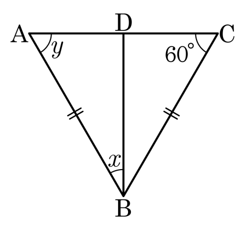
1. 다음 그림의 $\triangle ABC$ 에서 $\overline{AB} = \overline{BC}$, $\overline{BD} \perp \overline{AC}$ 일 때, $\angle y - \angle x$ 의 크기는?

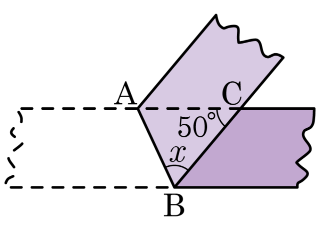


① $20°$ ② $30°$ ③ $35°$ ④ $40°$ ⑤ $45°$

해설

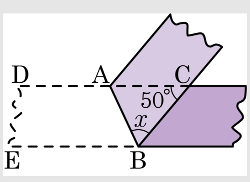
$\triangle ABC$ 는 이등변삼각형이므로
$\angle y = 60°$
또 $\overline{BD} \perp \overline{AC}$ 이므로 $\angle ADB = 90°$
따라서 $\angle x = 180° - (90° + 60°) = 30°$
$\therefore \angle y - \angle x = 60° - 30° = 30°$

2. 다음 그림과 같이 폭이 일정한 종이 테이프를 접었다. $\angle ACB = 50^\circ$ 일 때, $\angle x$의 크기는?



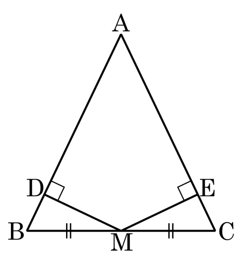
① 45° ② 50° ③ 55° ④ 60° ⑤ 65°

해설



종이 테이프를 접으면 $\angle ABE = \angle ABC = \angle x$이고
$\angle ABE = \angle BAC = \angle x$(엇각)
$\triangle ABC$의 내각의 합은 180°이므로
$\therefore\ 2\angle x + 50^\circ = 180^\circ$
$\angle x = 65^\circ$

3. 다음 그림과 같이 $\overline{AB}=\overline{AC}$ 인 이등변삼각형 ABC 에서 $\overline{BC}$ 의 중점을 M 이라 하자. 점 M 에서 $\overline{AB}, \overline{AC}$ 에 내린 수선의 발을 각각 D, E 라 할 때, $\overline{MD}=\overline{ME}$ 임을 나타내는 과정에서 필요한 조건이 아닌 것은?



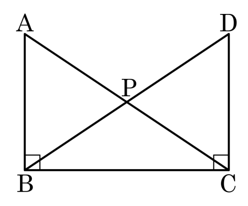
① $\overline{BM}=\overline{CM}$
② $\angle B=\angle C$
③ $\overline{BD}=\overline{CE}$
④ $\angle BDM=\angle CEM$
⑤ RHA 합동

해설

$\triangle BMD$ 와 $\triangle CME$ 에서 $\angle B=\angle C$, $\angle BDM=\angle CEM=90°$, $\overline{BM}=\overline{MC}$

$\therefore \triangle BMD \equiv \triangle CME$ (RHA 합동)

4. 다음 그림과 같은 두 직각삼각형에서 $\overline{AC}$ 와 $\overline{BD}$ 의 교점을 P 라 할 때, $\overline{AB} = \overline{DC}$, $\overline{AC} = \overline{DB}$ 이면 $\triangle PBC$ 는 어떤 삼각형인가?

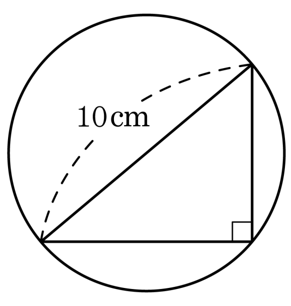


① 정삼각형
② 직각이등변삼각형
③ 이등변삼각형
④ 직각삼각형
⑤ 예각삼각형

해설

$\triangle ABC$ 와 $\triangle DCB$ 에서
ⅰ) $\overline{AC} = \overline{DB}$
ⅱ) $\angle ABC = \angle DCB = 90°$
ⅲ) $\overline{AB} = \overline{DC}$
ⅰ), ⅱ), ⅲ) 에 의해 $\triangle ABC \equiv \triangle DCB$
따라서 $\angle DBC = \angle ACB$ 이므로
$\triangle PBC$ 는 이등변삼각형

5. 다음 그림과 같이 빗변의 길이가 10cm 인 직각삼각형의 외접원의 반지름의 길이를 구하면?



