1. □ABCD가 평행사변형일 때, 다음 중 옳지 않은 것은?

① $\overline{AC} \perp \overline{BD}$이면 마름모이다.
② $\angle A = 90^\circ$이면 직사각형이다.
③ $\angle ABD = \angle DBC$이면 마름모이다.
④ $\angle B = 90^\circ$, $\overline{AC} = \overline{BD}$이면 정사각형이다.
⑤ $\overline{AB} = \overline{BC}$, $\overline{AC} = \overline{BD}$이면 정사각형이다.

해설
$\angle B = 90^\circ$이고, $\overline{AC} = \overline{BD}$이면 직사각형일 수도 있다.

2. 다음 중 사각형에 대한 설명 중 옳지 <u>않은</u> 것은?

① 두 대각선의 길이가 같은 평행사변형은 직사각형이다.
② 이웃하는 두 각의 크기가 같은 평행사변형은 정사각형이다.
③ 이웃하는 두 변의 길이가 같은 평행사변형은 마름모이다.
④ 두 대각선이 서로 다른 것을 수직 이등분하는 직사각형은 정사각형이다.
⑤ 한 내각이 직각인 평행사변형은 직사각형이다.

해설

이웃하는 두 각의 크기가 같은 평행사변형은 직사각형이다.

3. 사다리꼴, 평행사변형, 직사각형, 마름모, 정사각형의 관계를 나타낸 것 중 옳지 <u>않은</u> 것은?

① 정사각형은 마름모이며 사다리꼴이다.

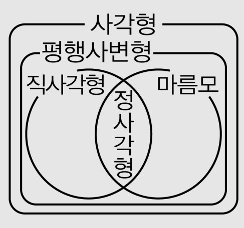
② 정사각형은 직사각형이며 평행사변형이다.

③ 정사각형은 평행사변형이며 사다리꼴이다.

④ 마름모는 평행사변형이며 사다리꼴이다.

⑤ 직사각형은 마름모이며 평행사변형이다.

해설

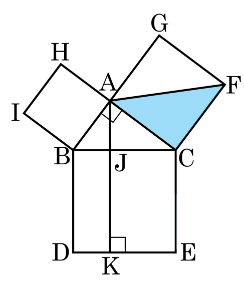


4. 다음 중 거짓인 것은?

① 정사각형은 마름모이다.
② 사다리꼴은 사각형이다.
③ 마름모는 평행사변형이다.
④ 정사각형은 평행사변형이다.
⑤ 사다리꼴은 직사각형이다.

해설
⑤ 직사각형은 사다리꼴이다.

5. 다음 그림과 같이 $\angle A = 90°$ 인 직각삼각형 ABC 에서 세 변 $\overline{AB}$, $\overline{BC}$, $\overline{CA}$ 를 각각 한 변으로 하는 정사각형을 그렸다. 다음 중 $\triangle ACF$ 와 넓이가 같은 것은 모두 몇 개인가?



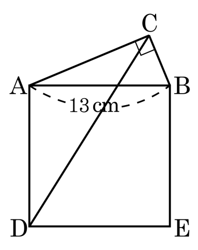
㉠ $\triangle ABC$	㉡ $\triangle BCF$	㉢ $\triangle ACK$
㉣ $\frac{1}{2}\square CEKJ$	㉤ $\triangle ACE$	㉥ $\triangle BCI$

① 1 개 ② 2 개 ③ 3 개 ④ 4 개 ⑤ 5 개

해설

$\triangle ACF = \triangle BCF = \frac{1}{2}\square CEKJ = \triangle ACE$

6. 다음 그림은 $\angle C = 90°$ 인 직각삼각형 ABC 의 변 $\overline{AB}$ 를 한 변으로 하는 정사각형을 그린 것이다. $\overline{AB} = 13\,cm$, $\triangle ACD = 72\,cm^2$ 일 때, $\overline{BC}$ 를 한 변으로 하는 정사각형의 넓이는?

