

1. 다음 중 옳지 않은 것은?

- ① 1 은 소수가 아니다.
- ② 10 은 합성수이다.
- ③ 17 은 소수이다.
- ④ 약수가 2 개인 수는 소수이다.
- ⑤ 두 소수의 합은 언제나 홀수이다.

해설

⑤ (반례) 3 과 5 는 소수이지만 두 소수의 합인 8 은 짝수이다.

2. 다음 중에서 옳은 것을 모두 고르면?(정답 2개)

- ① 1 은 소수가 아니다.
- ② 모든 소수는 홀수이다.
- ③ 모든 수는 약수의 개수가 2 개 이상이다.
- ④ 가장 작은 소수는 3 이다.
- ⑤ 4 와 9 는 서로소이다.

해설

- ② 소수는 2, 3, 5, 7, ... 이다.
- ③ 1 의 약수는 1 뿐이다.
- ④ 가장 작은 소수는 2 이다.

3. 다음 중 350 의 약수가 아닌 것은?

① 2

② 2×5

③ 2×7

④ $2^2 \times 5^2$

⑤ $2 \times 5^2 \times 7$

해설

$350 = 2 \times 5^2 \times 7$ 이므로 ④ $2^2 \times 5^2$ 은 약수가 아니다.

4. $2^2 \times 5 \times 7^2 \times 9$ 의 약수의 개수를 구하면?

① 36 개

② 42 개

③ 48 개

④ 54 개

⑤ 58 개

해설

$$\begin{aligned} &2^2 \times 5 \times 7^2 \times 9 \\ &= 2^2 \times 5 \times 7^2 \times 3^2 \end{aligned}$$

$$(\text{약수의 개수}) = (2 + 1) \times (1 + 1) \times (2 + 1) \times (2 + 1) = 54 \text{ (개)}$$

5. 안에 알맞은 수를 차례로 나열한 것은?

$$18 \text{의 소인수분해} : \boxed{2} \times \boxed{3} \times \boxed{}$$

$$24 \text{의 소인수분해} : \boxed{2} \times \boxed{} \times \boxed{2} \times \boxed{3}$$

$$\text{최대공약수} : \boxed{2} \times \boxed{}$$

① 2, 1, 2

② 2, 3, 3

③ 3, 1, 2

④ 3, 2, 2

⑤ 3, 2, 3

해설

$$18 \text{의 소인수분해} : 2 \times 3 \times 3$$

$$24 \text{의 소인수분해} : 2 \times 2 \times 2 \times 3$$

$$\text{최대공약수} : 2 \times 3$$

6. 다음 중 어떤 수를 5로 나누었을 때의 나머지가 될 수 없는 것은?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

$$0 \leq (\text{나머지}) < 5$$

7. 다음 중 가장 큰 수와 가장 작은 수의 차를 구하면?

$$2 \times 3^2, 5^3, 2^3 \times 5, 3^2 \times 7$$

① 22

② 23

③ 45

④ 107

⑤ 143

해설

$$2 \times 3^2 = 2 \times 3 \times 3 = 18$$

$$5^3 = 5 \times 5 \times 5 = 125$$

$$2^3 \times 5 = 2 \times 2 \times 2 \times 5 = 40$$

$$3^2 \times 7 = 3 \times 3 \times 7 = 63 \text{ 이므로}$$

가장 큰 수는 5^3 , 가장 작은 수는 2×3^2

따라서 두 수의 차는 $125 - 18 = 107$ 이다.

8. 108 의 소인수를 바르게 구한 것은?

① $2^2, 3^2$

② 2, 3

③ 1, 3

④ 1, 2, 3

⑤ 1, 2, 2^2 , 3, 3^2 , 3^3

해설

$$108 = 2^2 \times 3^3$$

9. 자연수 $3^a \times 5^4 \times 7^5$ 의 약수의 개수가 120 이다. 이때, a 의 값은?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

$$(a + 1)(4 + 1)(5 + 1) = 120$$

$$a + 1 = 4$$

$$\therefore a = 3$$

10. 다음 중 24 와 서로소인 것은?

① 8

② 12

③ 18

④ 21

⑤ 25

해설

$24 = 2^3 \times 3$, $25 = 5^2$ 이므로 24 와 25 는 서로소이다.