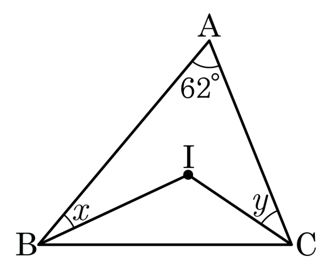
① 2cm ② 3cm ③ 4cm ④ 5cm ⑤ 6cm

해설

직각삼각형의 외심은 빗변의 중점에 있으므로 빗변의 중점이 외접원의 중심이 된다.

(외접원의 반지름의 길이) $= \dfrac{(\text{빗변의 길이})}{2} = 5(\text{cm})$

6. $\triangle$ABC 에서 점 I 는 내심이다. 각 A 가 $62°$ 일 때, $\angle x + \angle y$ 의 값은?



① $59°$ ② $60°$ ③ $61.5°$ ④ $62°$ ⑤ $62.5°$

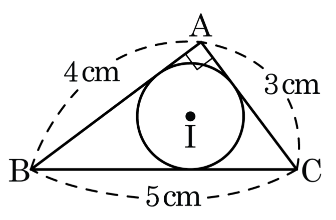
해설

$\angle \text{BIC} = 90° + \frac{1}{2}\angle \text{A}$ 에서 $\angle \text{A} = 121°$

그리고 $\angle \text{IBC} + \angle \text{ICB} = 180° - 121° = 59°$ 이고 $\angle \text{ABC} + \angle \text{ACB} = 180° - 62° = 118°$

따라서 $\angle x + \angle y = 118° - 59° = 59°$

7. 다음 그림에서 $\triangle ABC$ 의 넓이가 $6cm^2$ 일 때, 내접원의 반지름의 길이는?



① 1cm ② 2cm ③ 3cm ④ 4cm ⑤ 5cm

해설

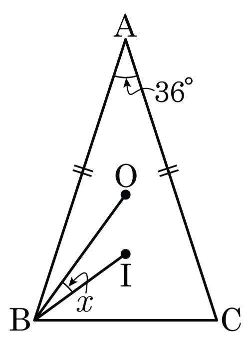
내접원의 반지름을 r 이라고 하면

$(\triangle ABC$의 넓이$) = \frac{1}{2} \times r \times \triangle ABC$의 둘레의 길이이므로

$6 = \frac{1}{2} \times r \times (3 + 4 + 5)$

$\therefore\ r = 1cm$

8. 다음 그림에서 점 I 와 점 O 는 $\overline{AB} = \overline{AC}$ 인 이등변삼각형의 내심과 외심일 때 $\angle x$ 의 크기는?



① 14° ② 18° ③ 20° ④ 22° ⑤ 24°

해설

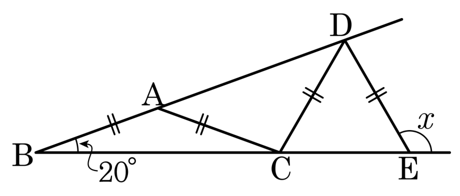
$\triangle$ABC 의 외심이 점 O 일 때, $\frac{1}{2}\angle BOC = \angle A$ 이므로 $\angle A = 36°$, $\angle BOC = 72°$ 이다.

$\triangle$ABC 의 내심이 점 I 일 때, $\frac{1}{2}\angle A + 90° = \angle BIC$ 이므로 $\angle BIC = \frac{1}{2} \times 36° + 90° = 108°$ 이다.

$\triangle$OBC 도 이등변삼각형이므로 $\angle OBC = 54°$ 이다.

또, $\angle IBC = \frac{1}{2}\angle ABC = \frac{1}{2} \times 72° = 36°$ 이다. 따라서 $\angle OBI = \angle OBC - \angle IBC = 54° - 36° = 18°$ 이다.

9. 다음 그림과 같이 $\overline{AB} = \overline{AC} = \overline{CD} = \overline{DE}$ 이고 $\angle B = 20°$ 일 때, $\angle x$ 의 크기는?



