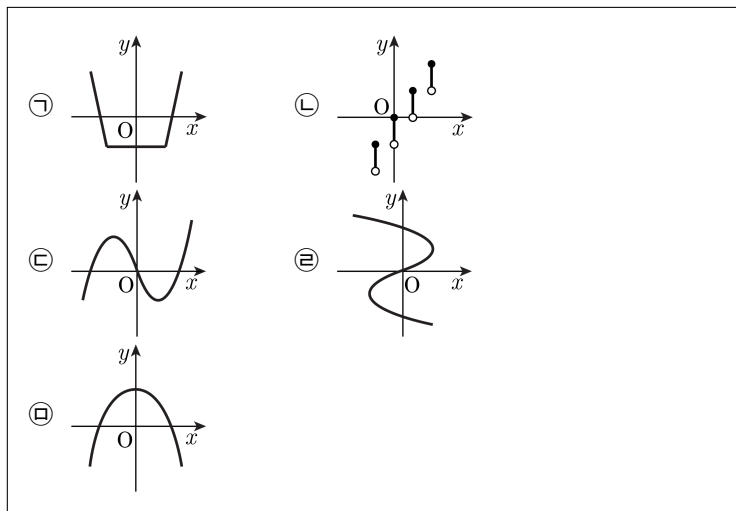


1. 다음 그래프 중 함수인 것은?



① ㉠, ㉡, ㉣

② ㉠, ㉣, ㉤

③ ㉠, ㉣, ㉡

④ ㉡, ㉣, ㉤

⑤ ㉣, ㉡, ㉤

해설

㉠ 함수

㉡ 함수가 아니다.

㉢ 함수

㉣ 함수가 아니다.

㉤ 함수

따라서 ㉠, ㉢, ㉤만이 함수이다.

해설

2. 두 집합 $X = \{-2, -1, 0, 1, 2\}$, $Y = \{y|y \text{는 정수}\}$ 일 때, 함수 $f : X \rightarrow Y$ 를 다음과 같이 정의한다. 이 때, f 의 치역의 모든 원소의 합을 구하여라.

$$f(x) = \begin{cases} x + 2 & (x > 0) \\ -x^2 + 1 & (x \leq 0) \end{cases}$$

▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설

$$f(-2) = -(-2)^2 + 1 = -3$$

$$f(-1) = -(-1)^2 + 1 = 0$$

$$f(0) = 1$$

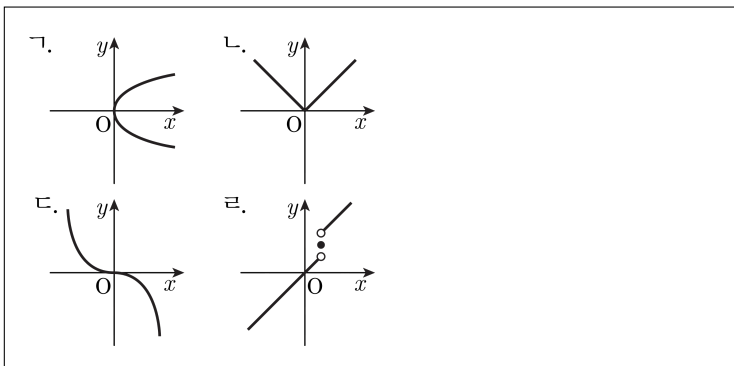
$$f(1) = 1 + 2 = 3$$

$$f(2) = 2 + 2 = 4$$

따라서 치역은 $\{-3, 0, 1, 3, 4\}$ 이므로

$$\text{모든 원소의 합은 } (-3) + 0 + 1 + 3 + 4 = 5$$

3. 다음 방정식의 자취들 중 함수인 것은 x 개, 일대일 대응인 것은 y 개이다. $x+y$ 의 값은?



① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

함수는 주어진 x 에 y 값이 하나씩 대응해야 한다.

따라서 ㄴ, ㄷ, ㄹ이 함수이다.

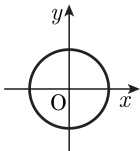
일대일 대응은 함수 중에 치역과 공역이 일치하는 것을 말한다.

