

1. 자연수 x, y 에 관한 일차방정식 $2x + y - 10 = 0$ 의 해가 아닌 것은?

① (1, 8)

② (2, 6)

③ (3, 4)

④ (4, 2)

⑤ (5, 0)

해설

0은 자연수가 아니다.

2. 자연수 x, y 에 대하여 일차방정식 $2x + 3y = 11$ 의 해가 $(a, 1), (b, 3)$ 일 때, a, b 의 값은?

① $a = 1, b = 4$

② $a = 2, b = 4$

③ $a = 3, b = 4$

④ $a = 4, b = 1$

⑤ $a = 4, b = 2$

해설

$2x + 3y = 11$ 에서

$y = 1$ 일 때, $2x + 3 = 11$, $2x = 8$, $x = 4 \therefore a = 4$

$y = 3$ 일 때, $2x + 9 = 11$, $2x = 2$, $x = 1 \therefore b = 1$

3. 두 연립방정식 $\begin{cases} 2x + 3y = 5 \\ x - ay = 4 \end{cases}$, $\begin{cases} bx + 4y = 4 \\ -x + y = 5 \end{cases}$ 의 해가 서로 같을 때, $a - b$ 의 값은?

① -6 ② -7 ③ -8 ④ -9 ⑤ -10

해설

계수를 알고 있는 두 식을 이용하여 연립방정식을 먼저 풀면,

$$\begin{cases} 2x + 3y = 5 \\ -x + y = 5 \end{cases}$$
$$\begin{array}{rcl} 2x + 3y & = & 5 \\ +) -2x + 2y & = & 10 \\ \hline 5y & = & 15 \end{array}$$

$\therefore y = 3, x = -2$

x 의 값과 y 의 값을

$$\begin{cases} x - ay = 4 \\ bx + 4y = 4 \end{cases}$$

에 대입하면 $a = -2, b = 4$ 가 나온다.

$\therefore a - b = -2 - 4 = -6$

4. 연립방정식 $\begin{cases} (-x+y)+y=0 \\ x+2(x-y)=6 \end{cases}$ 의 해는?

- ① $x = -2, y = 4$ ② $x = 3, y = \frac{3}{2}$ ③ $x = 1, y = -2$
④ $x = 2, y = -\frac{3}{2}$ ⑤ $x = 4, y = 2$

해설

주어진 연립방정식을 정리하면

$$\begin{cases} -x+2y=0 & \cdots \textcircled{㉠} \\ 3x-2y=6 & \cdots \textcircled{㉡} \end{cases}$$

$\textcircled{㉠} + \textcircled{㉡}$ 을 하면 $2x=6 \quad \therefore x=3$

$x=3$ 을 $\textcircled{㉡}$ 에 대입하면 $9-2y=6 \quad \therefore y=\frac{3}{2}$

5. 연립방정식 $3x + ay = 5$, $x - y = 3$ 에 대하여 해가 없도록 하는 상수 a 의 값은?

① -3 ② -1 ③ $-\frac{1}{3}$ ④ $\frac{1}{3}$ ⑤ 1

해설

$$\frac{1}{3} = \frac{-1}{a} \neq \frac{3}{5}$$

$$\therefore a = -3$$

6. 두 정수의 합이 -2 이고, 차가 18 일 때, 이 중 작은 수는?

- ① -10 ② -8 ③ 0 ④ 8 ⑤ 10

해설

큰 수를 x , 작은 수를 y 라고 하면

$$\begin{cases} x+y=-2 \\ x-y=18 \end{cases}$$

연립하여 풀면 $x=8$, $y=-10$ 이다.

7. 자연수 x, y 에 대하여 연립방정식 $\begin{cases} 4x + y = 13 \\ 4x - y = 3 \end{cases}$ 의 해를 구하면?

- ① $x = 1, y = 3$ ② $x = 2, y = 5$ ③ $x = 3, y = 1$
④ $x = 4, y = 13$ ⑤ $x = 5, y = 2$

해설

$4x + y = 13$ 과 $4x - y = 3$ 을 모두 만족하는 x, y 의 값을 구한다.

8. 연립방정식 $\begin{cases} 3x + 2y = 7 \cdots \cdots \textcircled{㉠} \\ 5x - 2y = 0 \cdots \cdots \textcircled{㉡} \end{cases}$ 을 푸는데 ㉡ 식의 x 의 계수를

잘못 보고 풀어서 $x = 1$ 을 얻었다면, x 의 계수 5를 얼마로 잘못 보고 풀었는가?

- ① 3 ② 4 ③ 6 ④ 7 ⑤ 8

해설

5를 a 로 잘못 보았다면 $\begin{cases} 3x + 2y = 7 \\ ax - 2y = 0 \end{cases}$

이것을 풀면 $(1, 2)$ 이므로 $a - 4 = 0$, $a = 4$ 이다. 따라서 5를 4로 잘못 보고 문제를 풀었다.

