

1. 이차함수 $y = x^2 - 2(k-3)x + 4$ 의 그래프가 x 축과 서로 다른 두 점에서 만날 때, 상수 k 의 값의 범위는?

① $k < 1$

② $1 < k < 3$

③ $k < 3$

④ $3 < k < 5$

⑤ $k < 1$ 또는 $k > 5$

해설

이차함수 $y = x^2 - 2(k-3)x + 4$ 의 그래프가 x 축과 서로 다른 두 점에서 만나므로 이차방정식 $x^2 - 2(k-3)x + 4 = 0$ 의 판별식을 D 라 하면 $D > 0$ 이어야 한다.

$$\frac{D}{4} = (k-3)^2 - 4 > 0$$

$$k^2 - 6k + 5 > 0, (k-1)(k-5) > 0$$

$$\therefore k < 1 \text{ 또는 } k > 5$$

2. 포물선 $y = -x^2 + kx$ 와 직선 $y = x + 1$ 이 서로 다른 두 점에서 만나기 위한 k 의 범위는?

- ① $k > 2, k < -1$ ② $k > 3, k < -1$ ③ $k > 1, k < -1$
④ $k > 3, k < -2$ ⑤ $k > 3, k < -3$

해설

포물선과 직선이 다른 두 점에서 만나므로
 $-x^2 + kx = x + 1, x^2 + (1 - k)x + 1 = 0$ 에서
 $D = (1 - k)^2 - 4 > 0$
 $k^2 - 2k - 3 = (k - 3)(k + 1) > 0$
 $\therefore k > 3$ 또는 $k < -1$

3. 다음 중 최댓값이 3 인 이차함수는?

① $y = -3x^2 + 1$

② $y = x^2 + 4x$

③ $y = (x - 2)^2 + 1$

④ $y = -x^2 + 4x - 1$

⑤ $y = -(x + 1)(x - 3)$

해설

① 최댓값 : 1

② $y = (x + 2)^2 - 4$ 이므로 최댓값은 없다.

③ 최댓값은 없다.

④ $y = -(x - 2)^2 + 3$ 이므로 최댓값은 3

⑤ $y = -(x - 1)^2 + 4$ 이므로 최댓값은 4

4. 이차함수 $y = -2x^2 + 4x - 1$ 의 최댓값과 최솟값은?

- ① 최댓값 : 1, 최솟값 : 없다
- ② 최댓값 : 1, 최솟값 : -5
- ③ 최댓값 : 4, 최솟값 : 없다
- ④ 최댓값 : 없다, 최솟값 : 1
- ⑤ 최댓값 : 1, 최솟값 : -3

해설

$y = -2x^2 + 4x - 1$
 $= -2(x - 1)^2 + 1$
 $x = 1$ 일 때, 최댓값 1을 갖는다.
또한, x^2 의 계수가 음수이므로 최솟값은 없다.

5. 이차함수 $y = -x^2 + 4x$ 의 최댓값 또는 최솟값과 그 때의 x 의 값은?

- ① $x = 2$ 일 때, 최댓값은 4 ② $x = -2$ 일 때, 최댓값은 4
③ $x = 4$ 일 때, 최댓값은 4 ④ $x = 2$ 일 때, 최솟값은 4
⑤ $x = 4$ 일 때, 최솟값은 0

해설

$$\begin{aligned} y &= -x^2 + 4x \\ &= -(x-2)^2 + 4 \end{aligned}$$

따라서 $x = 2$ 일 때, 최댓값 4를 갖는다.

6. 이차함수 $y = -\frac{1}{2}(x-2)^2$ 의 최댓값을 구하면?

- ① $-\frac{1}{2}$ ② $\frac{1}{2}$ ③ 0 ④ -2 ⑤ 2

해설

$$0 = -\frac{1}{2}(x-2)^2$$
$$\therefore x = 2$$

즉, $x = 2$ 일 때, 최댓값 0

7. 이차함수 $y = 12x - (1 + 3x)(1 - 3x)$ 가 $x = p$ 에서 최소이고 최솟값은 q 일 때, $p + q$ 의 값을 구하면?

