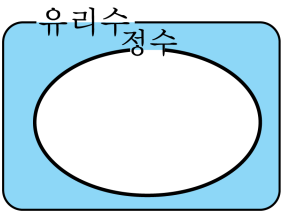
1. 다음 중 아래 그림에서 색칠한 부분에 속하는 수를 모두 고른 것은?



㉠ $\frac{1}{2}$	㉡ 0	㉢ -4.5
㉣ 2.73	㉤ -6	

① ㉠
② ㉠, ㉢
③ ㉠, ㉡, ㉢
④ ㉠, ㉢, ㉣
⑤ ㉠,㉡, ㉢, ㉣, ㉤

해설

색칠한 부분 : 정수가 아닌 유리수
㉡ 0 : 정수
㉤ -6 : 음의 정수
즉, ㉠, ㉢, ㉣은 정수가 아닌 유리수이다.

2. $\frac{a}{24}$ 를 소수로 나타내면 유한소수이고, 기약분수로 고치면 $\frac{1}{b}$ 이다. a 가 가장 작은 한 자리의 자연수일 때, $a+b$ 의 값은?

① 9 ② 10 ③ 11 ④ 12 ⑤ 13

해설

$\frac{a}{24} = \frac{a}{2^3 \times 3}$ 가 유한소수이려면 a 는 3 의 배수이어야 하고, 가장 작은 한 자리의 자연수이므로 3 이다. $\frac{3}{24} = \frac{3}{2^3 \times 3} = \frac{1}{2^3} = \frac{1}{8}$ 이므로 $b = 8$ 이다.

따라서 $a + b = 3 + 8 = 11$ 이다.

3. 다음 분수 $\frac{2}{11}$ 를 소수로 표현할 때, 순환마디는?

① 2 ② 11 ③ 15 ④ 18 ⑤ 151

해설

$2 \div 11 = 0.181818\cdots$, 순환마디 18

4. 다음 중 순환소수의 표현이 바른 것은?

① $0.122222\cdots = 0.\dot{1}\dot{2}$

② $0.377377377\cdots = 0.\dot{3}\dot{7}\dot{7}$

③ $0.181818\cdots = 0.1\dot{8}$

④ $7.7777\cdots = \dot{7}.\dot{7}$

⑤ $0.333\cdots = 0.\dot{3}$

해설

① $0.1\dot{2}$
② $0.\dot{3}7\dot{7}$
③ $0.\dot{1}\dot{8}$
④ $7.\dot{7}$
⑤ $0.\dot{3}$

5. 다음 순환소수를 분수로 나타낸 것 중 옳은 것을 모두 고르면?

① $0.\dot{3} = \dfrac{3}{10}$ ② $0.3\dot{5} = \dfrac{35}{99}$ ③ $0.\dot{3}\dot{1} = \dfrac{31}{99}$

④ $0.\dot{1}\dot{2}\dot{7} = \dfrac{127}{1000}$ ⑤ $0.2\dot{5}\dot{6} = \dfrac{254}{990}$

해설

① $0.\dot{3} = \dfrac{3}{9}$

② $0.3\dot{5} = \dfrac{32}{90} = \dfrac{16}{45}$

④ $0.\dot{1}\dot{2}\dot{7} = \dfrac{127}{999}$

6. 순환소수 $0.4\dot{6}$ 에 a 를 곱하면 그 결과는 자연수가 된다고 한다. 이때, a 의 값이 될 수 있는 것은?

① 3 ② 5 ③ 15 ④ 40 ⑤ 99

해설

$$0.4\dot{6} = \frac{46-4}{90} = \frac{42}{90} = \frac{7}{15}$$

따라서 A 는 15 의 배수이어야 하므로 A 의 값이 될 수 있는 것은 15 이다.