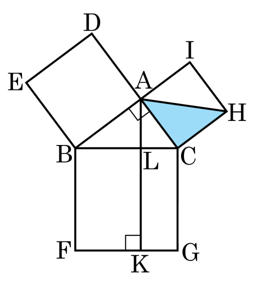


① $21\,cm^2$ ② $22\,cm^2$ ③ $25\,cm^2$
④ $30\,cm^2$ ⑤ $40\,cm^2$

해설

$\triangle ACD$ 는 $\overline{AC}$ 를 한 변으로 하는 정사각형 넓이의 $\frac{1}{2}$ 이므로 $\overline{AC}$ 를 한 변으로 가지는 정사각형의 넓이는 $144\,cm^2$ 이다.
또, $\square ADEB = 13^2 = 169\ (cm^2)$ 이므로 $\overline{BC}$ 를 한 변으로 하는 정사각형의 넓이는
$169 - 144 = 25\ (cm^2)$ 이다.

7. 다음 그림은 $\angle A = 90°$ 인 직각삼각형 ABC 에서 세 변을 각각 한 변으로 하는 정사각형을 그린 것이다. 이 때, $\triangle ACH$ 와 넓이가 같지 않은 것을 모두 고르면?



① $\triangle CBH$ ② $\triangle ABC$ ③ $\triangle CGA$

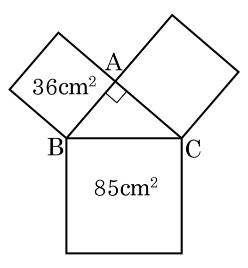
④ $\triangle CGL$ ⑤ $\triangle ABE$

해설

삼각형의 합동조건과 평행선을 이용해서 $\triangle ACH$ 와 넓이가 같은 것을 찾으면

$\triangle CBH$,$\triangle CGA$,$\triangle CGL$ 이다.

8. 다음은 직각삼각형 ABC 의 각 변을 한 변으로 하는 세 개의 정사각형을 그린 것이다. $\overline{AC}$ 의 길이는?



① 6 cm ② 7 cm ③ 8 cm

④ 9 cm ⑤ 10 cm

해설

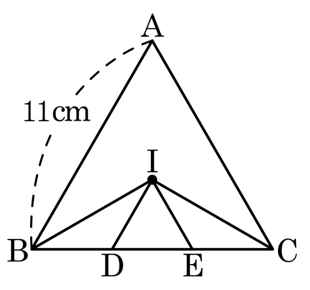
$\overline{AB}$ 를 포함하는 정사각형의 넓이가 $36\,cm^2$

$\overline{BC}$ 를 포함하는 정사각형의 넓이가 $85\,cm^2$ 이다.

$\overline{AC}$ 를 포함하는 정사각형의 넓이는

$85-36=49\ (cm^2)$ 이므로 $\overline{AC}=7\,cm$ 이다.

9. 다음 그림에서 점 I 는 정삼각형 ABC 의 내심이다. $\overline{AB}//\overline{ID}$, $\overline{AC}//\overline{IE}$ 이고 $\overline{AB} = 11\text{cm}$ 일 때, $\triangle IDE$ 의 둘레의 길이는?

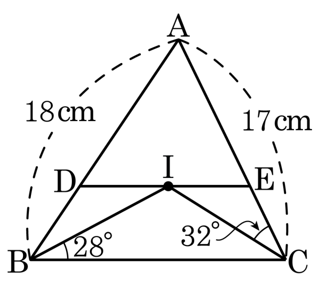


① $\frac{11}{3}\text{cm}$　② $\frac{11}{2}\text{cm}$　③ 11cm
④ 12cm　⑤ 13cm

해설

$\angle ABI = \angle IBD$ 이고 $\angle ABI = \angle BID (\because \overline{AB}//\overline{ID})$ 이므로 $\angle IBD = \angle BID$ 이다. $\Rightarrow \overline{BD} = \overline{ID}$
같은 방법으로 $\angle ACI = \angle ICE$ 이고 $\angle ACI = \angle CIE$ $(\because \overline{AC}//\overline{IE})$ 이므로 $\angle ICE = \angle CIE$ 이다.$\Rightarrow \overline{IE} = \overline{EC}$ 이다.
따라서 ($\triangle IDE$ 의 둘레의 길이) $= \overline{ID} + \overline{DE} + \overline{IE} = \overline{BD} + \overline{DE} + \overline{EC} = \overline{BC} = 11(\text{cm})$ 이다.

10. 다음 그림에서 점 I 는 $\triangle ABC$ 의 내심이고 $\overline{DE} // \overline{BC}$ 일 때, 다음 중 옳지 <u>않은</u> 것은?



