

1. $x^2 + y^2 + 2xy - x - y$ 을 인수분해 하면?

① $(x - y)(x + y + 1)$

② $(x + y)(x - y - 1)$

③ $(x - y)(x - y - 1)$

④ $(x + y)(x + y - 1)$

⑤ $(x + y)(x + y + 1)$

해설

$$\begin{aligned} & x^2 + y^2 + 2xy - x - y \\ &= (x + y)^2 - (x + y) = (x + y)(x + y - 1) \end{aligned}$$

2. 다음 중 다항식 $a^3 - a^2b + ab^2 + ac^2 - b^3 - bc^2$ 의 인수인 것은?

① $a + c$

② $a - b^2$

③ $a^2 - b^2 + c^2$

④ $a^2 + b^2 + c^2$

⑤ $a^2 + b^2 - c^2$

해설

$$\begin{aligned} & a^3 - a^2b + ab^2 + ac^2 - b^3 - bc^2 \\ &= a^3 - b^3 + (a - b)c^2 - ab(a - b) \\ &= (a - b)(a^2 + ab + b^2) + (a - b)c^2 - ab(a - b) \\ &= (a - b)(a^2 + ab + b^2 + c^2 - ab) \\ &= (a - b)(a^2 + b^2 + c^2) \end{aligned}$$

3. 자연수 $N = p^n q^m r^l$ 로 소인수분해될 때, 양의 약수의 개수는 $(n+1)(m+1)(l+1)$ 이다. 이 때, $38^3 + 3 \cdot 38^2 + 3 \cdot 38 + 1$ 의 양의 약수의 개수는?

① 9개 ② 12개 ③ 16개 ④ 24개 ⑤ 32개

해설

$$\begin{aligned} 38 = x \text{ 라 하면,} \\ 38^3 + 3 \cdot 38^2 + 3 \cdot 38 + 1 &= x^3 + 3x^2 + 3x + 1 \\ &= (x+1)^3 \\ &= 39^3 \\ &= 13^3 \cdot 3^3 \\ \therefore (3+1)(3+1) &= 16 \end{aligned}$$

4. 두 다항식 $3x^4 - 2x^3 - 9x^2 + 4$, $3x^3 - 3x^2 - 6x$ 의 최대공약수를 구하면?

- ① $(x-1)(x-2)$ ② $(x+1)(x+2)$ ③ $(x+1)(x-2)$
④ $(x-1)(x-2)$ ⑤ $(x+1)(x-1)$

해설

$$\begin{aligned} & 3x^4 - 2x^3 - 9x^2 + 4 \\ &= (x+1)(x-2)(x+1)(3x-2) \\ & 3x^3 - 3x^2 - 6x = 3x(x-2)(x+1) \\ & \therefore \text{최대공약수} : (x-2)(x+1) \end{aligned}$$

5. 다음 중 $(x+y)^3 - 8y^3$ 의 인수인 것은?

- ① $x^2 - 2xy - 4y^2$ ② $x^2 - 2xy + 4y^2$ ③ $x^2 + 2xy + 4y^2$
④ $x^2 - 4xy - 7y^2$ ⑤ $x^2 + 4xy + 7y^2$

해설

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= (x+y)^3 - (2y)^3 \\&= \{(x+y) - 2y\} \{(x+y)^2 + (x+y)2y + (2y)^2\} \\&= (x-y)(x^2 + 2xy + y^2 + 2xy + 2y^2 + 4y^2) \\&= (x-y)(x^2 + 4xy + 7y^2)\end{aligned}$$

6. $x^4 - 3x^2 + 1$ 을 인수분해 하면?

- ① $(x^2 + x - 1)(x^2 - x - 1)$ ② $(x^2 + x + 1)(x^2 - x + 1)$
③ $(x^2 + 2x - 1)(x^2 - x - 1)$ ④ $(x^2 + x - 1)(x^2 - 2x - 1)$
⑤ $(x^2 + x + 1)(x^2 - 2x + 1)$

해설

$$\begin{aligned}x^4 - 3x^2 + 1 &= x^4 - 2x^2 + 1 - x^2 \\&= (x^2 - 1)^2 - x^2 \\&= (x^2 + x - 1)(x^2 - x - 1)\end{aligned}$$

7. 다음 중 다항식 $x^2 + 3xy + 2y^2 - x - 3y - 2$ 의 인수인 것은?