- ㉠ $-\frac{17}{3}$ ㉡ $-\frac{5}{3}$ ㉢ 0 ㉣ $\frac{8}{3}$ ㉤ $\frac{20}{3}$

해설

$$y = 12x - (1 + 3x)(1 - 3x) = 9x^2 + 12x - 1$$

$$= 9\left(x^2 + \frac{4}{3}x + \frac{4}{9}\right) - 5 = 9\left(x + \frac{2}{3}\right)^2 - 5$$

따라서, $x = -\frac{2}{3}$ 일 때 최소이고

최솟값은 -5 이므로

$$p = -\frac{2}{3}, q = -5$$

$$\therefore p + q = -\frac{17}{3}$$

8. 다음 중 최솟값을 갖지 않는 것은?

① $y = 3x^2 + 4$

② $y = 2(x + 4)^2 - 5$

③ $y = \frac{1}{2}(x - 3)^2 + 1$

④ $y = -x^2 + 3$

⑤ $y = x^2 + 2x + 1$

해설

이차항의 계수가 양수일 때 최솟값을 갖는다.

9. 다음 이차함수 중 최솟값을 갖지 않는 것은?

① $y = 2x^2 + 5$

② $y = 6(x + 1)^2$

③ $y = \frac{1}{3}x^2 + 4x + 5$

④ $y = -3(x - 2)^2 + \frac{1}{3}$

⑤ $y = 2\left(x - \frac{1}{3}\right)^2 + 4$

해설

이차항의 계수가 양수일 때, 최솟값을 갖는다.

10. 이차함수 $y = -x^2 - 2x + 7$ ($-3 \leq x \leq 1$)의 최댓값을 a , 최솟값을 b 라 할 때, $a + b$ 의 값을 구하면?

- ① 4 ② 7 ③ 8 ④ 11 ⑤ 12

해설

$y = -x^2 - 2x + 7 = -(x+1)^2 + 8$ 이므로
꼭짓점의 좌표는 $(-1, 8)$ 이고, 위로 볼록한 포물선이다.
주어진 구간의 양 끝값을 구하면,
 $x = -3$ 일 때 $y = -(-3+1)^2 + 8 = 4$
 $x = 1$ 일 때 $y = -(1+1)^2 + 8 = 4$ 이다.
따라서 최댓값 $a = 8$ 이고, 최솟값 $b = 4$ 이므로 $a + b = 12$

11. 이차함수 $y = -2 + 3x - x^2$ ($-1 \leq x \leq 2$)의 최댓값과 최솟값의 합을 구하면?

- ① $-\frac{23}{4}$ ② $-\frac{16}{3}$ ③ $-\frac{3}{4}$ ④ $\frac{7}{4}$ ⑤ $\frac{11}{3}$

해설

$$y = -(x - \frac{3}{2})^2 + \frac{1}{4} \text{ 이므로}$$

$x = \frac{3}{2}$ 가 x 의 값의 범위 $-1 \leq x \leq 2$ 에 포함되므로

$x = \frac{3}{2}$ 에서 최솟값 $\frac{1}{4}$ 를 갖고,

$x = -1$ 에서 최댓값 -6 을 갖는다.

따라서 최솟값과 최댓값의 합은 $-\frac{23}{4}$ 이다.

12. 이차함수 $y = x^2 - 8x + a$ 의 그래프와 x 축과의 교점의 x 좌표가 6, b 일 때, $a + b$ 의 값은?

- ① 11 ② 12 ③ 13 ④ 14 ⑤ 15

해설

이차함수 $y = x^2 - 8x + a$ 의 그래프와
 x 축과의 교점의 x 좌표는
이차방정식 $x^2 - 8x + a = 0$ 의 실근이다.
 $x^2 - 8x + a = 0$ 에 $x = 6$ 을 대입하면
 $36 - 48 + a = 0$ 에서 $a = 12$
따라서 $x^2 - 8x + 12 = 0$ 에서 $(x - 2)(x - 6) = 0$
 $x = 2$ 또는 $x = 6$
 $\therefore b = 2 \therefore a + b = 14$

13. 이차함수 $y = x^2 + (k-3)x + k$ 의 그래프가 x 축과 만나지 않을 때, 실수 k 의 값의 범위는?

