**1.** 두 다항식 $A, B$에 대하여 연산 $\triangle$, $\blacktriangledown$를 $A \triangle B = 2A + B$, $A \blacktriangledown B = A - 3B$로 정의한다.

$A = 2 + 3x^2 - x^3$, $B = x^2 + 3x + 1$일 때 $A \blacktriangledown (B \triangle A)$를 구하면?

① $2x^3 - 18x - 10$

② $2x^3 - 12x^2 - 18x - 10$

③ $2x^3 + 12x^2 + 18x + 10$

④ $2x^3 + 12x^2 + 18x - 10$

⑤ $2x^3 - 12x^2 + 18x + 10$

**해설**

$$
\begin{aligned}
A \blacktriangledown (B \triangle A) &= A \blacktriangledown (2B + A) \\
&= A - 3(2B + A) = -2A - 6B
\end{aligned}
$$

위와 같이 식을 간단히 정리한 후 $A, B$에 대입하여 정리한다.

**2.** 사차식 $3x^4-5x^2+4x-7$을 이차식 $A$로 나누었더니 몫이 $x^2-2$이고 나머지가 $4x-5$일 때, 이차식 $A$를 구하면?

① $3x^2-2$ ② $3x^2-1$ ③ $3x^2$

④ $3x^2+1$ ⑤ $3x^2+2$

해설

검산식 : $3x^4-5x^2+4x-7=A(x^2-2)+4x-5$

$$A=\frac{3x^4-5x^2-2}{x^2-2}=3x^2+1$$

**3.** $x+y+z=1$, $xy+yz+zx=2$, $xyz=3$일 때, $(x+1)(y+1)(z+1)$의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 7

해설

$(x+1)(y+1)(z+1)$
$= xyz+xy+yz+zx+x+y+z+1$
$= 7$

**4.** 다음 식을 전개한 것 중 옳은 것을 고르면?

① $(x-y-z)^2 = x^2 - y^2 - z^2 - 2xy + 2yz - 2zx$

② $(3x-2y)^3 = 27x^3 - 54x^2y + 18xy^2 - 8y^3$

③ $(x+y)(x-y)(x^2+xy-y^2)(x^2-xy+y^2) = x^9 - y^9$

④ $(x^2-2xy+2y^2)(x^2+2xy+2y^2) = x^4 + 4y^4$

⑤ $(x+y-1)(x^2+y^2-xy+2x+2y+1) = x^3 + y^3 - 3xy - 1$

해설

① $(x-y-z)^2 = x^2 + y^2 + z^2 - 2xy + 2yz - 2zx$

② $(3x-2y)^3 = 27x^3 - 54x^2y + 36xy^2 - 8y^3$

③ $(x+y)(x-y)(x^2+xy+y^2)(x^2-xy+y^2)$
$= x^6 - y^6$

⑤ $(x+y-1)(x^2+y^2-xy+x+y+1)$
$= x^3 + y^3 - 3xy - 1$

**5.** $(x-1)(x+2)(x-3)(x+4)$를 전개할 때, 각 항의 계수의 총합을 $a$, 상수항을 $b$라 할 때, $a+b$의 값을 구하면?

① 8　② 15　③ 24　④ 36　⑤ 47

해설

$(x-1)(x+2)(x-3)(x+4)$
$= (x^2+x-2)(x^2+x-12)(x^2+x=X(\text{치환}))$
$= (X-2)(X-12)$
$= X^2-14X+24$
$= (x^2+x)^2-14(x^2+x)+24$
$= x^4+2x^3-13x^2-14x+24$
$\therefore\ a = 1+2-13-14+24 = 0,\ b = 24$
$\therefore\ a+b = 0+24 = 24$

해설

㉠ 각 항 계수의 총합 구하기
$x=1$ 대입, $a=0$
㉡ 상수항 구하기
$x=0$ 대입, $b=24$

**6.** $P=(2+1)(2^2+1)(2^4+1)(2^8+1)(2^{16}+1)$ 의 값을 구하면?

① $2^{32}-1$　　② $2^{32}+1$　　③ $2^{31}-1$

④ $2^{31}+1$　　⑤ $2^{17}-1$

**해설**

주어진 식에 $(2-1)=1$ 을 곱해도 식은 성립하므로

$$\begin{aligned}
P &= (2-1)(2+1)(2^2+1)(2^4+1)(2^8+1)(2^{16}+1) \\
&= (2^2-1)(2^2+1)(2^4+1)(2^8+1)(2^16+1) \\
&= (2^4-1)(2^4+1)(2^8+1)(2^{16}+1) \\
&= \qquad \vdots \\
&= (2^{16}-1)(2^{16}+1) \\
&= 2^{32}-1
\end{aligned}$$

**7.** $f(x)=x^3-3x^2+3x+1$일 때, $f(x)-2=x(x^2-1)+a(x-x^2)+b(x^2-1)$가 항상 성립하도록 하는 상수 $a$, $b$에 대하여 $a+b$의 값은?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$f(x)-2=x^3-3x^2+3x-1$이므로

$x^3-3x^2+3x-1=x(x^2-1)+a(x-x^2)+b(x^2-1)$

$=x^3+(-a+b)x^2+(a-1)x-b \cdots$ ㉠

㉠이 $x$에 대한 항등식이므로 양변의 차수가 같은 항의 계수가 같아야 한다.