① $\triangle ADE$ 의 둘레의 길이는 35cm 이다.

② $\overline{DI} = \overline{DB}$

③ $\angle A = 60°$

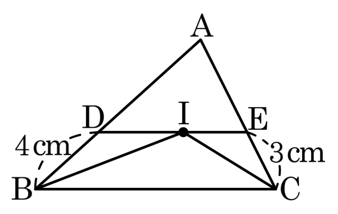
④ $\overline{DB} = \overline{EC}$

⑤ $\angle EIC = 32°$

해설

$\triangle DBI$ 와 $\triangle EIC$ 는 이등변삼각형이다.
④ $\overline{DB} = \overline{DI}$, $\overline{EC} = \overline{EI}$

11. $\triangle ABC$ 에서 점 I 는 내심이다. 다음 그림과 같이 $\overline{DE}$ 는 내심을 지나면서 $\overline{BC}$ 에 평행일 때, $\overline{DI}$ 의 길이는?



① 1 cm ② 2 cm ③ 3 cm ④ 4 cm ⑤ 5 cm

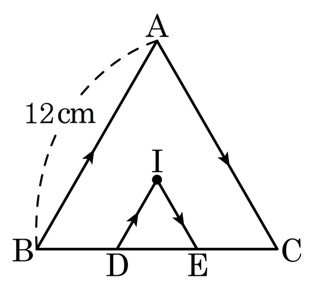
해설

점 I 는 내심이므로 $\angle DBI = \angle CBI$, $\angle CBI = \angle DIB$ (엇각)

즉, $\angle DBI = \angle DIB$

따라서 $\overline{BD} = \overline{DI} = 4\,\text{cm}$

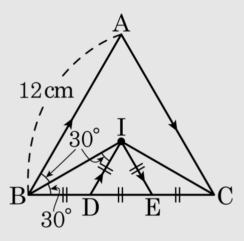
12. 다음 그림에서 $\triangle ABC$는 정삼각형이고, 점I는 $\triangle ABC$의 내심이다. $\overline{AB} /\!/ \overline{ID}$, $\overline{AC} /\!/ \overline{IE}$이고 $\overline{AB} = 12\text{cm}$일 때, $\overline{DE}$의 길이는?



① $\frac{5}{2}\text{cm}$ ② 3cm ③ $\frac{7}{2}\text{cm}$ ④ 4cm ⑤ $\frac{9}{2}\text{cm}$

해설

점I 는 $\triangle ABC$ 의 내심이므로
$\angle ABI = \angle CBI = 30°$ 또, $\overline{AB} /\!/ \overline{ID}$ 이므로
$\angle ABI = \angle BID = 30°$ (엇각) 같은 방법으로
$\angle ICA = \angle CIE = 30°$ 이므로 $\triangle IDE$ 에서 $\angle IDE = \angle IED = 60°$
따라서 $\triangle IDE$ 는 정삼각형이므로 $\overline{BD} = \overline{DE} = \overline{EC}$
$\therefore \overline{DE} = \frac{1}{3}\overline{BC} = 4(\text{cm})$



13. A 시에서 B 시로 가는 길이 4가지, B 시에서 C 시로 가는 길은 3가지가 있다. A 시에서 B 시를 거쳐서 C로 갔다가 돌아올 때, 갔던 길은 돌아오지 않고, 다시 B 시를 거쳐 A 시로 돌아오는 방법은 몇 가지인가?

① 18가지　② 24가지　③ 36가지
④ 72가지　⑤ 80가지

해설

갈 때 A → B → C : $4 \times 3 = 12$(가지)
돌아올 때 C → B → A : $2 \times 3 = 6$(가지)
따라서 $12 \times 6 = 72$(가지)이다.

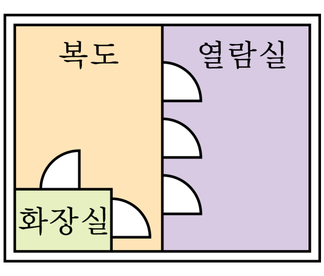
14. 다음 그림과 같이 A 에서 B 로 가는 길이 3 가지, B 에서 C 로 가는 길이 3 가지일 때, A 에서 B 를 거쳐 C 로 가는 방법은 모두 몇 가지인가?