① $70°$ ② $80°$ ③ $90°$ ④ $100°$ ⑤ $120°$

해설

삼각형의 외각의 크기는 다른 두 내각의 합과 같으므로

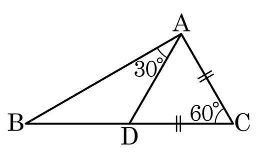
$\angle CAD = \angle ABC + \angle ACB = 40°$

$\angle ACD = 180° - (40° \times 2) = 100°$

$\angle DCE = 20° + 40° = 60°$

$\angle x = 180° - 60° = 120°$

10. 그림과 같은 $\triangle ABC$ 에서 $\overline{AC} = \overline{CD}$ 일 때, <u>틀린</u> 것을 모두 고르면?



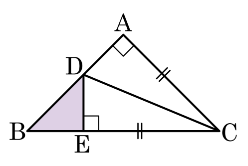
㉠ $\angle ADC = 50°$
㉡ $\angle A = 90°$
㉢ $\angle ABD = 40°$
㉣ $\triangle ABD$ 는 이등변삼각형
㉤ $\overline{AC}$ 가 5cm 일 때, $\overline{BD}$ 는 5cm 이다.

① ㉠, ㉡ ② ㉡, ㉢ ③ ㉠, ㉢
④ ㉠, ㉤ ⑤ ㉢, ㉤

해설

$\triangle ADC$ 에서 $\overline{AC} = \overline{CD}$ 이므로
$\angle CAD = \angle CDA = \frac{1}{2} \times (180° - 60°) = 60°$
따라서 $\triangle ADC$ 는 정삼각형이다.
$\angle BAC = 30° + 60° = 90°$
따라서 $\triangle ABC$ 에서 $\angle ABC = \angle ABD = 30°$ 이다.
$\angle BAD = \angle ABD = 30°$ 이므로 $\triangle ABD$ 는 이등변삼각형
$\triangle ADC$ 는 정삼각형이고 $\triangle ABD$ 는 이등변삼각형이므로 $\overline{AC} = \overline{CD} = \overline{AD} = \overline{BD}$
따라서 $\overline{AC}$ 가 5cm 일 때, $\overline{BD}$ 는 5cm 이다.

11. 그림의 $\triangle ABC$는 $\angle A = 90°$이고, $\overline{AB} = \overline{AC}$인 직각이등변삼각형이다. $\overline{AC} = \overline{EC}$, $\overline{BC} \perp \overline{DE}$이고 $\overline{AD} = 6\,\mathrm{cm}$일 때, $\triangle DBE$의 넓이는?



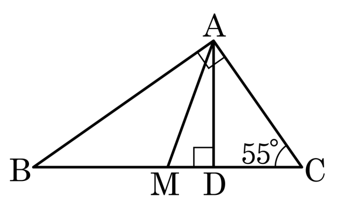
① $10\,\mathrm{cm}^2$ ② $14\,\mathrm{cm}^2$ ③ $18\,\mathrm{cm}^2$

④ $22\,\mathrm{cm}^2$ ⑤ $26\,\mathrm{cm}^2$

해설

$\triangle ABC$는 직각이등변삼각형이므로 $\angle ABC = 45°$이다.
따라서 $\triangle BED$도 직각이등변삼각형이다.
$\triangle ADC \equiv \triangle EDC$ (RHS 합동), $\overline{AD} = \overline{DE}$이다. 따라서 $\overline{ED} = \overline{EB}$이다.
그러므로, $\triangle BED$는 밑변 $6\,\mathrm{cm}$, 높이 $6\,\mathrm{cm}$인 직각이등변삼각형이다.
따라서, 넓이는 $\frac{1}{2} \times 6 \times 6 = 18\ (\mathrm{cm}^2)$이다.

12. 다음 그림과 같이 직각삼각형 ABC 의 직각인 꼭짓점 A 에서 빗변 BC 에 내린 수선의 발을 D 라 하고, $\overline{BC}$ 의 중점을 M 이라 하자. $\angle C = 55°$ 일 때, $\angle AMB - \angle DAM$ 의 크기는?