- ① $-1 < k < 7$ ② $-1 < k < 8$ ③ $0 < k < 9$
④ $1 < k < 9$ ⑤ $1 < k < 10$

해설

주어진 이차함수의 그래프가
 x 축과 만나지 않으려면
이차방정식 $x^2 + (k-3)x + k = 0$ 이
실근을 갖지 않아야 하므로
 $D = (k-3)^2 - 4k < 0$
 $k^2 - 10k + 9 < 0, (k-1)(k-9) < 0$
 $\therefore 1 < k < 9$

14. 직선 $y = 3x + 2$ 와 포물선 $y = x^2 + mx + 3$ 이 두 점에서 만나기 위한 실수 m 의 범위를 구하면?

- ① $m < -1, m > 3$ ② $m < 1, m > 5$ ③ $-1 < m < 3$
④ $-1 < m < 5$ ⑤ $1 < m < 5$

해설

$y = 3x + 2, y = x^2 + mx + 3$ 에서 y 를 소거하면
 $x^2 + (m - 3)x + 1 = 0, D = (m - 3)^2 - 4 > 0$
 $m^2 - 6m + 5 > 0, (m - 1)(m - 5) > 0$
 $\therefore m < 1, m > 5$

15. 이차함수 $y = x^2 - 2ax - 2b^2 - 4a + 4b - 6$ 의 그래프가 x 축에 접할 때, $a^2 + b^2$ 의 값은? (단, a, b 는 실수)

- ① 2 ② 5 ③ 8 ④ 10 ⑤ 13

해설

$$x^2 - 2ax - 2b^2 - 4a + 4b - 6 = 0 \text{에서}$$

$$\frac{D}{4} = a^2 - (-2b^2 - 4a + 4b - 6) = 0$$

$$\therefore (a+2)^2 + 2(b-1)^2 = 0$$

이 때, a, b 가 실수이므로 $a+2=0, b-1=0$

따라서 $a=-2, b=1$ 이므로

$$a^2 + b^2 = 5$$

16. 합이 18 인 두 수가 있다. 한 수를 x , 두 수의 곱을 y 라 할 때, 두 수의 곱의 최댓값을 구하면?

- ① 11 ② 21 ③ 25 ④ 81 ⑤ 100

해설

합이 18 인 두 수가 있다. 한 수를 x 로 두면 나머지 한 수는 $(18 - x)$ 이다.

$$y = x(18 - x) = -x^2 + 18x = -(x^2 - 18x + 81) + 81$$

$$y = -(x - 9)^2 + 81$$

따라서 두 수의 곱의 최댓값은 81 이다.

17. 이차함수 $y = x^2 + 2bx + c$ 가 $x = 1$ 에서 최솟값 3 을 가질 때, $b + c$ 의 값은?

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$x = 1$ 일 때, 최솟값 3 을 가지므로 꼭짓점의 좌표는 $(1, 3)$ 이다.

$$\begin{aligned} y &= x^2 + 2bx + c \\ &= (x - 1)^2 + 3 \\ &= x^2 - 2x + 4 \quad \therefore b = -1, c = 4 \\ \therefore b + c &= 3 \end{aligned}$$

18. $0 \leq x \leq 3$ 에서 함수 $f(x) = x^2 - ax$ 의 최댓값을 M , 최솟값을 m 이라 할 때, $M+m$ 의 최댓값은? (단, $0 \leq a \leq 2$)

- ① 1 ② 3 ③ 5 ④ 7 ⑤ 9

해설

$$f(x) = x^2 - ax = \left(x - \frac{a}{2}\right)^2 - \frac{a^2}{4} \quad (0 \leq x \leq 3)$$

$$0 \leq \frac{a}{2} \leq 1 \text{ 이므로}$$

$$\text{최솟값 } m = f\left(\frac{a}{2}\right) = -\frac{a^2}{4},$$

$$\text{최댓값 } M = f(3) = 9 - 3a$$

$$\therefore M + m = 9 - 3a - \frac{1}{4}a^2 = -\frac{1}{4}(a+6)^2 + 18$$

이때, $0 \leq a \leq 2$ 이므로

$M+m$ 은 $a=0$ 일 때 최댓값 9 를 갖는다.

19. $-1 \leq x \leq 1$ 에서 함수 $y = (x^2 - 2x + 2)^2 - 4(x^2 - 2x + 2) + 1$ 의 최댓값을 M , 최솟값을 m 이라 할 때, $M \times m$ 의 값은?