① $x + y + 2$

② $x - y + 2$

③ $x + 2y + 1$

④ $x - 2y + 1$

⑤ $x + y + 1$

해설

$$\begin{aligned} & x^2 + 3xy + 2y^2 - x - 3y - 2 \\ &= x^2 + (3y - 1)x + 2y^2 - 3y - 2 \\ &= x^2 + (3y - 1)x + (2y + 1)(y - 2) \\ &= (x + 2y + 1)(x + y - 2) \end{aligned}$$

8. 다음 식을 간단히 하면?

$$\frac{a^2}{(a-b)(a-c)} + \frac{b^2}{(b-c)(b-a)} + \frac{c^2}{(c-a)(c-b)} \quad (\text{단, } a \neq b \neq c)$$

- ① -1 ② 1 ③ $-\frac{1}{2}$ ④ $\frac{1}{2}$ ⑤ 5

해설

$$\begin{aligned} (\text{준 식}) &= \frac{a^2(c-b) + b^2(a-c) + c^2(b-a)}{(a-b)(b-c)(c-a)} \\ &= \frac{(c-b)a^2 - (c^2 - b^2)a + bc(c-b)}{(a-b)(b-c)(c-a)} \\ &= \frac{(c-b)(a-b)(a-c)}{(a-b)(b-c)(c-a)} = 1 \end{aligned}$$

9. 서로 다른 세 실수 x, y, z 에 대하여 $x^3 + y^3 + z^3 = 3xyz$ 를 만족할 때, $x + y + z$ 의 값은?

① 0 ② 1 ③ 2 ④ 3 ⑤ 4

해설

$$\begin{aligned} & x^3 + y^3 + z^3 - 3xyz \\ &= (x + y + z)(x^2 + y^2 + z^2 - xy - yz - zx) = 0 \\ & (x + y + z) = 0 \text{ 또는 } x^2 + y^2 + z^2 - xy - yz - zx = 0 \\ & \therefore x + y + z = 0 \text{ 또는 } \frac{1}{2} \{ (x - y)^2 + (y - z)^2 + (z - x)^2 \} = 0 \\ & \text{그런데 } x, y, z \text{가 서로 다른 세 실수 } (x \neq y \neq z) \text{이므로} \\ & x + y + z = 0 \end{aligned}$$

10. $\frac{1999^3 - 1}{1999 \times 2000 + 1}$ 을 계산하면?

- ① 1920 ② 1909 ③ 1998 ④ 1892 ⑤ 2000

해설

$x = 1999$ 라 하면,

$$\begin{aligned}\frac{1999^3 - 1}{1999 \times 2000 + 1} &= \frac{x^3 - 1}{x(x+1) + 1} \\ &= \frac{(x-1)(x^2 + x + 1)}{x^2 + x + 1} \\ &= x - 1 \\ &= 1998\end{aligned}$$

11. $a+b+c=1$, $a^2+b^2+c^2=5$, $a^3+b^3+c^3=2$ 일 때, abc 의 값은?

- ① $-\frac{5}{3}$ ② 0 ③ $\frac{5}{3}$ ④ $\frac{5}{2}$ ⑤ 1

해설

$$\begin{aligned} & a^2 + b^2 + c^2 \\ &= (a+b+c)^2 - 2(ab+bc+ca) \text{ 이므로} \\ & 5 = 1 - 2(ab+bc+ca) \\ & \therefore ab+bc+ca = -2 \\ & a^3 + b^3 + c^3 - 3abc \\ &= (a+b+c)(a^2+b^2+c^2-ab-bc-ca) \text{ 이므로} \\ & 2 - 3abc = 1 \cdot (5+2) \\ & \therefore abc = -\frac{5}{3} \end{aligned}$$

12. 다음 두 다항식 A, B 의 최대공약수를 G , 최소공배수를 L 이라 하자.