9. 연립방정식 $\begin{cases} kx - 3y = 0 \\ 2x + y = kx \end{cases}$ 가 $x = 0, y = 0$ 이외의 해를 가질 때, 상수 k 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

식을 정리하면 $\begin{cases} kx - 3y = 0 \\ (k - 2)x - y = 0 \end{cases}$

$(0, 0)$ 이 연립방정식의 해인데 $(0, 0)$ 이외의 해를 가진다는 것은 해가 무수히 많다는 뜻이다.

$$\begin{cases} kx - 3y = 0 \\ 3(k - 2)x - 3y = 0 \end{cases}$$

즉, $3(k - 2) = k$ 에서 $3k - 6 = k \quad \therefore k = 3$

10. 두 자리의 자연수가 있다. 각 자리의 숫자의 합이 7이고, 이 수의 십의 자리와 일의 자리의 숫자를 바꾼 자연수는 처음 수보다 27이 크다고 한다. 처음의 자연수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 25

해설

처음 수 : $10x + y$

$$\begin{cases} x + y = 7 \\ 10x + y = x + 10y - 27 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x + y = 7 & \cdots \textcircled{1} \\ x - y = -3 & \cdots \textcircled{2} \end{cases}$$

$\textcircled{1} + \textcircled{2}$ 하면 $x = 2, y = 5$ 이다.

11. 둘레의 길이가 64cm 인 직사각형이 있다. 이 직사각형의 가로의 길이를 4cm 줄이고, 세로의 길이를 3 배로 늘렸더니 둘레의 길이가 104cm 가 되었다. 처음 직사각형의 가로의 길이를 구하여라.

▶ 답: cm

▶ 정답 : 20 cm

해설

처음 직사각형의 가로의 길이를 $x\text{cm}$, 세로의 길이를 $y\text{cm}$ 라고 하면

$$\begin{cases} 2(x+y) = 64 \\ 2(x-4) + 2 \times 3y = 104 \end{cases}$$

식을 정리하면
$$\begin{cases} 2x + 2y = 64 & \cdots (1) \\ 2x + 6y = 112 & \cdots (2) \end{cases}$$

(2) - (1) 하면 $4y = 48$

$$y = 12 \dots (3)$$

(3)을 (1)에 대입하면 $x = 20$
 크기인 길이 : 20

∴ 가로 길이 : 20cm

12. 형과 동생이 A 지점으로부터 100m 떨어진 B 지점까지 달리기 경기를 하려고 한다. 동생은 형보다 20m 앞선 지점에서 출발하고, 형은 매초 8m, 동생은 매초 6m의 속력으로 달린다고 한다. x 초 후에 형과 동생이 만나고, 이때 A 지점으로부터의 거리를 ym 라고 한다. 형과 동생이 출발한지 몇 초 후에 만나는지 구하여라.

▶ 답: 초 후

▷ 정답 : 10초 후

해설

$$\text{형} : y = 8x$$

동생 : $y = 20 + 6x$

연립하여 풀면 $x = 10$ 이다

따라서 10초 후에 만난다.

13. 연립방정식 $\begin{cases} 3x + ay = a - 1 \\ 2x + 4y = 3 \end{cases}$ 을 만족하는 x 와 y 의 비가 $2 : 1$ 일 때, a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{26}{5}$

해설

$x : y = 2 : 1$ 이므로 $x = 2y$ 를

$2x + 4y = 3$ 에 대입하면

$$2 \times 2y + 4y = 3$$

$$8y = 3$$

$$\therefore y = \frac{3}{8}$$

$$x = 2 \times \frac{3}{8} = \frac{3}{4}$$

$3x + ay = a - 1$ 에 $\left(\frac{3}{4}, \frac{3}{8}\right)$ 을 대입하면

$$3 \times \frac{3}{4} + a \times \frac{3}{8} = a - 1$$

$$18 + 3a = 8a - 8$$

$$5a = 26$$

$$\therefore a = \frac{26}{5}$$

14. 다음 연립방정식을 풀어라.

$$\frac{x-3y+3}{2} = \frac{-x+y+2}{3} = 1$$

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $x = -1$

▷ 정답 : $y = 0$

해설

$$\begin{aligned} 3(x-3y+3) &= 2(-x+y+2) = 6 \\ 3x-9y+9 &= 6 \text{에서 } x-3y = -1 \cdots \textcircled{1} \\ -2x+2y+4 &= 6 \text{에서 } x-y = -1 \cdots \textcircled{2} \\ \textcircled{1}, \textcircled{2} \text{를 풀면} \\ \therefore x &= -1, y = 0 \end{aligned}$$

15. 어느 중학교 대표로 뽑힌 20 명의 학생이 수학경시대회 시험을 보았다. 1 번 문제는 1 점, 2 번 문제는 3 점, 3 번 문제는 4 점으로 채점을 하였더니 평균이 1.45 점이었고, 3 번 문제의 배점은 그대로 하고, 1 번 문제를 3 점, 2 번 문제를 1 점으로 배점을 바꾸어 채점을 하였더니 평균이 2.35 점이었다. 1 번 문제를 맞힌 학생의 수가 2 번 문제를 맞힌 학생의 수의 4 배와 같을 때, 1 번 문제를 맞힌 학생 수를 구하여라. (단, 각 학생은 한 문제씩만 맞힌 것으로 한다.)