- ① 18 ② 9 ③ 7 ④ -9 ⑤ -18

해설

$(x^2 - 2x + 2) = t$ 로 치환하면,
 $t^2 - 4t + 1 = (t - 2)^2 - 3$.
 t 의 범위는 x 에 의해 $1 \leq t \leq 5$ 가 된다.
 $\begin{cases} t = 2 \text{일때, } y = -3 \\ t = 5 \text{일때, } y = 6 \end{cases}$
 $\therefore M \times m = -18$

20. 합이 28 인 두 자연수의 곱의 최댓값을 구하면?

- ① 100 ② 121 ③ 144 ④ 169 ⑤ 196

해설

한 자연수를 x 라 하면, 나머지는 $28 - x$ 이다.

두 자연수의 곱은 $x(28 - x)$ 이다.

$$x(28 - x) = -x^2 + 28x = -(x - 14)^2 + 196$$

21. 실수 x, y 가 $x^2 + 2y^2 - 2xy - 4 = 0$ 을 만족시킬 때, x 의 최댓값과 y 의 최댓값의 합은?

① $2\sqrt{2} - 1$

② $2\sqrt{2} + 1$

③ $2\sqrt{2} + 2$

④ $\sqrt{2} + 4$

⑤ $\sqrt{2} + 5$

해설

$$x^2 + 2y^2 - 2xy - 4 = 0 \text{을}$$

(i) x 에 대한 내림차순으로 정리하면

$$x^2 - 2yx + 2y^2 - 4 = 0 \text{에서 } x \text{가 실수이므로}$$

$$\frac{D}{4} = y^2 - (2y^2 - 4) \geq 0, y^2 \leq 4$$

$$\therefore -2 \leq y \leq 2$$

따라서, y 의 최댓값은 2이다.

(ii) y 에 대한 내림차순으로 정리하면

$$2y^2 - 2xy + x^2 - 4 = 0 \text{에서 } y \text{가 실수이므로}$$

$$\frac{D'}{4} = x^2 - 2(x^2 - 4) \geq 0, x^2 \leq 8$$

$$\therefore -2\sqrt{2} \leq x \leq 2\sqrt{2}$$

따라서, x 의 최댓값은 $2\sqrt{2}$ 이다.

(i), (ii)에 의해 구하는 합은 $2\sqrt{2} + 2$

22. 둘레의 길이가 28cm 인 직사각형에서 넓이를 최대가 되게 하려면 가로와 세로의 길이를 각각 얼마로 하면 되겠는가?

- ① 가로 6 cm, 세로 8 cm ② 가로 7 cm, 세로 7 cm
③ 가로 8 cm, 세로 9 cm ④ 가로 8 cm, 세로 8 cm
⑤ 가로 7 cm, 세로 9 cm

해설

가로의 길이를 x cm, 세로의 길이를 $(14 - x)$ cm, 넓이를 y cm²

라 하면

$$\begin{aligned}y &= x(14 - x) \\ &= -x^2 + 14x \\ &= -(x^2 - 14x + 49 - 49) \\ &= -(x - 7)^2 + 49\end{aligned}$$

따라서 $x = 7$, 즉 가로 7 cm, 세로 7 cm 일 때 최댓값 49 cm² 를 가진다

23. 길이가 30m 인 철사를 구부려서 부채꼴 모양을 만들려고 한다. 부채꼴의 넓이가 최대가 되도록 하는 부채꼴의 반지름의 길이를 구하면?

- ㉠ $\frac{15}{2}$ m ㉡ 8m ㉢ $\frac{17}{2}$ m ㉣ 3m ㉤ 5m

해설

부채꼴의 넓이를 $y\text{m}^2$, 반지름의 길이를 $x\text{m}$ 라 하면

$$y = \frac{1}{2} \times x \times (30 - 2x) \text{ 이다.}$$

$$y = \frac{1}{2} \times x \times (30 - 2x)$$

$$= x(15 - x)$$

$$= -x^2 + 15x$$

$$= -\left(x^2 - 15x + \frac{225}{4} - \frac{225}{4}\right)$$

$$= -\left(x - \frac{15}{2}\right)^2 + \frac{225}{4}$$

이차함수는 위로 볼록이므로 꼭짓점이 최댓값을 나타낸다.