$\frac{L}{G} = a_0 + a_1x + a_2x^2 + a_3x^3$ 일 때, $a_0 + a_1 + a_2 + a_3$ 를 구하면?

$$A = (2x - 1)(x + 1)^2$$
$$B = (2x - 1)^2(x + 1)(x - 2)$$

- ① -2
- ② -1
- ③ 0
- ④ 1
- ⑤ 2

해설

$A = (2x - 1)(x + 1)^2$
 $B = (2x - 1)^2(x + 1)(x - 2)$ 이므로
 $G = (2x - 1)(x + 1)$
 $L = (2x - 1)^2(x + 1)^2(x - 2)$
 $\frac{L}{G} = (2x - 1)(x + 1)(x - 2)$
또 각 계수들의 합은 $x = 1$ 일 때이므로
 $a_0 + a_1 + a_2 + a_3 = 1 \times 2 \times (-1) = -2$

13. $a^2 - b^2 = 1$ 일 때, $\{(a+b)^n + (a-b)^n\}^2 - \{(a+b)^n - (a-b)^n\}^2$ 의 값은? (단, n 은 자연수)

① 2

② $2(a+b)^n$

③ 4

④ $4(a+b)^n$

⑤ $4(a-b)^n$

해설

$(A)^2 - (B)^2$ 형태이므로

합차공식을 사용하여 정리하면

(준식) $= 4(a+b)^n(a-b)^n = 4(a^2 - b^2)^n = 4$

14. $(a+b)(b+c)(c+a) + abc$ 를 인수분해 하면?

① $(a+b)(ab+bc+ca)$

② $(b+c)(ab+bc+ca)$

③ $(a+b)(a+b+c)$

④ $(a+b+c)(ab+bc+ca)$

⑤ $(b+c)(a+b+c)$

해설

$a+b+c=k$ 라 하면

$$(\text{준식}) = (k-a)(k-b)(k-c) + abc$$

$$= k^3 - (a+b+c)k^2 + (ab+bc+ca)k - abc + abc$$

$$= k \{ k^2 - (a+b+c)k + (ab+bc+ca) \}$$

$$= (a+b+c)(ab+bc+ca) \quad (\because a+b+c=k)$$

15. 세 변의 길이가 x, y, z 인 삼각형 ABC 에서 등식 $(x^4 - y^4)(x + y) - 2(x^3 - y^3)z^2 + (x - y)z^4 = 0$ 이 성립할 때, $\triangle ABC$ 는 어떤 삼각형인가?
- ① $z = x$ 인 이등변삼각형, 또는 y 가 빗변인 직각삼각형
 - ② $y = z$ 인 이등변삼각형, 또는 x 가 빗변인 직각삼각형
 - ③ x 가 빗변인 직각삼각형
 - ④ y 가 빗변인 직각삼각형
 - ⑤ $x = y$ 인 이등변 삼각형, 또는 z 가 빗변인 직각삼각형

해설

$$\begin{aligned} & (x^4 - y^4)(x + y) - 2(x^3 - y^3)z^2 + (x - y)z^4 \\ &= (x - y)(x + y)^2(x^2 + y^2) - 2(x - y)(x^2 + xy + y^2)z^2 + (x - y)z^4 \\ &= (x - y)\{(x^2 + 2xy + y^2)(x^2 + y^2) - 2(x^2 + xy + y^2)z^2 + z^4\} \\ &= (x - y)\{x^4 + x^2y^2 + 2x^3y + 2xy^3 + x^2y^2 + y^4 - 2x^2z^2 - 2xyz^2 - 2y^2z^2 + z^4\} \\ &= (x - y)\{x^4 + y^4 + z^4 + 2x^2y^2 - 2x^2z^2 - 2y^2z^2 + 2xy(x^2 + y^2 - z^2)\} \\ &= (x - y)\{(x^2 + y^2 - z^2)^2 + 2xy(x^2 + y^2 - z^2)\} \\ &= (x - y)(x^2 + y^2 - z^2)(x^2 + y^2 - z^2 + 2xy) = 0 \\ \therefore & x = y \text{ 인 이등변 삼각형 또는 } z \text{ 가 빗변인 직각 삼각형} \\ (\because & x^2 + y^2 - z^2 + 2xy = (x + y)^2 - z^2 \text{ 에서 삼각형의 변인 } x, y, z \text{ 는 } x + y \neq z) \end{aligned}$$

16. $(x^2 - x)(x^2 - x + 1) - 6$ 을 인수분해 하면?