① 3 가지 ② 6 가지 ③ 9 가지
④ 12 가지 ⑤ 15 가지

해설

$3 \times 3 = 9$ (가지)

15. 다음 그림과 같은 도서관의 평면도에서 열람실을 나와 화장실로 가는 방법의 수는?

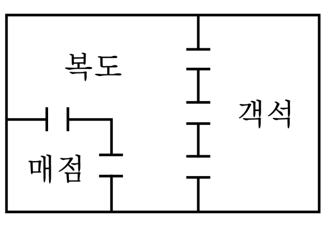


① 2가지 ② 3가지 ③ 4가지
④ 5가지 ⑤ 6가지

해설

열람실에서 복도로 가는 경우의 수 : 3가지
복도에서 화장실로 가는 경우의 수 : 2가지
$\therefore 3 \times 2 = 6$(가지)

16. 다음 그림과 같은 극장의 평면도가 있다. 객석을 나와서 매점으로 가는 경우의 수를 구하면 ?

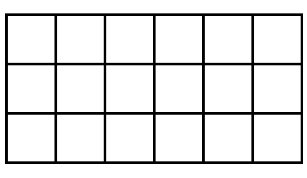


① 5가지　② 6가지　③ 12가지
④ 18가지　⑤ 24가지

해설

객석에서 복도로 가는 경우의 수 : 3가지
복도에서 매점으로 가는 수 : 2가지
$\therefore 3 \times 2 = 6$(가지)

17. 다음 그림에서 직사각형은 모두 몇 개를 만들 수 있는가?

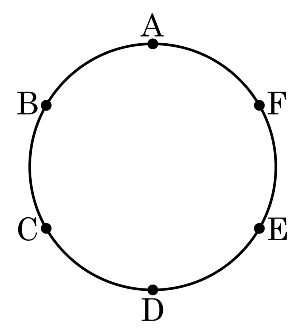


① 18개
② 48개
③ 60개
④ 126개
⑤ 240개

해설

가로 4개의 선에서 2개의 선을 택하고 세로 7개의 선에서 2개의 선을 택하면 하나의 직사각형이 만들어진다. 그러므로 가로 2개의 선과 세로 2개의 선을 선택하는 경우를 생각한다. 구하는 경우의 수는 $\frac{4\times3}{2\times1}\times\frac{7\times6}{2\times1}=126$(개)이다.

18. 다음 그림과 같이 한 원 위에 6개의 마을이 있다. 각 마을을 연결하는 도로를 만든다고 할 때, 만들 수 있는 다리의 개수는?

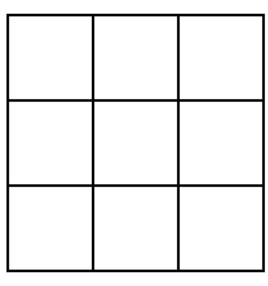


① 8개 ② 10개 ③ 12개 ④ 15개 ⑤ 20개

해설

A, B, C, D, E, F의 6개의 점 중에서 2개를 뽑아 나열하는 경우의 수는 $6 \times 5 = 30$(가지)이다. 이때, $\overline{AB}$는 $\overline{BA}$이므로 구하는 경우의 수는 $\dfrac{6 \times 5}{2 \times 1} = 15$(개)이다.

19. 다음 그림은 정사각형의 각 변을 3등분하여 얻은 도형이다. 이 도형의 선분으로 이루어질 수 있는 직사각형의 수는?

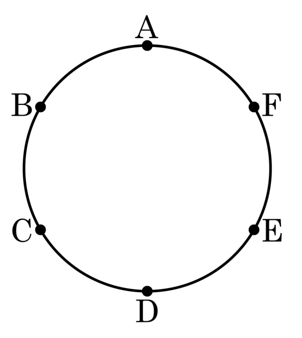


① 12개 ② 24개 ③ 36개 ④ 48개 ⑤ 60개

해설

가로 4개의 선에서 2개의 선을 택하고 세로 4개의 선에서 2개의 선을 택하면 하나의 직사각형이 만들어진다. 그러므로 가로 2개의 선과 세로 2개의 선을 선택하는 경우를 생각한다. 구하는 사각형의 개수는 $\frac{4\times3}{2}\times\frac{4\times3}{2}=6\times6=36$(개)이다.