따라서 꼭짓점이 $\left(\frac{15}{2}, \frac{225}{4}\right)$ 이므로 반지름의 길이가 $\frac{15}{2}\text{m}$ 일

때, 부채꼴의 넓이가 최댓값 $\frac{225}{4}\text{m}^2$ 을 가진다.

24. 과학 탐구 반 학생들이 물 로켓을 발사하는데 위로 똑바로 쏘아 올린 물 로켓의 t 초 후의 높이가 $(40t - 8t^2)$ m 이다. 이 때 물 로켓이 올라갈 수 있는 최대 높이는?

① 30m ② 35m ③ 40m ④ 45m ⑤ 50m

해설

높이를 h 라 하면

$$h = -8t^2 + 40t = -8\left(t - \frac{5}{2}\right)^2 + 50$$

$\therefore 50\text{m}$

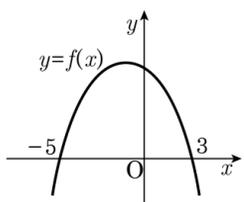
25. 지면으로부터 초속 30m 로 던져 올린 물체의 t 초 후의 높이를 h m 라고 하면 $h = 30t - 5t^2$ 인 관계가 성립한다. 이 물체가 가장 높이 올라갔을 때의 높이는?

- ① 60m ② 55m ③ 50m ④ 45m ⑤ 40m

해설

$$\begin{aligned} h &= 30t - 5t^2 \\ &= -5(t^2 - 6t + 9) + 45 \\ &= -5(t - 3)^2 + 45 \end{aligned}$$

26. 이차함수 $y = f(x)$ 의 그래프가 다음 그림과 같을 때, 이차방정식 $f\left(\frac{x-4}{2}\right) = 0$ 의 두 근의 합은?



- ① 2 ② 4 ③ 6 ④ 8 ⑤ 10

해설

$f(x) = a(x+5)(x-3)$ ($a < 0$) 으로 놓으면

$$f\left(\frac{x-4}{2}\right) = a\left(\frac{x-4}{2}+5\right)\left(\frac{x-4}{2}-3\right) \\ = \frac{a}{4}(x+6)(x-10) \text{ 이므로}$$

$\frac{a}{4}(x+6)(x-10) = 0$ 에서

$x = -6$ 또는 $x = 10$

따라서 방정식 $f\left(\frac{x-4}{2}\right) = 0$ 의 두 근의 합은 4

27. 이차함수 $y = x^2 + 2x - 1$ 의 그래프와 직선 $y = x + k$ 가 서로 다른 두 점 P, Q 에서 만난다. 점 P 의 x 좌표가 -3 일 때, PQ 의 길이는?
(단, k 는 상수)

- ① 5 ② $5\sqrt{2}$ ③ 7 ④ $7\sqrt{2}$ ⑤ $7\sqrt{5}$

해설

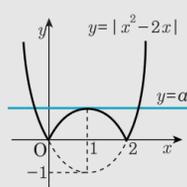
이차함수 $y = x^2 + 2x - 1$ 의 그래프와
 직선 $y = x + k$ 가 두 점 P, Q 에서 만나므로
 P, Q 의 x 좌표는 이차방정식 $x^2 + 2x - 1 = x + k$
 즉 $x^2 + x - 1 - k = 0 \cdots \textcircled{1}$ 의 두 실근과 같다.
 점 P 의 x 좌표가 -3 이므로
 $\textcircled{1}$ 에 $x = -3$ 을 대입하면 $9 - 3 - 1 - k = 0$
 $\therefore k = 5$
 $k = 5$ 를 $\textcircled{1}$ 에 대입하면 $x^2 + x - 6 = 0$
 $(x + 3)(x - 2) = 0$
 $\therefore x = -3$ 또는 $x = 2$
 따라서 점 Q 의 x 좌표는 2 이다.
 두 점 P, Q 가 직선 $y = x + 5$ 위의 점이므로
 $P(-3, 2), Q(2, 7)$
 $\therefore \overline{PQ} = \sqrt{\{2 - (-3)\}^2 + (7 - 2)^2} = \sqrt{50}$
 $= 5\sqrt{2}$

28. 함수 $y = |x^2 - 2x|$ 의 그래프와 직선 $y = a$ 가 서로 다른 세 점에서 만나도록 하는 상수 a 의 값은?