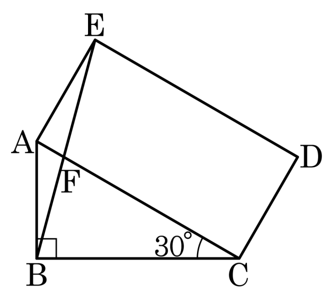


① 70°　② 75°　③ 80°　④ 85°　⑤ 90°

해설

직각삼각형의 빗변 $\overline{BC}$ 의 중점 M 은 $\triangle ABC$ 의 외심이다.
$\therefore \overline{BM} = \overline{AM} = \overline{CM}$
$\angle ABM = 35°$, $\angle DAC = 35°$ 이고 $\triangle ABM$ 은 이등변삼각형($\because \overline{BM} = \overline{AM}$)
$\therefore \angle ABM = \angle BAM = 35°$
$\angle AMB = 180° - 35° - 35° = 110°$
$\angle DAM = \angle A - \angle BAM - \angle DAC = 90° - 35° - 35° = 20°$
따라서 $\angle AMB - \angle DAM = 110° - 20° = 90°$

13. 다음 그림에서 $\triangle ABC$ 는 $\angle B = 90°$ 인 직각삼각형이고, $\square ACDE$ 는 직사각형이다. $\overline{AE} = \frac{1}{2}\overline{AC}$, $\angle ACB = 30°$ 일 때, $\angle DEF$ 와 $\angle EFC$ 의 크기의 차는?

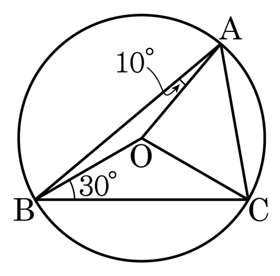


① 30° ② 32° ③ 34° ④ 36° ⑤ 38°

해설

$\overline{AC}$ 의 중점 O 를 잡으면 점 O 는 $\triangle ABC$ 의 외심으로 $\overline{AE} = \overline{AO} = \overline{OC} = \overline{OB}$ 이다.
$\angle BAC = 60°$ 이므로
$\angle EAB = 60° + 90° = 150°$
$\angle ABE = \angle AEB = (180° - 150°) \div 2 = 15°$
$\angle DEF = 90° - 15° = 75°$
$\angle EFC = 90° + 15° = 105°$
$\therefore \angle EFC - \angle DEF = 105° - 75° = 30°$

14. 다음 그림에서 점 O는 $\triangle ABC$의 외심이다. $\angle OAB = 10°$, $\angle OBC = 30°$일 때, $\angle OAC$의 크기는?

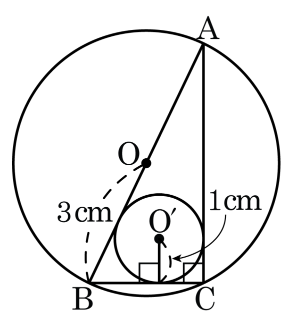


① $40°$ ② $45°$ ③ $50°$ ④ $55°$ ⑤ $60°$

해설

$\angle OAB = \angle OBA$, $\angle OBC = \angle OCB$, $\angle OAC = \angle OCA$ 이므로
$\angle OAB + \angle OBC + \angle OCA = 90°$
$\therefore\ \angle OAC = 90° - (30° + 10°) = 50°$

15. 다음 그림에서 원 O, O′ 는 각각 $\triangle$ABC 의 외접원, 내접원이다. 반지름의 길이가 각각 3cm, 1cm 일 때, $\triangle$ABC 의 둘레의 길이를 구하면?



① 6cm ② 8cm ③ 10cm ④ 12cm ⑤ 14cm

해설

$\overline{\mathrm{AB}}$ 가 원 O 의 지름이므로
$\triangle$ABC 는 $\angle C = 90°$ 인 직각삼각형이다.
$\triangle$ABC 의 내접원 O′ 과 $\overline{\mathrm{AB}}$, $\overline{\mathrm{BC}}$, $\overline{\mathrm{CA}}$ 의 접점을 각각 D, E, F 라 하고,
$\overline{\mathrm{BC}} = a(\mathrm{cm})$, $\overline{\mathrm{AC}} = b(\mathrm{cm})$ 라 하면
$\overline{\mathrm{BE}} = \overline{\mathrm{BD}} = a - 1(\mathrm{cm})$, $\overline{\mathrm{AF}} = \overline{\mathrm{AD}} = b - 1(\mathrm{cm})$
따라서 $\overline{\mathrm{AB}} = a - 1 + b - 1 = 6$ 이므로. $a + b = 8$
$\therefore$ $\triangle$ABC의 둘레 $= a + b + 6 = 14$