11. 두 수 2×3^2 , 3×5^2 의 최소공배수는?

① $2^2 \times 5$

② $2^3 \times 3$

③ $2 \times 3 \times 5$

④ $2 \times 3^2 \times 5^2$

⑤ $2^2 \times 3^2 \times 7^2$

해설

2×3^2 , 3×5^2

최소공배수는 $2 \times 3^2 \times 5^2$ 이다.

12. 다음 중 6의 배수이면서 동시에 8의 배수가 되는 수는?

① 2의 배수

② 4의 배수

③ 12의 배수

④ 24의 배수

⑤ 48의 배수

해설

6의 배수이면서 동시에 8의 배수가 되는 수는 6과 8의 공배수이고 6과 8의 최소공배수는 24이다.

13. 2^2 , $2^2 \times 3$, 3×5 의 공배수 중에서 200 이하인 것의 개수는?

① 2 개

② 3 개

③ 4 개

④ 5 개

⑤ 6 개

해설

세 수의 최소공배수는 $2^2 \times 3 \times 5 = 60$ 이므로 200 이하의 공배수는 60, 120, 180 으로 총 3개이다.

14. 두 자연수 $15 \times x$, $21 \times x$ 의 최소공배수가 210 일 때, x 의 값으로 옳은 것은?

① 2

② 3

③ 4

④ 5

⑤ 6

해설

$15 \times x = 3 \times 5 \times x$, $21 \times x = 3 \times 7 \times x$ 의 최소공배수는 $3 \times 5 \times 7 \times x = 210$

따라서 $x = 2$ 이다.

15. 다음 두 수의 최대공약수는?

$$2^3 \times 3 \times 5, 2^2 \times 3 \times 7$$

① 8

② 10

③ 11

④ 12

⑤ 14

해설

$$2^2 \times 3 = 12$$

16. 보람이는 친구들에게 금붕어 12 마리와 거북이 18 마리를 각각 똑같이 나누어 주려고 한다.

되도록 많은 친구들에게 나누어 줄 때, 나누어 줄 수 있는 친구는 몇 명인가?

① 2 명

② 3 명

③ 4 명

④ 5 명

⑤ 6 명

해설

똑같이 나누어 주려면 인원수는 12 와 18 의 공약수이어야 하고, 되도록 많은 친구들에게 나누어 주려고 하므로 12 와 18 의 최대 공약수이어야 한다.

$$\begin{array}{r} 2 \overline{) 12 \quad 18} \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 3 \overline{) \quad 6 \quad 9} \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2 \quad 3 \end{array}$$

$$\therefore 2 \times 3 = 6 \text{ 명}$$

17. 운동장에서 진수는 달리기를 하고 성찬이는 자전거를 타고 있다. 한 바퀴 도는 데 진수는 1분 30초 걸리고 성찬이는 54초가 걸린다. 출발점에서 두 사람이 오전 10시에 동시에 출발했을 때, 그 다음 출발점에서 만나는 시각은?

- ① 10시 2분 10초 ② 10시 2분 50초 ③ 10시 3분 20초
④ 10시 3분 40초 ⑤ 10시 4분 30초

해설

90, 54의 최소공배수는 270이므로 진수와 성찬이는 4분 30초마다 출발점에서 만난다.

따라서 10시에 동시에 출발했으므로 다음 동시에 출발하는 시각은 10시 4분 30초 이다.

18. 가로, 세로의 길이가 각각 21cm, 15cm이고, 높이가 7cm인 직육면체 모양의 블록을 빈틈없이 쌓아서 가장 작은 정육면체 모양을 만들려고 한다. 이 정육면체의 한 모서리의 길이를 구하면?

① 90cm

② 95cm

③ 100cm

④ 105cm

⑤ 110cm

해설

정육면체는 가로, 세로의 길이와 높이가 같다. 따라서 21, 15, 7의 최소공배수는 105이므로 정육면체의 한 모서리의 길이는 105cm이다.

19. 세 자연수 7, 8, 9 중 어느 것으로 나누어도 나머지가 2 인 세 자리 자연수 중에서 가장 작은 수는?

① 498

② 500

③ 502

④ 504

⑤ 506

해설

7, 8, 9 의 최소공배수는 504 이므로 구하는 수는 $504 + 2 = 506$ 이다.