즉, $-a+b=-3,\ a-1=3,\ b=1$

이므로 $a=4,\ b=1$

$\therefore\ a+b=5$

**8.** 상수 $a, b$에 대하여 다음 등식이 항상 성립할 때, $2a+b$의 값은?

$$\frac{a}{x-1}+\frac{b}{x+3}=\frac{6(x+1)}{(x-1)(x+3)}$$

① 2 ② 3 ③ 5 ④ 7 ⑤ 9

해설

등식이 항상 성립하기 위해서는 (분모) $\neq 0$이어야 한다.
양변에 공통분모인 $(x-1)(x+3)$을 곱하면,

$a(x+3)+b(x-1)=6(x+1)$

$(a+b)x+(3a-b)=6x+6$

$\therefore\ a+b=6,\ 3a-b=6$

두 식을 연립하여 풀면,

$a=3,\ b=6-a=3$

$\therefore\ 2a+b=2\times 3+3=9$

**9.** 등식 $x^2-2x+3=a+b(x-1)+c(x-1)^2$ 이 $x$에 관한 항등식일 때, $a^2+b^2+c^2$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설

$x^2-2x+3=a+b(x-1)+c(x-1)^2$

$x=1$을 대입하면 $2=a$ ······①

$x=0$을 대입하면 $3=a-b+c$ ······②

$x=2$를 대입하면 $3=a+b+c$ ······③

①을 ②, ③에 대입하여 정리하면

$b-c=-1,\ b+c=1$

두 식을 연립하면 $b=0,\ c=1$

$\therefore\ a^2+b^2+c^2=4+0+1=5$

**10.** 등식 $(x+1)(x-1)(x^3-x^2+x-1)=x^5-x^4+ax-b$가 항상 성립하도록 $a,b$값을 정할 때, $a+b$의 값을 구하면?

① $-2$ ② $-1$ ③ $0$ ④ $1$ ⑤ $2$

해설

양변에 $x=1$을 대입하면, $0=a-b\cdots$㉠
양변에 $x=-1$을 대입하면, $0=-2-a-b\cdots$㉡
㉠, ㉡ 에서 $a=b=-1$
$\therefore\ a+b=-2$

**11.** 다항식 $x^4-3x^2+ax+7$을 $x+2$로 나누면 나머지가 5이다. 이 때, $a$의 값은?

① 1　　② 2　　③ 3　　④ 4　　⑤ 5

해설

$f(x)=x^4-3x^2+ax+7$

$f(x)=(x+2)Q(x)+5$

$\therefore\ f(-2)=5$

$f(-2)=16-12-2a+7=5$

$\therefore\ a=3$

**12.** $x$에 관한 삼차식 $x^3+mx^2+nx+1$을 $x+1$로 나누면 나머지가 5이고, $x-2$로 나누면 나머지가 3이다. 이 때, 상수 $m-n$의 값은?

① 4 ② $\frac{13}{3}$ ③ $\frac{14}{3}$ ④ 5 ⑤ $\frac{16}{3}$

해설

나머지 정리를 이용한다.

주어진 식에 $x=-1, x=2$를 각각 대입하면

$x=-1$일 때,

$(-1)^3+m(-1)^2+n(-1)+1=5\cdots$①

$x=2$일 때, $(2)^3+m(2)^2+n\cdot 2+1=3\cdots$②

①, ②를 연립하면

$m=\frac{2}{3},\ n=-\frac{13}{3}$

$\therefore\ m-n=5$

**13.** $f(x) = 3x^3 + ax^2 + bx - 12$가 $x-1$로는 나누어 떨어지고, $x+1$로 나누었을 때는 나머지가 $-14$이다. 상수 $a$, $b$의 곱 $ab$의 값은?

① $-12$ ② $12$ ③ $-20$ ④ $20$ ⑤ $-36$

해설

나머지 정리에 의해 $f(1) = 0, f(-1) = -14$

$f(1) = 3 + a + b - 12 = 0 \cdots ①$

$f(-1) = -3 + a - b - 12 = -14 \cdots ②$

①, ②를 연립하면, $a = 5,\ b = 4$

$\therefore\ ab = 20$

**14.** 다항식 $f(x)$에 대하여, $f\left(\frac{1}{2}\right) = 3$, $f\left(\frac{1}{3}\right) = 1$일 때, $f(x)$를 $(2x-1)(3x-1)$로 나눈 나머지를 구하시오.