- ① $-\frac{1}{2}$ ② 0 ③ $\frac{1}{2}$ ④ 1 ⑤ 2

해설

함수 $y = |x^2 - 2x|$ 의 그래프를 그리면
아래 그림과 같다.



이때, 직선 $y = a$ 와 서로 다른 세 점에서 만나려면
직선 $y = a$ 가 포물선 $y = -x^2 + 2x$ 의
꼭지점을 지나야 한다.

$$y = -x^2 + 2x = -(x - 1)^2 + 1 \text{ 에서}$$

꼭지점의 좌표는 $(1, 1)$ 이므로 $y = 1$

$$\therefore a = 1$$

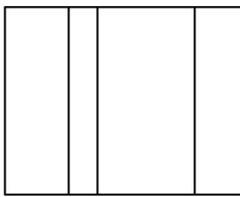
29. x, y 가 실수일 때, $2x^2 - 8x + y^2 + 2y + 6$ 의 최솟값은?

- ① -5 ② -3 ③ -1 ④ 1 ⑤ 3

해설

$$\begin{aligned} & 2x^2 - 8x + y^2 + 2y + 6 \\ &= 2(x^2 - 4x) + (y^2 + 2y) + 6 \\ &= 2(x-2)^2 + (y+1)^2 - 3 \\ & x, y \text{ 는 실수이므로 } (x-2)^2 \geq 0, (y+1)^2 \geq 0 \\ & \therefore 2x^2 - 8x + y^2 + 2y + 6 \geq -3 \\ & \text{따라서, } x=2, y=-1 \text{ 일 때 최솟값은 } -3 \text{ 이다.} \end{aligned}$$

30. 어떤 농부가 길이 700m의 철망을 가지고 그림과 같은 모양의 가축우리를 만들려고 한다. 전체 우리의 넓이를 최대로 하는 바깥 직사각형의 가로, 세로의 길이 중 짧은 것은 몇 m 인가?



- ① 60m ② 70m ③ 80m ④ 90m ⑤ 100m

해설

세로의 길이를 x 라 하면 세로가 5 개 있으므로 필요한 길이는 $5x$,

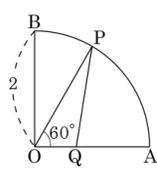
가로의 길이는 $\frac{1}{2}(700 - 5x)$ 이다. 전체 넓이를 S 라 하면

$$\begin{aligned} S &= \frac{1}{2}(700 - 5x) \cdot x \\ &= -\frac{5}{2}x^2 + 350x \\ &= -\frac{5}{2}(x^2 - 140x + 70^2 - 70^2) \\ &= -\frac{5}{2}(x - 70)^2 + 12250 \end{aligned}$$

따라서 넓이는 세로가 70m, 가로가 175m 일 때 최대이다.

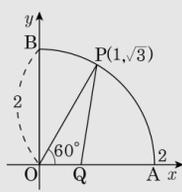
31. 반지름의 길이가 2 인 사분원 OAB 의 호 AB 위에 $\angle AOP = 60^\circ$ 가 되도록 점 P 를 정한다. 이 때, 선분 OA 위를 움직이는 점 Q 에 대하여 $\overline{OQ}^2 + \overline{PQ}^2$ 의 최솟값은?

- ① $\frac{13}{4}$ ② $\frac{7}{2}$ ③ $\frac{15}{4}$
 ④ $\frac{17}{4}$ ⑤ $\frac{9}{2}$



해설

아래 그림과 같이 좌표평면을 도입하여 생각해 보면



$A(2, 0), B(0, 2), P(1, \sqrt{3})$ 이 된다.

이 때, $Q(x, 0)$ 로 놓으면 ($0 < x < 2$)

$$\overline{OQ}^2 + \overline{PQ}^2 = x^2 + (x - 1)^2 + (\sqrt{3})^2 = 2x^2 - 2x + 4 =$$

$$2\left(x - \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{7}{2}$$

따라서, $x = \frac{1}{2}$ 일 때, $\overline{OQ}^2 + \overline{PQ}^2$ 은

최솟값 $\frac{7}{2}$ 을 갖는다.