▶ 답 : 12 명

▷ 정답 : 12 명

해설

1 번, 2 번, 3 번 문제를 맞힌 학생 수를 각각

x, y, z 라 하면

$$\begin{cases} x + 3y + 4z = 1.45 \times 20 & \cdots \cdots \textcircled{㉠} \\ 3x + y + 4z = 2.35 \times 20 & \cdots \cdots \textcircled{㉡} \\ x = 4y & \cdots \cdots \textcircled{㉢} \end{cases}$$

$\textcircled{㉠}, \textcircled{㉡}$ 에 $\textcircled{㉢}$ 을 대입하면

$$\begin{cases} 7y + 4z = 29 & \cdots \cdots \textcircled{㉣} \\ 13y + 4z = 47 & \cdots \cdots \textcircled{㉤} \end{cases}$$

$\textcircled{㉣} - \textcircled{㉤}$ 하면 $6y = 18$

$y = 3$

$y = 3$ 을 $\textcircled{㉢}$ 에 대입하면 $x = 12$

따라서 1 번 문제를 맞힌 학생은 12명이다.

16. 10% 의 소금물에 물을 섞어서 8% 의 소금물 500g 을 만들려고 한다.
이 때, 10% 의 소금물의 양을 구하여라.

▶ 답 : g

▷ 정답 : 400 g

해설

10% 소금물 x g , 물 y g

$$\begin{cases} x + y = 500 \\ \frac{10}{100} \times x = \frac{8}{100} \times 500 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x + y = 500 \\ x = 400 \end{cases}$$

17. 연립방정식 $x+y=y-x-2=5$ 을 만족하는 x, y 에 대하여 x^2+xy+y^2 의 값은?

① 13

② 15

③ 21

④ 28

⑤ 31

해설

$$x+y=y-x-2=5\text{을}$$

$$\text{연립하여 풀면 } x=-1, y=6$$

$$\therefore x^2+xy+y^2=1-6+36=31$$

18. 연립방정식 $\begin{cases} \frac{2}{x+1} + \frac{3}{y-1} = 2 \\ \frac{2}{x+1} - \frac{3}{y-1} = 6 \end{cases}$ 의 해가

$x = a, y = b$ 일 때, $a - b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 0

해설

$$\frac{1}{x+1} = X, \frac{1}{y-1} = Y \text{라 하면}$$

$$\begin{cases} 2X + 3Y = 2 \cdots \textcircled{A} \\ 2X - 3Y = 6 \cdots \textcircled{B} \end{cases}$$

$\textcircled{A} + \textcircled{B}$ 하면

$$4X = 8 \text{에서 } X = 2, Y = -\frac{2}{3}$$

$$X = \frac{1}{x+1} \text{ 이므로}$$

$$\frac{1}{x+1} = 2, x+1 = \frac{1}{2}, x = -\frac{1}{2}$$

$$Y = \frac{1}{y-1} \text{ 이므로}$$

$$\frac{1}{y-1} = -\frac{2}{3}, 2(y-1) = -3, y = -\frac{1}{2}$$

$$\therefore a - b = \left(-\frac{1}{2}\right) - \left(-\frac{1}{2}\right) = 0$$

19. 집에서 학교까지 갈 때, 시속 8km 로 가면 예정 시간보다 15 분 일찍 도착하고, 시속 5km 로 가면 예정 시간보다 30 분 늦게 도착한다고 한다. 이때, 집과 학교까지의 거리를 구하여라.

▶ 답: km

▶ 정답 : 10 km

해설

집과 학교 사이의 거리를 x (km),
예정 시간을 y 시간이라 하면

$$\begin{cases} \frac{x}{8} = y - \frac{15}{60} \\ \frac{x}{5} = y + \frac{30}{60} \end{cases} \quad \text{예서} \quad \begin{cases} x = 8y - 2 & \cdots \textcircled{㉞} \\ 2x = 10y + 5 & \cdots \textcircled{㉟} \end{cases}$$

㉠, ㉡을 연립하여 방정식을 풀면

$$x = 10, y = \frac{3}{2}$$

따라서 집과 학교 사이의 거리는 10km 이다.

20. 일정한 속력으로 달리는 어떤 기차가 길이 1800m 의 터널을 통과하는 데 5분이 걸리고, 길이 600m 의 터널을 통과하는 데에는 2분이 걸렸다. 이 기차의 길이는 몇 m 인가?

① 200m ② 250m ③ 300m ④ 350m ⑤ 400m

해설

열차의 길이를 x 라고 하면

$$\frac{1800 + x}{5} = \frac{600 + x}{2},$$

$$3600 + 2x = 3000 + 5x$$

$$\therefore x = 200$$