▶ 답 :

▷ 정답 : $12x-3$

해설

구하는 나머지를 $ax+b$라 하면

$f(x) = (2x-1)(3x-1)Q(x) + ax + b$

$x = \frac{1}{2}$, $x = \frac{1}{3}$을 각각 양변에 대입하면

$f\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{1}{2}a + b = 3$, $f\left(\frac{1}{3}\right) = \frac{1}{3}a + b = 1$

두 식을 연립하여 풀면 $\frac{1}{6}a = 2 \Rightarrow a = 12, b = -3$

$\therefore$구하는 나머지는 $12x-3$

**15.** 다항식 $2x^{30}+2x^{28}-x$를 $x+1$로 나누었을 때의 몫을 $Q(x)$라 할 때, $Q(x)$를 $x-1$로 나누었을 때의 나머지는?

① $-2$ ② $-1$ ③ $0$ ④ $1$ ⑤ $2$

해설

$2x^{30}+2x^{28}-x=(x+1)\,Q\,(x)+R$

양변에 $x=-1$을 대입 하면,

$2+2+1=R \therefore \ R=5$

양변에 $x=1$을 대입 하면,

$2+2-1=2Q\,(1)+5$

$\therefore \ Q\,(1)=-1$

**16.** $x^3$ 의 항의 계수가 1 인 삼차 다항식 $P(x)$ 가 $P(1) = P(2) = P(3) = 0$ 을 만족할 때, $P(4)$ 의 값은?

① 4 ② 6 ③ 8 ④ 10 ⑤ 12

해설

인수정리에 의해

$P(x) = (x-1)(x-2)(x-3)$

$P(4) = 3 \times 2 \times 1 = 6$

**17.** 다음 중 인수분해가 잘못된 것을 고르면?

① $(x-y)^2-xy(y-x)=(x-y)(x-y+xy)$

② $3a^2-27b^2=3(a+3b)(a-3b)$

③ $64a^3-125=(4a+5)(16a^2-20a+25)$

④ $(x^2-x)(x^2-x+1)-6=(x^2-x+3)(x+1)(x-2)$

⑤ $2x^2-5x+3=(x-1)(2x-3)$

해설

$64a^3-125$
$=(4a)^3-(5)^3$
$=(4a-5)\left(16a^2+20a+25\right)$

**18.** 자연수 $n$에 대하여 다음 등식이 성립할 때, $x^2-y^2$의 값은?

$$[(x+y)^n+(x-y)^n]^2-[(x+y)^n-(x-y)^n]^2=4\times 3^n$$

① 3 ② 4 ③ 6 ④ 7 ⑤ 9

해설

$[(x+y)^n+(x-y)^n]^2-[(x+y)^n-(x-y)^n]^2$

$=4\times 3^n$

$4\{(x+y)(x-y)\}^n=4\times 3^n$

$4(x^2-y^2)^n=4\times 3^n$

$\therefore\ x^2-y^2=3$

**19.** 자연수 $N = 35^3 + 3 \cdot 35^2 + 3 \cdot 35 + 1$ 의 양의 약수의 개수를 구하여라.(인수분해공식을 이용하여 푸시오.)

▶ 답 : ______ 개

▷ 정답 : 49 개

해설

$a^3 + 3a^2 + 3a + 1 = (a+1)^3$

$\therefore \; N = 35^3 + 3 \cdot 35^2 + 3 \cdot 35 + 1$

$= (35+1)^3 = 36^3 = 2^6 \times 3^6$

$\therefore$ 약수의 개수 $= (6+1) \times (6+1) = 49$

**20.** 이차항의 계수가 1인 두 이차다항식의 최대공약수가 $x+2$, 최소공배수가 $x^3+3x^2-10x-24$라고 한다. 이 때, 두 다항식을 바르게 구한 것은?

① $x^2-x-6,\ x^2+6x+8$　　② $x^2-3x-1,\ x^2+x+8$

③ $x^2-4x+3,\ x^2-x+2$　　④ $x^2-x-2,\ x^2-3x+8$

⑤ $x^2-3x-6,\ x^2+3x+7$

해설

두 다항식을 $A=aG$, $B=bG$ ($a$, $b$는 서로소)라고 하면
두 식의 최대공약수가 $x+2$이므로
$A=a(x+2)$, $B=b(x+2)$
따라서, $L=ab(x+2)$
$\qquad=x^3+3x^2-10x-24$이다.
이 때, 최소공배수 $L$은 최대공약수 $x+2$를 인수로 가지므로
조립제법을 이용하면
$L=(x+2)(x-3)(x+4)$
$a$, $b$는 일차식이므로
$a=x-3$, $b=x+4$ 또는 $a=x+4$, $b=x-3$
따라서, 두 다항식은
$(x-3)(x+2)=x^2-x-6$과 $(x+4)(x+2)=x^2+6x+8$이다.