32. 어떤 수공업 업체가 만든 수공업품의 원가는 15000 원이다. 시장 조사를 하더니 정가를 25000 원으로 하면 하루에 200 개를 팔 수 있고, 500원씩 정가를 내릴 때마다 20개씩 더 팔 수 있다고 한다. 최대 이익을 얻으려면 정가를 얼마로 해야 하는가?

- ① 22500 원 ② 23000 원 ③ 23500 원
④ 24000 원 ⑤ 24500 원

해설

한 개의 이익을 x 원이라 하면

팔리는 제품의 개수는

$$200 + \frac{10000 - x}{500} \times 20 = 600 - \frac{x}{25}$$

총 이익을 p 라 하면

$$\begin{aligned} p &= x \left(600 - \frac{x}{25} \right) = -\frac{x^2}{25} + 600x \\ &= -\frac{1}{25}(x^2 - 15000x) \end{aligned}$$

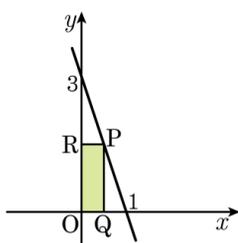
$$= -\frac{1}{25}(x - 7500)^2 + 2250000$$

따라서 한 개의 이익이 7500 원일 때,

최대 이익을 얻을 수 있으므로 정가는

$$15000 + 7500 = 22500(\text{원})$$

33. 직선 $y = -3x + 3$ 위의 제 1 사분면에 있는 한 점 P 에서 x 축, y 축에 수선을 그어 그 발을 각각 Q, R 이라 할 때, 사각형 OQPR 의 넓이의 최댓값은?

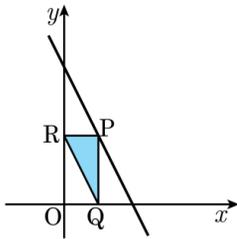


- ① $\frac{1}{2}$ ② $\frac{3}{2}$ ③ $\frac{1}{4}$ ④ $\frac{3}{4}$ ⑤ $\frac{5}{3}$

해설

$$\begin{aligned}
 y &= x(-3x + 3) \quad (0 < x < 1) \\
 &= -3x^2 + 3x \\
 &= -3\left(x^2 - x + \frac{1}{4}\right) + \frac{3}{4} \\
 &= -3\left(x - \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{3}{4} \\
 x &= \frac{1}{2} \text{ 일 때 최댓값 } \frac{3}{4}
 \end{aligned}$$

34. 다음 그림과 같이 직선 $y = -2x + 6$ 위의 점 P에서 x 축, y 축에 내린 수선의 발을 각각 Q, R이라 할 때, $\triangle PRQ$ 의 넓이의 최댓값을 구하면? (단, 점 P는 제 1사분면 위의 점이다.)



- ① $\frac{9}{4}$ ② $\frac{7}{4}$ ③ $\frac{5}{4}$ ④ $\frac{9}{2}$ ⑤ $\frac{7}{2}$

해설

점 P의 x 좌표를 a 라 하면
 $P(a, -2a + 6)$, $Q(a, 0)$, $R(0, -2a + 6)$
 $\triangle PRQ$ 의 넓이를 y 라 하면
 $y = \frac{1}{2}a(-2a + 6)$
 $= -a^2 + 3a$
 $= -\left(a^2 - 3a + \frac{9}{4} - \frac{9}{4}\right)$
 $= -\left(a - \frac{3}{2}\right)^2 + \frac{9}{4}$
 $a = \frac{3}{2}$ 일 때 최댓값 $\frac{9}{4}$

35. 직각을 낀 두 변의 길이의 합이 16 인 직각삼각형의 넓이의 최댓값은?

- ① 18 ② 32 ③ 48 ④ 64 ⑤ 80

해설

직각을 낀 두 변의 길이를 각각 x , y 라 하면 $x + y = 16$
이 때, $x > 0$, $y > 0$ 이므로 $y = 16 - x > 0$ 에서 $0 < x < 16$
직각삼각형의 넓이는

$$\frac{1}{2}xy = \frac{1}{2}x(16 - x) = -\frac{1}{2}x^2 + 8x = -\frac{1}{2}(x - 8)^2 + 32$$

따라서 $0 < x < 16$ 이므로 $x = 8$ 일 때 넓이의 최댓값은 32 이다.