7. 다음은 기약분수 $\frac{3}{2^3 \times 5}$ 을 유한소수로 나타내는 과정이다. 이때, $bc - a$ 의 값은?

$$\frac{3}{2^3 \times 5} = \frac{3 \times a}{2^3 \times 5 \times a} = \frac{75}{b} = c$$

① 45 ② 50 ③ 60 ④ 75 ⑤ 100

해설

$a = 5^2$, $b = 10^3$, $c = \frac{3}{2^3 \times 5}$, $bc - a = 75 - 25 = 50$

8. 분수 $\frac{13}{250}$ 를 소수로 나타내는 과정이다. $\frac{bc}{a}$ 의 값을 구하여라.

$$\frac{13}{250} = \frac{13 \times a}{250 \times a} = \frac{52}{b} = c$$

▶ 답 :

▷ 정답 : 13

해설

$$\frac{13 \times 4}{250 \times 4} = \frac{52}{1000} = \frac{52}{10^3} = 0.052$$

$a = 4$, $b = 1000$, $c = 0.052$

$\therefore \frac{52}{4} = 13$

9. $\frac{3 \times a}{720}$ 가 유한소수일 때, a 의 값으로 옳은 것을 모두 고르면?

① 2 ② 3 ③ 6 ④ 8 ⑤ 15

해설

$\frac{3 \times a}{720} = \frac{3 \times a}{2^4 \times 3^2 \times 5} = \frac{a}{2^4 \times 3 \times 5}$ 이므로 이것이 유한소수가 되기 위해서는 a 는 3 의 배수이어야 한다.

따라서 보기 중 3 의 배수인 것은 3, 6, 15

10. 1보다 큰 자연수 a 에 대하여 $b = (999.\dot{9} - 99.\dot{9}) \times \dfrac{13}{100 \times a}$ 의 값이 1보다 큰 자연수일 때, a 의 최댓값을 x 라 하고 최솟값을 y 라 할 때, $x - y$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 36

해설

$(999.\dot{9} - 99.\dot{9}) = 1000 - 100 = 900$

$b = 900 \times \dfrac{13}{100 \times a} = \dfrac{9 \times 13}{a}$

$b = \dfrac{9 \times 13}{a}$ 은 1 보다 큰 자연수이므로

a 의 최댓값은 $13 \times 3 = 39$ 이고 최솟값은 3 이다.

$\therefore\ x - y = 36$

11. 다음 중 순환소수를 x로 놓고 분수로 고칠 때, 식 $1000x - 10x$가 가장 편리하게 사용되는 것은?

① $0.3\dot{1}$ ② $0.\dot{8}$ ③ $0.2\dot{5}\dot{8}$ ④ $2.5\dot{7}$ ⑤ $0.\dot{7}5\dot{6}$

해설

③ $1000x$와 $10x$의 소수점 아래 부분이 일치하는 $0.2\dot{5}\dot{8}$을 분수로 고칠 때 가장 편리한 식이 된다.

12. 다음 수를 크기가 작은 것부터 차례대로 나열할 때 네 번째에 해당하는 것은?

① 0.453 ② $0.4\dot{5}\dot{3}$ ③ $0.45\dot{3}$

④ $0.\dot{4}5\dot{3}$ ⑤ $0.4\dot{5}3\dot{0}$

해설

① 0.453

② $0.45353\cdots$

③ $0.4533\cdots$

④ $0.453453\cdots$

⑤ $0.4530530\cdots$

이므로 ② > ④ > ③ > ⑤ > ① 이다.

13. 순환소수 $0.7\dot{5}$에 어떤 자연수를 곱하면 그 결과가 유한소수가 된다. 다음 중 자연수의 값이 될 수 없는 것을 모두 고르면?

① 3 ② 9 ③ 15 ④ 18 ⑤ 27

해설

$0.7\dot{5} = \frac{75-7}{90} = \frac{34}{45} = \frac{34}{5 \times 9}$ 이므로 어떤 자연수는 9의 배수이어야 한다.

14. 다음 설명 중 옳은 것을 모두 고르면?

① 모든 순환소수는 유리수이다.

② 정수가 아닌 유리수는 모두 유한소수로 나타낼 수 있다.

③ 모든 무한소수는 순환소수이다.

④ 모든 유한소수는 순환소수로 나타낼 수 있다.

⑤ 모든 무한소수는 분수로 나타낼 수 있다.

해설

② 정수가 아닌 유리수는 모두 무한소수로 나타낼 수 있다.
③ 무한소수 중에는 순환하지 않는 소수도 있다.
⑤ 순환하지 않는 무한소수는 분수로 나타낼 수 없다.

15. 분수 $1, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \cdots, \frac{1}{100}$ 중에서 무한소수의 개수를 구하여라.