**21.** $x$에 관한 3차식 $x^3+px^2-q^2$, $x^3-(3q-p)x+2(q-1)$의 최대공약수가 $x-1$일 때, $pq$의 값을 구하면?

① $-2$　② $-1$　③ $0$　④ $1$　⑤ $2$

해설

$f(x)=x^3+px^2-q^2$,
$q(x)=x^3-(3q-p)x+2(q-1)$라 놓으면
최대공약수가 $x-1$이므로
$f(1)=1+p-q^2=0\cdots$㉠
$g(1)=1-(3q-p)+2(q-1)=0$에서
$p-q-1=0\cdots$㉡
㉠, ㉡에서 $q^2-q-2=0$, $(q-2)(q+1)=0$
( i ) $q=2$일 때, ㉡ $p=3$
$f(x)=(x-1)(x+2)^2$, $g(x)=(x-1)^2(x+2)$
$\therefore$ $G.C.D$가 $x-1$이라는 것에 모순
( ii ) $q=-1$일 때, ㉡ $p=0$
$f(x)=(x-1)(x^2+x+1)$,
$g(x)=(x-1)(x^2+x+4)$
$\therefore$ $G.C.D$는 $x-1$
$\therefore$ $pq=0$

**22.** $x^2+ax-9$와 $x^2+bx+c$의 합은 $2x^2-4x-6$, 최소공배수는 $x^3-x^2-9x+9$이다. $a-b+c$의 값을 구하여라. (단, $a$, $b$, $c$는 상수이다.)

▶ 답 :

▷ 정답 : 7

해설

$A = x^2 + ax - 9 = Gp$

$B = x^2 + bx + c = Gq$라 하면

$A + B = (p+q)G = 2x^2 - 4x - 6 = 2(x+1)(x-3)$

$L = pqG = x^3 - x^2 - 9x + 9 = x^2(x-1) - 9(x-1)$

$= (x-1)(x^2-9) = (x-1)(x+3)(x-3)$

따라서, $G = x-3$, $p = x+3$, $q = x-1$이다.

$\therefore\ A = (x+3)(x-3) = x^2 - 9$

$B = (x-1)(x-3) = x^2 - 4x + 3$

$\therefore\ a = 0,\ b = -4,\ c = 3$

$\therefore\ a - b + c = 7$

**23.** 복소수 $(1-xi)(1-i)$가 순허수가 되도록 실수 $x$의 값을 정하여라.

▶ **답 :**

▷ **정답 :** $x=1$

해설

$(1-xi)(1-i)=(1-x)+(-1-x)i$

순허수이려면 실수부가 $0 \Rightarrow 1-x=0$,

$x=1$

**24.** $|x-y|+(y-2)i=5x-2-3xi$를 만족하는 실수를 $x$, $y$라 할 때, $\frac{x}{y}$의 값은? (단, $i^2=-1$)

① $\frac{3}{2}$ ② $\frac{2}{3}$ ③ $\frac{1}{2}$ ④ $\frac{1}{3}$ ⑤ $\frac{3}{4}$

해설

(i) $x \geq y$일 때,

$$(x-y)+(y-2)i=5x-2-3xi$$

$$x-y=5x-2,\quad y-2=-3x$$

$\therefore\ x=0,\ y=2$($x<y$이므로 부적합)

(ii) $x<y$일 때.

$$-(x-y)+(y-2)i=5x-2-3xi$$

$$-x+y=5x-2,\ y-2=-3x$$

$$\therefore\ x=\frac{4}{9},\ y=\frac{2}{3}$$

$$\therefore\ \frac{x}{y}=\frac{4}{9}\times\frac{3}{2}=\frac{2}{3}$$

**25.** 허수단위 $i$에 대하여 $i + i^2 + i^3 + i^4 + i^5 + i^6$을 간단히하면?

① $1 + i$ ② $-1 + i$ ③ $2i$

④ $2 + i$ ⑤ $2$

해설

$$i + i^2 + i^3 + i^4 + i^5 + i^6$$
$$= i + (-1) + (-i) + 1 + i + (-1)$$
$$= -1 + i$$

**26.** 복소수 $z$에 대해 $z = i^m + i^n, m, n$은 양의 정수인 $z$의 개수를 구하면 몇 개나 될 것인지 구하면? (단, $i = \sqrt{-1}$ )

① 6 개　② 7 개　③ 8 개　④ 9 개　⑤ 10 개

해설

$m = 1, n = 1, z = i + i = 2i$

$m = 1, n = 2, z = i - 1$

$m = 1, n = 3, z = i - i = 0$

$m = 1, n = 4, z = i + 1$

$m = 1, n = 5, z = i + i = 2i$

| | 1 | 2 | 3 | 4 |
|---|---|---|---|---|
| 1 | $2i$ | $i - 1$ | 0 | $i + 1$ |
| 2 | $-1 + i$ | $-2$ | $-1 - i$ | 0 |
| 3 | 0 | $-i - 1$ | $-2i$ | $-i + 1$ |
| 4 | $1 + i$ | 0 | $1 - i$ | 2 |

$z = 0, 2, -2, 2i, -2i, 1 + i, -1 + i, -1 - i, 1 - i$

$\therefore$ 9 개

**27.** $\bar{z} = -z$ 를 만족하는 $z$ 에 대하여 $w = \dfrac{z-1}{z+1}$ 이라 할 때, $w\bar{w}$ 의 값을 구하여라. (단, $\bar{z}$ 는 $z$ 의 켤레복소수이다.)