20. 다음 그림과 같이 원 위에 6개의 점 A, B, C, D, E, F가 있을 때, 2개의 점을 연결하여 만들 수 있는 선분의 개수를 m이라고 하고, 3개의 점을 연결하여 그릴 수 있는 삼각형의 개수를 n이라고 할 때, $n-m$의 값은?



① 5　　② 9　　③ 10　　④ 12　　⑤ 16

해설

A, B, C, D, E, F 의 6개의 점 중에서 2개를 뽑아 나열하는 경우의 수는 $6 \times 5 = 30$(가지)이다. 이때, $\overline{\mathrm{AB}} = \overline{\mathrm{BA}}$이므로 구하는 선분의 개수는 $\dfrac{6 \times 5}{2 \times 1} = 15$(개)이므로 $m = 15$이다.
6개의 점 중에서 3개의 점을 차례로 뽑는 경우의 수는 $6 \times 5 \times 4 = 120$(가지)이다. 삼각형의 세 점의 순서가 바뀌어도 같은 삼각형이므로 구하는 삼각형의 개수는 $\dfrac{6 \times 5 \times 4}{3 \times 2 \times 1} = 20$(개)이므로 $n = 20$이다.
따라서 $n - m = 20 - 15 = 5$이다.

21. 천하장사 씨름 대회의 결승전에서는 5번의 시합에서 3번을 먼저 이기면 천하장사가 된다. 지금까지 2번의 시합에서 A가 2승을 하였다고 할 때, A가 천하장사가 될 확률은 B가 천하장사가 될 확률의 몇 배인가? (단, 두 사람이 한 게임에서 이길 확률이 서로 같다.)

① 2배　② 4배　③ 6배　④ 7배　⑤ 8배

해설

A가 이기는 경우는 3회째 이기거나, 4회째 이기거나, 5회째 이기는 방법이 있다. 5회까지 3경기를 지면 B가 먼저 3승이 되어 A가 지게 된다.

A가 이길 확률은 $\frac{1}{2}+\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}+\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}=\frac{7}{8}$

B가 이길 확률은 $1-\frac{7}{8}=\frac{1}{8}$

따라서 A가 이길 확률이 B가 이길 확률의 7배이다.

22. 주머니에 5개의 흰 공과 3개의 파란 공이 들어 있다. 석영, 다인, 민수가 차례로 주머니에서 공을 하나씩 꺼낼 때, 먼저 파란 공을 꺼내는 사람이 이기는 내기를 하였다. 이 내기에서 민수가 첫 시도에서 이길 확률은? (꺼낸 공은 다시 넣지 않는다.)

① $\frac{1}{14}$ ② $\frac{5}{28}$ ③ $\frac{5}{9}$ ④ $\frac{12}{25}$ ⑤ $\frac{5}{6}$

해설

민수가 첫 시도에서 이기려면 석영, 다인이 모두 파란 공이 아닌 흰 공을 꺼내야 한다.
석영이가 흰 공을 꺼낼 확률은 모두 8개의 공 중에 흰 공이 5개가 있으므로 $\frac{5}{8}$
다인이가 흰 공을 꺼낼 확률은 모두 7개의 공 중에 흰 공이 4개가 있으므로 $\frac{4}{7}$
민수가 파란 공을 꺼낼 확률은 모두 6개의 공 중에 파란 공이 3개가 있으므로 $\frac{1}{2}$
따라서 민수가 첫 시도에서 파란 공을 꺼내어 이기는 확률은 $\frac{5}{8} \times \frac{4}{7} \times \frac{1}{2} = \frac{5}{28}$

23. 네 명의 학생이 가위 바위 보를 할 때, 첫 번째에서 승부가 결정될 확률은? (승자는 한 사람이다.)

① $\frac{4}{81}$ ② $\frac{4}{27}$ ③ $\frac{1}{9}$ ④ $\frac{4}{9}$ ⑤ $\frac{1}{4}$

해설

전체 경우의 수 : $3 \times 3 \times 3 \times 3 = 81$(가지)
첫 번째에서 승부가 결정된 경우의 수는
네 사람 모두에게 각각 가위, 바위, 보를 내서 이길 수 있으므로
: $4 \times 3 = 12$(가지)
$\therefore \frac{12}{81} = \frac{4}{27}$

24. 두 사람 A, B 가 1회에는 A, 2회에는 B, 3회에는 A, 4회에는 B의 순으로 주사위를 던지는 놀이를 한다. A가 던졌을 때 2 이하의 눈이 나오면 A가 이기고, B가 던졌을 때 3 이상의 눈이 나오면 B가 이기는 것으로 할 때, 4회 이내에 B가 이길 확률은?