① $(x^2 - x + 2)(x - 3)(x + 1)$

② $(x^2 - x + 3)(x - 2)(x + 1)$

③ $(x^2 + x + 1)(x - 2)(x + 3)$

④ $(x^2 - x + 2)(x + 3)(x - 1)$

⑤ $(x^2 - x + 1)(x + 2)(x - 3)$

해설

$A = x^2 - x$ 로 치환하면

$$(\text{준식}) = A(A + 1) - 6$$

$$= A^2 + A - 6$$

$$= (A + 3)(A - 2)$$

$$\therefore, (x^2 - x + 3)(x^2 - x - 2)$$

$$= (x^2 - x + 3)(x - 2)(x + 1)$$

17. $(a^2 - 1)(b^2 - 1) - 4ab$ 를 인수분해하면?

① $(ab - a + b - 1)(ab - a - b - 1)$

② $(ab - a + b + 1)(ab - a - b + 1)$

③ $(ab + a - b + 1)(ab - a + b - 1)$

④ $(ab + a + b - 1)(ab - a - b - 1)$

⑤ $(ab + a + b + 1)(ab + a - b - 1)$

해설

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= a^2b^2 - a^2 - b^2 + 1 - 4ab \\&= (a^2b^2 - 2ab + 1) - (a^2 + 2ab + b^2) \\&= (ab - 1)^2 - (a + b)^2 \\&= (ab + a + b - 1)(ab - a - b - 1)\end{aligned}$$

18. x 에 대한 다항식 $(x+1)(x+2)(x+3)(x+4)+a$ 가 x 에 대한 완전제곱식으로 인수분해 될 때, 정수 a 의 값은?

① -5 ② -3 ③ -1 ④ 1 ⑤ 3

해설

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= (x+1)(x+2)(x+3)(x+4)+a \\ &= (x^2+5x+4)(x^2+5x+6)+a \\ x^2+5x+4 &= Y \text{로 치환하면} \\ (\text{준식}) &= Y(Y+2)+a \\ &= Y^2+2Y+a \\ \therefore \text{완전제곱식이 되려면 } a &= 1\end{aligned}$$

19. $x^4 + 2x^2y^2 + 9y^4$ 을 인수분해하면?

- ① $(x^2 + 3y^2)^2$
- ② $(x^2 - 3y^2)^2$
- ③ $(x^2 + xy + 3y^2)(x^2 - xy + 3y^2)$
- ④ $(x^2 + 2xy + 3y^2)(x^2 - 2xy + 3y^2)$
- ⑤ $(x^2 + 2xy + 2y^2)(x^2 - 2xy + 2y^2)$

해설

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= x^4 + 6x^2y^2 + 9y^4 - 4x^2y^2 \\ &= (x^2 + 3y^2)^2 - (2xy)^2 \\ &= (x^2 + 2xy + 3y^2)(x^2 - 2xy + 3y^2)\end{aligned}$$

20. $3x^2 + 2xy - y^2 - x + 3y - 2$ 의 인수인 것은?

① $2x + y + 1$

② $x + y + 1$

③ $2x - y + 1$

④ $3x - y + 2$

⑤ $3x + y + 2$

해설

준 식을 내림차순으로 정리하면

$$3x^2 + 2xy - x - y^2 + 3y - 2$$

$$= 3x^2 + (2y - 1)x - (y - 1)(y - 2)$$

$$\text{인수분해하면 } (x + y - 1)(3x - y + 2)$$