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

$z = a + bi$ ($a$, $b$ 는 실수) 로 놓으면 $\bar{z} = a - bi$

$\bar{z} = -z$ 이므로 $a - bi = -(a + bi)$

$a - bi = -a - bi$ , $2a = 0$

따라서 $a = 0$ 이므로 $z = bi$

$z = bi$ 를 $w = \dfrac{z-1}{z+1}$ 에 대입하면

$$w = \frac{-1+bi}{1+bi},\ \bar{w} = \overline{\left(\frac{-1+bi}{1+bi}\right)} = \frac{-1-bi}{1-bi}$$

$$\therefore\ \bar{w} = \frac{-1+bi}{1+bi} \cdot \frac{-1-bi}{1-bi}$$

$$= \frac{-1+bi}{1+bi} \cdot \frac{-(1+bi)}{-(-1+bi)}$$

$$= \frac{-1+bi}{1+bi} \cdot \frac{1+bi}{-1+bi} = 1$$

**28.** 다음 등식을 만족하는 실수 $x$의 값을 $a$, $y$의 값을 $b$라 할 때, $a+2b$의 값을 구하여라.
(단, $\overline{x+yi}$ 는 $x+yi$ 의 켤레복소수이다.)

$$(2+i)(\overline{x+yi}) = 5(1-i)$$

▶ 답 :

▷ 정답 : 7

해설

$(2+i)(\overline{x+yi}) = 5(1-i)$

$(\overline{x+yi}) = \dfrac{5(1-i)}{2+i} = 1-3i$

$x+yi = 1+3i$

$a = 1,\ b = 3$

$\therefore\ a+2b = 7$

**29.** $x = \dfrac{1-\sqrt{2}i}{3}$ 일 때, $3x^2 - 2x$ 의 값은?(단, $i = \sqrt{-1}$ )

① $-i$　　② -1　　③ $0$　　④ $1$　　⑤ $i$

해설

$x = \dfrac{1-\sqrt{2}i}{3}$, $3x - 1 = -\sqrt{2}i$ 의 양변을 제곱하면

$9x^2 - 6x + 1 = -2$ , $9x^2 - 6x = -3$

양변을 3 으로 나누면

$\therefore\ 3x^2 - 2x = -1$

**30.** 다음 중 옳은 것은?

① $\sqrt{-3}\times\sqrt{-4}=-\sqrt{12}$

② $\sqrt{-3}\times\sqrt{-4}=\sqrt{12}$

③ $\sqrt{-3}\times\sqrt{4}=-\sqrt{12}$

④ $\dfrac{\sqrt{-3}}{\sqrt{-4}}=-\sqrt{\dfrac{3}{4}}$

⑤ $\dfrac{\sqrt{-3}}{\sqrt{4}}=-\sqrt{\dfrac{3}{4}}$

**해설**

② $\sqrt{-3}\times\sqrt{-4}=\sqrt{3}i\times\sqrt{4}i=-\sqrt{12}$

③ $\sqrt{-3}\times\sqrt{4}=\sqrt{3}i\times\sqrt{4}=\sqrt{12}i$

④ $\dfrac{\sqrt{-3}}{\sqrt{-4}}=\sqrt{\dfrac{3}{4}}$

⑤ $\dfrac{\sqrt{-3}}{\sqrt{4}}=\sqrt{\dfrac{3}{4}}i$

**31.** $a<0$, $b<0$ 일 때, 다음 중 옳은 것을 고르면?

① $a\sqrt{b}=\sqrt{a^2b}$ ② $\dfrac{\sqrt{b}}{a}=\sqrt{\dfrac{b^2}{a}}$

③ $\sqrt{a^2b^2}=ab$ ④ $\sqrt{-ab}=\sqrt{a}\sqrt{b}i$

⑤ $\sqrt{ab}=\sqrt{a}\sqrt{b}i$

해설

① $\sqrt{a^2b}=-a\sqrt{b}$

② $\sqrt{\dfrac{b^2}{a}}=\dfrac{\sqrt{b}}{\sqrt{a^2}}=\dfrac{\sqrt{b}}{-a}$

③ $\sqrt{a^2b^2}=\sqrt{a}^2\sqrt{b}^2$
$=(-a)(-b)=ab$

④ $\sqrt{-ab}=\sqrt{-a}\sqrt{b}$
$=\sqrt{(-1)a}\sqrt{b}$
$=-\sqrt{-1}\sqrt{a}\sqrt{b}$
$=-\sqrt{a}\sqrt{b}i$

⑤ $\sqrt{ab}=-\sqrt{a}\sqrt{b}$

**32.** 이차방정식 $x^2 - px + 2p + 1 = 0$이 중근을 갖도록 하는 실수 $p$의 값을 모두 곱하면?

① $-8$ ② $-4$ ③ $1$ ④ $4$ ⑤ $8$

해설

$$D = p^2 - 4(2p+1)$$
$$= p^2 - 8p - 4 = 0$$

판별식으로부터 나온 $p$에 대한 방정식의 근들이 주어진 식이 중근을 갖게 하므로

실수 $p$ 값들의 곱은 근과 계수의 관계에서 $-4$이다.