따라서 ㄴ이 일대일 대응이다.

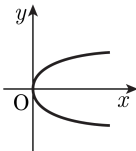
$$\therefore x+y=4$$

4. 다음 그래프 중 역함수가 존재하는 함수의 그래프가 될 수 있는 것은?

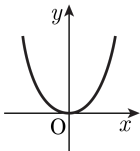
①



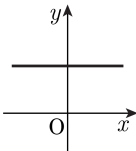
②



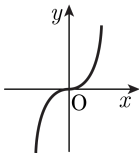
③



④



⑤



해설

일대일 대응의 정의에 의해 ⑤번이다.

5. 함수 $y = x - 2$ 의 역함수를 구하면 무엇인가?

① $y = x - 2$

② $y = x + 2$

③ $y = -x - 2$

④ $y = -x + 2$

⑤ $y = \frac{1}{2}x - 1$

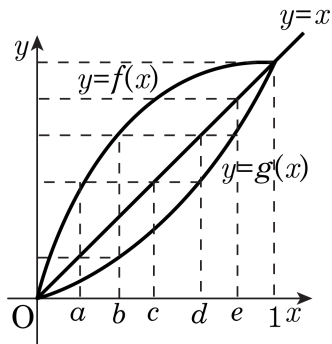
해설

$y = x - 2$ 를 x 에 관해서 풀면

$$x = y + 2$$

x 와 y 를 바꾸면 $y = x + 2$

6. 집합 $A = \{x | 0 \leq x \leq 1\}$ 에 대하여 A 에서 A 로의 함수 $y = f(x)$ 와 $y = g(x)$ 의 그래프가 아래 그림과 같을 때, $(f \circ g \circ f^{-1})(d)$ 의 값은 얼마인가?



① a

② b

③ c

④ d

⑤ e

해설

$y = x$ 를 이용하여 함수값을 구한다.

$f^{-1}(d) = x$ 라 하면,

$f(x) = d \quad \therefore x = b$

$\therefore (f \circ g \circ f^{-1})(d)$

$= (f \circ g)(f^{-1}(d))$

$= (f \circ g)(b) = f(g(b)) = f(a) = c$

7. 실수 전체의 집합에서 정의된 함수

$$f(x) = \begin{cases} x & (x \leq 1) \\ ax + b & (x > 1) \end{cases} \text{가 일대일대응이 되도록 하는 두 상수 } a, b$$

의 값으로 적당한 것은 무엇인가?

① $a = 1, b = -1$

② $a = 1, b = 1$

③ $a = 2, b = -1$

④ $a = 2, b = 0$

⑤ $a = -1, b = 2$

해설

f 가 일대일대응이 되려면

$y = f(x)$ 의 그래프가 그림과 같아야 한다.

즉, 직선 $y = ax + b$ 가

점 $(1, 1)$ 을 지나야 하므로

$$a + b = 1 \quad \cdots \textcircled{㉠}$$

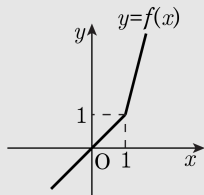
또, 직선 $y = x$ 의 기울기가 양이므로 직선

$y = ax + b$ 의 기울기도 양이어야 한다.

$$\therefore a > 0 \quad \cdots \textcircled{㉡}$$

따라서 주어진 보기 중 ㉠, ㉡을

모두 만족시키는 것은 ③이다.



8. 두 함수 $f(x) = x^2$, $g(x) = x + 2$ 에 대하여 $(f \circ g)(x)$ 를 구하면?

① $(f \circ g)(x) = (x + 2)^2$

② $(f \circ g)(x) = x^2 + 2$

③ $(f \circ g)(x) = (x - 2)^2$

④ $(f \circ g)(x) = x^2 - 2$

⑤ $(f \circ g)(x) = -x^2 + 2$

해설

두 함수 $f(x) = x^2$, $g(x) = x + 2$ 에 대하여

$$(f \circ g)(x) = f(g(x)) = f(x + 2) = (x + 2)^2$$

9. 실수 전체의 집합 R 에서 R 로의 세 함수 f, g, h 에 대하여 $(h \circ g)(x) = 3x + 4$, $f(x) = x^2$ 일 때, $(h \circ (g \circ f))(2)$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 16

해설

$$\begin{aligned}(h \circ (g \circ f))(2) &= ((h \circ g) \circ f)(2) \\ &= (h \circ g)(f(2)) \\ &= (h \circ g)(4) \\ &= 3 \times 4 + 4 = 16\end{aligned}$$

10. 두 함수 $f(x) = -3x + k$, $g(x) = 2x + 4$ 에 대하여, $(f \circ g)(x) = (g \circ f)(x)$ 가 성립하도록 하는 k 의 값은 얼마인가?