20. 두 수 $3^a \times 5^2 \times 7$, $3^3 \times 5^b \times c$ 의 최대공약수는 $3^2 \times 5^2$, 최소공배수는 $3^3 \times 5^2 \times 7 \times 11$ 일 때, $a + b + c$ 의 값은?

① 14

② 15

③ 16

④ 17

⑤ 18

해설

$3^a = 3^2$ 이므로 $a = 2$,

$5^b = 5^2$ 이므로 $b = 2$,

$c = 11$ 이므로 $a + b + c = 15$ 이다.

21. $3^2 \times 5 \times 7$ 에 자연수 a 를 곱하면 어떤 자연수의 제곱인 수가 된다. a 의 최솟값은?

① 5

② 7

③ 15

④ 21

⑤ 35

해설

$3^2 \times 5 \times 7 \times a$ 가 어떤 자연수의 제곱인 수가 되려면 $3^2 \times 5 \times 7 \times a$ 를 소인수분해했을 때 각 소인수의 지수가 짝수여야 한다. 따라서 만족하는 자연수 a 의 최솟값은 $5 \times 7 = 35$ 이다.

22. $2^3 \times \square$ 의 약수의 개수가 8 개일 때, 다음 중 $\square$ 안에 들어 갈 수 없는 수를 모두 고르면?

① 3

② 4

③ 7

④ 9

⑤ 16

해설

② $2^3 \times 4 = 2^3 \times 2^2 = 2^5$ 이므로 약수의 개수는 $5 + 1 = 6$ (개)이다.

④ $2^3 \times 9 = 2^3 \times 3^2$ 이므로 약수의 개수는 $(3 + 1) \times (2 + 1) = 12$ (개)이다.

23. 두 분수 $\frac{21}{16}$, $\frac{35}{24}$ 의 어느 것에 곱하여도 그 결과가 자연수가 되게 하는 분수 중에서 가장 작은 분수를 구하여라.

① $\frac{8}{7}$

② $\frac{48}{7}$

③ $\frac{8}{105}$

④ $\frac{48}{105}$

⑤ $\frac{1}{35}$

해설

구하려는 분수를 $\frac{b}{a}$ 라고 하자.

$$\frac{21}{16} \times \frac{b}{a} = (\text{자연수}) \rightarrow \begin{cases} b \text{는 } 16 \text{의 배수} \\ a \text{는 } 21 \text{의 약수} \end{cases}$$

$$\frac{35}{24} \times \frac{b}{a} = (\text{자연수}) \rightarrow \begin{cases} b \text{는 } 24 \text{의 배수} \\ a \text{는 } 35 \text{의 약수} \end{cases}$$

즉, $\frac{b}{a} = \frac{(16, 24 \text{의 공배수})}{(21, 35 \text{의 공약수})} \dots \text{㉠ 이다.}$

㉠을 만족하는 가장 작은 분수

$$\frac{b}{a} = \frac{(16, 24 \text{의 최소공배수})}{(21, 35 \text{의 최대공약수})}$$

$$\therefore \frac{b}{a} = \frac{48}{7}$$

24. 두 자연수 A 와 B 의 최대공약수가 8 일 때, 공약수의 개수는?

① 1 개

② 2 개

③ 3 개

④ 4 개

⑤ 5 개

해설

공약수는 최대공약수의 약수이므로 공약수의 개수는 최대공약수의 약수의 개수와 같다.

최대공약수 8 을 소인수분해하면 $8 = 2^3$ 이므로 약수의 개수는 $3 + 1 = 4$ (개) 이다.

따라서 두 자연수의 공약수의 개수는 4 개이다.

25. 가로 길이가 450 m, 세로 길이가 240 m 인 직사각형 모양의 목장이 있다. 목장의 가장자리를 따라 일정한 간격으로 나무를 심는데, 네 모퉁이에는 반드시 나무를 심는다고 한다. 나무를 가능한 한 적게 심으려면 나무의 간격은 얼마이어야 되는가?

- ① 30 m ② 15 m ③ 10 m ④ 3 m ⑤ 2 m

해설

나무를 가능한 한 적게 심으려면 심는 간격이 넓어야 하므로 450과 240의 최대공약수인 30 m 이다.