**33.** $x, y$ 에 대한 이차식 $2x^2 + xy - y^2 - x + 2y + k$ 가 $x, y$ 에 대한 일차식의 곱으로 인수분해 될 때, 상수 $k$ 의 값은 ?

① $-1$  ② $-2$  ③ $-3$  ④ $-4$  ⑤ $-5$

해설

$2x^2 + xy - y^2 - x + 2y + k$를 $x$ 에 대해 정리하면
$2x^2 + (y - 1)x - y^2 + 2y + k$
이 식이 일차식의 곱으로 인수분해 되려면
판별식이 완전제곱식이 되어야 한다.

$$D = (y-1)^2 - 4x2(-y^2 + 2y + k)$$
$$= 9y^2 - 18y - 8k + 1$$

이 식이 완전제곱식이므로

$$\frac{D'}{4} = 9^2 + 9(-8k + 1)$$

$\therefore k = -1$

해설

일차식의 곱으로 이루어져있으므로, 이차항을 이용하여
$(2x - y + a)(x + y + b)$ 로 나타낼 수 있다.
전개하면, $2x^2 + xy - y^2 + (a + 2b)x + (a - b)y + ab$ 이고
문제에 주어진 식과 같아야 되므로,

$$\begin{array}{rl} & a+2b=-1 \\ -) & a-\ \ b=2 \\ \hline & 3b=-3 \end{array}$$

$\therefore a = 1, \quad b = -1$
$\therefore k = ab = -1$

**34.** 이차식 $x^2-xy-2y^2-ax-3y-1$ 이 $x,\ y$ 에 관한 두 일차식의 곱으로 인수분해 되는 모든 상수 $a$ 의 값의 합은?

① 1 ② $\frac{3}{2}$ ③ 2 ④ $\frac{5}{2}$ ⑤ 3

해설

(주어진 식)$=0$이라 놓고 $x$에 관하여 정리하면

$x^2-(a+y)x-(2y^2+3y+1)=0$

근의 공식에서

$$x=\frac{a+y\pm\sqrt{(a+y)^2+4(2y^2+3y+1)}}{2}$$

$$=\frac{a+y\pm\sqrt{9y^2+2(a+6)y+a^2+4}}{2}$$

주어진 식이 $x,\ y$에 관한 일차식으로 인수분해되려면 근호 안의 식$(=D)$ 이 완전제곱 꼴이어야 한다.

$D=9y^2+2(a+6)y+a^2+4$의 판별식이 0 이 되어야 하므로

$$\frac{D'}{4}=(a+6)^2-9(a^2+4)=-8a^2+12a=0$$

$\therefore\ a=0$ 또는 $a=\frac{3}{2}$

$\therefore\ 0+\frac{3}{2}=\frac{3}{2}$

**35.** $x^2+ax+b=0$ ($a, b$ 는 실수)의 한 근이 $1+i$ 일 때, $a$ 의 값은?

① $-2$　② $-1$　③ $0$　④ $1$　⑤ $2$

**해설**

한 근이 $1+i$ 이므로,
켤레근 $1-i$ 도 식의 근.
$(1+i)+(1-i)=-a$
$\therefore\ a=-2$

**36.** 이차방정식 $x^2-2x+a+1=0$의 두 근이 서로 다른 부호의 실근을 가질 때, $a$의 값의 범위를 구하여라.

▶ **답 :**

▷ **정답 :** $a<-1$

해설

(두 근의 곱)$=a+1<0$ $\quad\therefore a<-1$

**37.** 다음의 이차방정식에 대한 설명 중 <u>틀린</u> 것은? (단, $a$, $b$, $c$는 실수이다.)

① 이차방정식 $ax^2+bx+c=0$의 두 근을 $\alpha$, $\beta$라 하면 $ax^2+bx+c=a(x-\alpha)(x-\beta)$이다.

② 이차방정식 $ax^2+bx+c=0$의 두 근을 $\alpha$, $\beta$, $D=b^2-4ac$라고 하면 $(\alpha-\beta)^2=\dfrac{D}{a^2}$이다.

③ 이차방정식 $ax^2+bx+c=0$이 서로 다른 부호의 두 실근을 가지기 위한 필요충분 조건은 $ab<0$이다.

④ 이차방정식 $x^2+ax+b=0$이 서로 다른 두 실근을 가지면, $x^2+(a-2c)x+b-ac$도 서로 다른 두 실근을 갖는다.

⑤ 이차방정식 $ax^2+bx+c=0$의 두 근을 $\alpha$, $\beta$라 하면 $\alpha+\beta=-\dfrac{b}{a}$, $\alpha\beta=\dfrac{c}{a}$(단, $a\neq 0$)

해설

③ 이차방정식 $ax^2+bx+c=0$이 서로 다른 부호의 두 실근을 가지기 위한 필요충분 조건은 $ac<0$이다.