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 85 개

해설

분모가 $2^x \times 5^y$ 의 꼴로 소인수분해되면 유한소수이므로
① 2^x 꼴인 경우 : 6 가지
② 5^y 꼴인 경우 : 2 가지
③ $2^x \times 5^y$ 에서
㉠ $y = 1$ 일 때 $x = 1, 2, 3, 4$ 의 4 가지
㉡ $y = 2$ 일 때 $x = 1, 2$ 의 2 가지
따라서 무한소수가 아닌 수는 1 을 포함하여 15 개
$\therefore$ 85 개

16. $\frac{20}{7}$ 를 소수로 나타낼 때, 소수 20 번째 자리의 숫자와 소수 30 번째 자리의 숫자의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 7

해설

$\frac{20}{7} = 2.857142857142\cdots$ 이므로 6 개의 숫자가 반복된다. $20 = 6 \times 3 + 2$ 이므로 20 번째 자리의 숫자는 5 이고 $30 = 6 \times 5 + 0$ 이므로 30 번째 자리의 숫자는 2 이다. 따라서 합은 7 이다.

17. $x = 0.\dot{1}$ 일 때, $1 + \dfrac{1}{1 + \dfrac{1}{x}}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\dfrac{11}{10}$

해설

$x = \dfrac{1}{9}$, $\dfrac{1}{x} = 9$

(준식) $= 1 + \dfrac{1}{1+9} = \dfrac{11}{10}$

18. $\frac{1}{5} < 0.\dot{a} \leq \frac{2}{3}$ 를 만족하는 자연수 a 의 값의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 20

해설

$\frac{1}{5} < 0.\dot{a} \leq \frac{2}{3}$ 에서 $\frac{1}{5} < \frac{a}{9} \leq \frac{2}{3}$, $\frac{9}{45} < \frac{5a}{45} \leq \frac{30}{45}$ 이므로

$9 < 5a \leq 30$, $\frac{9}{5} < a \leq 6$

$\therefore\ a = 2,\ 3,\ 4,\ 5,\ 6$

19. 세 자리 자연수 x 에 대하여 $\frac{x}{315}$ 는 유한소수이고, $\frac{4x}{63}$ 는 어떤 자연수의 제곱이다. 이것을 만족하는 x 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 252

▷ 정답 : 567

해설

$\frac{x}{315} = \frac{x}{3^2 \times 5 \times 7}$ 가 유한소수가 되려면 x 는 63 의 배수이어야 한다.

즉, $x = 63k$ 의 꼴로 나타낼 수 있다.

$\frac{4x}{63} = \frac{4 \times 63k}{63} = 2^2 \times k$ 가 어떤 자연수의 제곱이므로

$\therefore\ k = 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81, \cdots$

이때, x 가 세 자리 자연수이므로

$k = 4$ 일 때, $x = 63 \times 4 = 252$

$k = 9$ 일 때, $x = 63 \times 9 = 567$

$\therefore\ x = 252, 567$

20. 11 의 배수가 아닌 자연수 n 에 대하여 $f(n)$ 을 $\frac{n}{11}$ 을 소수로 나타낼 때, 순환마디에 있는 각 자리의 숫자를 더한 값으로 정의하자.

이때 $\frac{f(1)}{f(2)}+\frac{f(2)}{f(3)}+\frac{f(3)}{f(4)}+\cdots+\frac{f(9)}{f(10)}+\frac{f(12)}{f(13)}+\cdots+\frac{f(97)}{f(98)}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 81

해설

$\frac{1}{11}=0.090909\cdots=0.\dot{0}\dot{9},\ f(1)=9$

$\frac{2}{11}=0.181818\cdots=0.\dot{1}\dot{8},\ f(2)=9$

$\frac{3}{11}=0.272727\cdots=0.\dot{2}\dot{7},\ f(3)=9$ 이므로

n 의 값에 관계없이 $f(n)=9$

$\frac{f(1)}{f(2)}+\frac{f(2)}{f(3)}+\frac{f(3)}{f(4)}+\cdots+\frac{f(9)}{f(10)}+\frac{f(12)}{f(13)}+\cdots+\frac{f(97)}{f(98)}$ 은

분모가 $f(2)$ 부터 $f(98)$ 중에서

$f(11), f(12), f(22), f(23), f(33), f(34), \cdots,\ f(88), f(89)$ 의 총 $2\times8=16$ (개)가 빠졌으므로

$1\times(97-16)=81$