① -16

② -14

③ -6

④ -4

⑤ -2

해설

$f(x) = -3x + k$, $g(x) = 2x + 4$ 에서

$$\begin{aligned}(f \circ g)(x) &= f(2x + 4) = -3(2x + 4) + k \\ &= -6x - 12 + k \cdots \textcircled{㉠}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}(g \circ f)(x) &= g(-3x + k) = 2(-3x + k) + 4 \\ &= -6x + 2k + 4 \cdots \textcircled{㉡}\end{aligned}$$

㉠과 ㉡이 같아야 하므로

$$-6x - 12 + k = -6x + 2k + 4$$

$$\therefore k = -16$$

11. 두 함수 f, g 가 $f(2) = 3, g^{-1}(1) = 4$ 일 때, $f^{-1}(3) + g(4)$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$f(2) = 3$ 에서 $f^{-1}(3) = 2$ 이고

$g^{-1}(1) = 4$ 에서 $g(4) = 1$ 이므로

$$f^{-1}(3) + g(4) = 2 + 1 = 3$$

12. 일차함수 $f(x)$ 가 $f(1) = -1$, $f^{-1}(3) = 2$ 일 때, $2f^{-1}(1)$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$f(x) = ax + b$ ($a \neq 0$) 로 놓으면,

$f(1) = -1$, $f(2) = 3$ 이므로

$$f(1) = a + b = -1, f(2) = 2a + b = 3$$

$$\text{즉, } a = 4, b = -5$$

$$\therefore f(x) = 4x - 5$$

$f^{-1}(1) = a$ 로 놓으면 $f(a) = 1$

$$4a - 5 = 1 \quad \therefore a = \frac{3}{2}$$

$$\text{따라서 } f^{-1}(1) = \frac{3}{2}, 2f^{-1}(1) = 3$$

13. 실수 전체의 집합 R 에서 R 로의 함수

$$f(x) = \begin{cases} x+k & (x \geq 0) \\ -x+k & (x < 0) \end{cases} \text{ 가 } f^{-1}(2) = -3 \text{ 을 만족시킬 때, } f(5) \text{ 의}$$

값은 얼마인가?

① 2

② 3

③ 4

④ 5

⑤ 6

해설

$f^{-1}(2) = -3$ 에서 $f(-3) = 2$ 이므로

$$f(-3) = 3 + k = 2$$

$$\therefore k = -1 \text{ 이므로 } f(x) = \begin{cases} x-1 & (x \geq 0) \\ -x-1 & (x < 0) \end{cases}$$

$$\therefore f(5) = 5 - 1 = 4$$

14. 모든 양수 m, n 에 대하여 함수 $f(x)$ 는 항상 $f(mn) = f(m) + f(n)$ 만족한다.

$f(2) = a, f(3) = b$ 일 때 $f(24)$ 를 a, b 를 써서 나타내면?

① $a + 2b$

② $2a + b$

③ $2a + 3b$

④ $3a + b$

⑤ $3a + 2b$

해설

$$f(24) = f(2^3 \cdot 3) = f(2^3) + f(3)$$

$$f(2^3) = f(2^2 \cdot 2) = f(2^2) + f(2)$$

$$= \{f(2) + f(2)\} + f(2) = 3f(2)$$

$$\text{따라서 } 3f(2) + f(3) = 3a + b$$

15. 다음 보기 중 두 함수 f, g 가 서로 같은 것을 모두 고른 것은?