**38.** $x$에 관한 이차방정식 $x^2-k(k+3)x+k^2-1=0$의 두 근 중 단 하나만이 양이 되기 위한 실수 $k$의 조건은?

① $-1<k\leq 1$ ② $-1<k<1$ ③ $0<k\leq 2$

④ $-1\leq k\leq 0$ ⑤ $-1\leq k\leq 1$

**해설**

이차방정식의 두 근을 $\alpha$, $\beta$라 하자.

( i ) 한 근은 양, 다른 근은 음일 때,

$\alpha\beta=k^2-1<0$, $(k+1)(k-1)<0$

$\therefore\ -1<k<1$

( ii ) 한 근은 양, 다른 근은 0일 때,

$\alpha+\beta=k(k+3)>0 \quad \therefore\ k>0,\ k<-3$

$\alpha\beta=k^2-1=0 \quad \therefore\ k=\pm 1$

따라서, $k=1$

그러므로, ( i )과 ( ii )에서 $-1<k\leq 1$

**39.** 이차함수 $y=2(x-1)^2+3$ 의 최솟값을 구하여라.

▶ **답 :**

▷ **정답 :** 3

해설

$y=2(x-1)^2+3$ 의 그래프는 $x=1$ 일 때 최솟값이 3 이다.

**40.** $y = -x^2 + 4x - a + 3$ 의 그래프가 $x$ 축과 점 $(3,\ 0)$ 에서 만날 때, 이차함수의 최댓값은?

① 5 ② 4 ③ 3 ④ 2 ⑤ 1

해설

$(3,\ 0)$ 을 $y = -x^2 + 4x - a + 3$ 에 대입하면

$0 = -9 + 12 - a + 3$

$\therefore\ a = 6$

$y = -x^2 + 4x - 3$

$\quad = -(x^2 - 4x + 4 - 4) - 3$

$\quad = -(x - 2)^2 + 1$

$\therefore x = 2$ 일 때, 최댓값 1

**41.** 이차함수 $y=ax^2+bx+c$ 의 그래프가 $x=1$ 에서 최솟값 $-1$ 을 갖고 한 점 $(3,\ 7)$ 을 지날 때, $a+b+c$ 의 값은?

① $-2$　② $-1$　③ $0$　④ $1$　⑤ $2$

해설

꼭짓점이 $(1,\ -1)$ 이므로

$y=a(x-1)^2-1=ax^2-2ax+a-1$

$(3,\ 7)$ 을 대입하면

$7=9a-6a+a-1$

$a=2$ , $b=-4$, $c=1$

$\therefore\ a+b+c=2+(-4)+1=-1$

**42.** 다음 이차함수 $y = x^2 - 2x - 2$ 의 $x$의 범위가 $-2 \le x \le 2$ 일 때, 이 함수의 최댓값은?

① $-3$ ② $-2$ ③ $0$ ④ $6$ ⑤ $9$

해설

$y = x^2 - 2x - 2 \Rightarrow \quad y = (x-1)^2 - 3$
$-2 \le x \le 2$ 이므로 $x = 1$ 에서 최솟값,
$x = -2$ 에서 최댓값을 갖는다.
$\therefore$ 최댓값 : $(-2-1)^2 - 3 = 6$

**43.** 함수 $y=(x^2-2x+3)^2-2(x^2-2x+3)+1$ 의 최솟값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

$t=x^2-2x+3$ 으로 놓으면

$y=t^2-2t+1=(t-1)^2 \cdots$ ㉠

또, $t=(x-1)^2+2$ 이므로

$t \geq 2 \cdots$ ㉡

㉡의 범위에서 ㉠의 최솟값은

$t=2$일 때 1이다.

**44.** 지면으로부터 초속 30m 로 위로 던진 공의 $t$ 초 후의 높이를 $h$m 라고 하면 $h = -5t^2 + 30t$ 인 관계가 성립한다. 이 공이 가장 높이 올라갔을 때의 지면으로부터의 높이를 구하여라.

▶ 답 : ______ m

▷ 정답 : 45 m

해설

$h = -5t^2 + 30t$ 에서 $h = -5(t-3)^2 + 45$ 이다.
따라서 가장 높이 올라갔을 때의 높이는 45m 이다.

**45.** 방정식 $x^3+x^2+px+q=0$ 에 대하여 한 근이 $1-i$ 일 때, $p+q$ 값을 구하면?

① $-3$ ② $-1$ ③ $0$ ④ $1$ ⑤ $2$

해설

한 근이 $1-i$이므로
켤레복소수인 $1+i$ 도 근이 된다. 나머지 한 근을 $\alpha$ 라 하면 근과 계수와의 관계에 의해
$-1=(1-i)+(1+i)+\alpha \therefore \alpha=-3$
$p=(1-i)(1+i)-3(1-i)-3(1+i)$
$\therefore p=-4$
$-q=(1-i)(1+i)\cdot(-3)=-6$
$\therefore q=6$
$\therefore\ p+q=-4+6=2$

**46.** $x^3 - 1 = 0$의 한 허근을 $\omega$라 할 때, $\omega^3 + \overline{\omega}^3$의 값을 구하면? (단, $\overline{\omega}$는 $\omega$의 켤레복소수이다.)

