ECI = \angle EIC$

따라서 $\overline{DB} = \overline{DI} = 4\text{cm}$, $\overline{EI} = \overline{EC} = 6\text{cm}$ 이므로 $\overline{DE} = 10\text{cm}$ 가 된다.

사각형 DBCE 에서 넓이는 $\frac{1}{2} \times (10 + 18) \times 3 = 42(\text{cm}^2)$ 이다.

20. 다음 그림과 같이 ABC 에서 $\overline{AD} = \overline{DC}$ 가 되도록 점 D 를 잡았을 때, 점 O 는 $\triangle ABD$ 의 외심이고 점 I 는 $\triangle ADC$ 의 내심이다. 이때, $\angle OAI$ 의 크기는?



① 18°

② 46°

③ 50°

④ 52°

⑤ 108°

해설

$\angle DOA = 2 \times 60^\circ = 120^\circ$ 이므로 $\angle OAD = (180^\circ - 120^\circ) \div 2 = 30^\circ$ 이고,

$\angle DAC = 44^\circ$ 이므로 $\angle DAI = 40^\circ \div 2 = 20^\circ$

따라서 $\angle OAI = \angle OAD + \angle DAI = 50^\circ$