보기

㉠ $f(x) = |x|, g(x) = x$

㉡ 정의역이 $\{-1, 0, 1\}$ 일 때 $f(x) = x, g(x) = x^3$

㉢ $f(x) = \frac{1}{x+2}, g(x) = \frac{x-2}{x^2-4}$

① ㉠

② ㉡

③ ㉢

④ ㉠, ㉡

⑤ ㉡, ㉢

해설

㉠ $f(-1) = 1, g(-1) = -1$ 이므로 $f \neq g$

㉡ $f(-1) = g(-1) = -1, f(0) = g(0) = 0,$

$f(1) = g(1) = 1$ 이므로 $f = g$

㉢ $f(x)$ 의 정의역은 $\{x \mid x \neq -2 \text{인 모든 실수}\}$ 이고

$g(x)$ 의 정의역은 $\{x \mid x \neq \pm 2 \text{인 모든 실수}\}$ 이므로 $f \neq g$
따라서 $f = g$ 인 것은 ㉡ 뿐이다.

16. 함수 $f(x)$ 가 $f(2x+1) = 3x+2$ 를 만족할 때, $f(3)$ 의 값을 구하면?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

$f(2x+1) = 3x+2$ 에서 $2x+1 = 3$ 이므로

$x = 1$ 을 대입하면

$$f(2 \cdot 1 + 1) = f(3) = 3 \cdot 1 + 2 = 5$$

17. 두 함수 $f(x) = x + 3$, $g(x) = 2x - 1$ 이고 $(f \circ h)(x) = g(x)$ 일 때, $h(1)$ 의 값은 얼마인가?

① -2

② 0

③ 1

④ 2

⑤ 4

해설

$(f \circ h)(x) = g(x)$ 에 $x = 1$ 을 대입하면 $f(h(1)) = g(1)$

한편, $g(1) = 2 \cdot 1 - 1 = 1$ 이므로 $h(1) = k$ 라 하면

$f(k) = 1$ 에서 $f(k) = k + 3 = 1$ 이므로 $k = -2$

$\therefore h(1) = -2$

18. 두 집합 $X = \{1, 2, 3\}$, $Y = \{a, b, c, d\}$ 에 대하여 X 에서 Y 로 대응되는 함수의 개수를 a , 일대일 대응의 개수를 b 라 할 때, $a+b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $a + b = 64$

해설

정의역과 공역의 개수가 다르므로
일대일 대응은 없고, 정의역의 개수가 A
공역의 개수가 B 일 때 함수 개수는 B^A 이다.

$$\therefore 4^3 = 64$$

$$\therefore a + b = 64$$

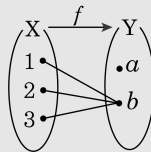
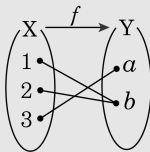
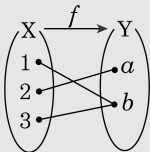
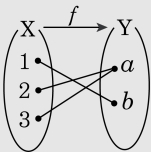
19. 두 집합 $X = \{1, 2, 3\}$, $Y = \{a, b\}$ 에 대하여 X 에서 Y 로의 함수 f 중 $f(1) = b$ 인 것의 개수를 구하여라.

▶ 답: 개

▷ 정답: 4 개

해설

$f(1) = b$ 인 함수 f 는 다음과 같다
따라서, 구하는 함수 f 는 4 개이다.



20. 함수 $f(x) = x + 1$ 라 할 때, $f^{10}(2)$ 의 값을 구하여라. (단, $f^2 = f \circ f$, $f^n = f^{n-1} \circ f$)

▶ 답 :

▷ 정답 : 12

해설

$$\begin{aligned} f^2(x) &= (f \circ f)(x) = f(f(x)) = f(x+1) \\ &= (x+1) + 1 = x+2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} f^3(x) &= (f^2 \circ f)(x) = f^2(f(x)) = f^2(x+1) \\ &= (x+1) + 2 = x+3 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} f^4(x) &= (f^3 \circ f)(x) = f^3(f(x)) = f^3(x+1) \\ &= (x+1) + 3 = x+4 \end{aligned}$$

...

$$f^n(x) = x + n$$

$$\therefore f^{10}(2) = 2 + 10 = 12$$