① $-1$　　② $0$　　③ $1$　　④ $2$　　⑤ $3$

해설

$x^3 - 1 = (x - 1)(x^2 + x + 1) = 0$

$x = 1$ 또는 $x = \dfrac{-1 \pm \sqrt{3}i}{2}$

$\dfrac{-1 + \sqrt{3}i}{2}$를 $\omega$라 하면

$\overline{\omega} = \dfrac{-1 - \sqrt{3}i}{2}$

$\therefore\ \omega^3 = 1,\ \overline{\omega}^3 = 1,\ \omega^3 + \overline{\omega}^3 = 2$

**47.** 방정식 $x^2+x+1=0$의 한 근을 $\omega$라 할 때, $\dfrac{2w^2+3\overline{w}}{w^{100}+1}$의 값을 구하면? (단, $\overline{w}$는 $w$의 켤레복소수이다.)

① 2 ② 3 ③ 5 ④ −3 ⑤ −5

해설

$x^2+x+1=0$의 두 근은

$\omega, \overline{\omega} \Rightarrow \omega+\overline{\omega}=-1,\ \omega\overline{\omega}=1$

$\omega^2+\omega+1=0,$

$(\omega-1)(\omega^2+\omega+1)=0,\ \omega^3-1=0,\ \omega^3=1$

$\overline{\omega}^2+\overline{\omega}+1=0,$

$(\overline{\omega}-1)(\overline{\omega}^2+\overline{\omega}+1)=0,$

$\overline{\omega}^3-1=0,\ \overline{\omega}^3=1$

$$\frac{2\omega^2+3\overline{\omega}}{\omega^{100}+1}=\frac{2\omega^2+3\overline{\omega}}{(\omega^3)^{33}\omega+1}$$

$$=\frac{2\omega^2}{-\omega^2}+\frac{3\overline{\omega}}{-\omega^2}$$

$$=-2+\frac{3\omega\overline{\omega}}{-\omega^3}$$

$$=-2-\frac{3}{1}=-5$$

**48.** 어떤 정육면체의 밑변의 가로의 길이를 1 cm줄이고, 세로의 길이와 높이를 각각 2 cm, 3 cm씩 늘였더니 이 직육면체의 부피가 처음 정육면체의 부피의 $\frac{5}{2}$ 배가 되었다. 처음 정육면체의 한 변의 길이를 구하여라. (단, 정육면체 한 변의 길이는 유리수이다.)

▶ 답 : ______ cm

▷ 정답 : 2 cm

해설

정육면체의 한 변의 길이가 $x$ cm라 하면

조건으로부터 $(x-1)(x+2)(x+3)=\frac{5}{2}x^3$,

$x^3+4x^2+x-6=\frac{5}{2}x^3$,

$\frac{3}{2}x^3-4x^2-x+6=0$ 에서

$3x^3-8x^2-2x+12=0$을 풀면 $x=2(\mathrm{cm})$

**49.** 방정식 $x^3+2x^2-3x+1=0$의 세 실근을 $\alpha$, $\beta$, $\gamma$ 라 할 때, $(2-\alpha)(2-\beta)(2-\gamma)$의 값을 구하면?

① 7 ② 11 ③ 15 ④ 19 ⑤ 21

**해설**

근과 계수와의 관계에 의해
$\alpha+\beta+\gamma=-2,\ \alpha\beta+\beta\gamma+\gamma\alpha=-3,\ \alpha\beta\gamma=-1$
$x^3+2x^2-3x+1=0$의 세 근이 $\alpha$ ,$\beta$ ,$\gamma$이므로$(x-\alpha)(x-\beta)(x-\gamma)=0$ 이다. $x=2$를 대입하면 $(2-\alpha)(2-\beta)(2-\gamma)=2^3-2^2(\alpha+\beta+\gamma)+2(\alpha\beta+\beta\gamma+\gamma\alpha)-\alpha\beta\gamma=2^3+2\times2^2-2\times3+1$
$=8+8-6+1=11$

**50.** 다음 연립방정식의 모든 해의 합을 구하여라.

$$\begin{cases} x+y=-3 \\ xy=-4 \end{cases}$$

▶ 답 :

▷ 정답 : $-6$

해설

$x,\ y$ 는 $t$ 에 대한 이차방정식 $t^2+3t-4=0$ 의 두 근이므로
$(t-1)(t+4)=0$ 에서
$t=1$ 또는 $t=-4$
따라서, 구하는 해는

$$\begin{cases} x=1 \\ y=-4 \end{cases} \quad \text{또는} \quad \begin{cases} x=-4 \\ y=1 \end{cases}$$

$\therefore\ 1+(-4)+(-4)+1=-6$