① $\frac{1}{8}$　② $\frac{3}{4}$　③ $\frac{8}{27}$　④ $\frac{44}{81}$　⑤ $\frac{1}{3}$

해설

4회 이내에 B가 이길 경우는

(i) 2회 때 이길 경우, (ii) 4회 때 이길 경우

2 이하의 눈이 나오는 경우는 1, 2이므로 $\frac{1}{3}$

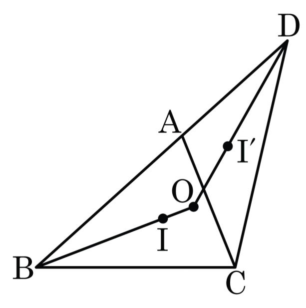
3 이상의 눈이 나오는 경우는 3, 4, 5, 6이므로 $\frac{2}{3}$

(i) 2회 때 이길 확률은 $\frac{2}{3} \times \frac{2}{3} = \frac{4}{9}$

(ii) 4회 때 이길 확률은 $\frac{2}{3} \times \frac{1}{3} \times \frac{2}{3} \times \frac{2}{3} = \frac{8}{81}$

$\therefore \frac{4}{9} + \frac{8}{81} = \frac{44}{81}$

25. $\angle BAC = 70°$, $\angle ABC = 42°$, $\overline{AC} = \overline{AD}$ 이고 점I, I′ 는 각각 $\triangle ABC$, $\triangle ACD$ 의 내심이다. 점 O는 $\overline{BI}$ 와 $\overline{DI'}$ 의 연장선의 교점일 때, $\angle IOI'$ 의 크기를 구하여라.



① 147.5° ② 148.5° ③ 149.5°

④ 131.5° ⑤ 141.5°

해설

$\overline{AC} = \overline{AD}$ 이므로

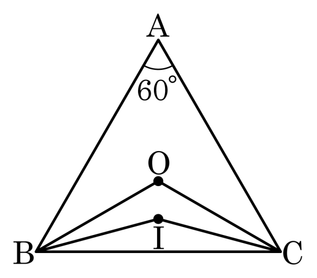
$\angle ADC = \frac{1}{2}\angle BAC = \frac{1}{2} \times 70° = 35°$

점 I는 내심이므로 $\angle ABI = 42° \times \frac{1}{2} = 21°$

점 I′는 내심이므로 $\angle ADI' = 35° \times \frac{1}{2} = 17.5°$

$\therefore \angle IOI' = 180° - (21° + 17.5°) = 141.5°$

26. 다음 그림에서 점 O 는 $\triangle ABC$ 의 외심이고, 점 I 는 $\triangle OBC$ 의 내심이다. $\angle A = 60°$ 일 때, $\angle BIC - \angle BOC$ 의 크기는?

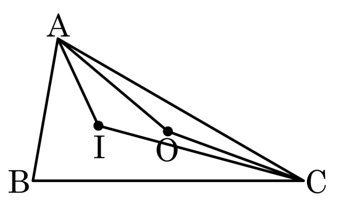


① 0°　② 10°　③ 20°　④ 30°　⑤ 40°

해설

$\triangle ABC$ 의 외심이 점 O 일 때, $\frac{1}{2}\angle BOC = \angle A$, $\angle A = 60°$ 이므로 $\angle BOC = 120°$ 이다.
$\triangle OBC$ 의 내심이 점 I 일 때, $\frac{1}{2}\angle BOC + 90° = \angle BIC$ 이므로 $\angle BIC = \frac{1}{2} \times 120° + 90° = 150°$ 이다. 따라서 $\angle BIC - \angle BOC = 150° - 120° = 30°$ 이다.

27. 다음 그림에서 점 O 는 $\triangle ABC$ 의 외심, 점 I 는 $\triangle ABC$ 의 내심이다. $\angle AOC + \angle AIC = 290°$ 일 때, $\angle AIC$ 의 크기는?



① $160°$ ② $120°$ ③ $125°$ ④ $130°$ ⑤ $140°$

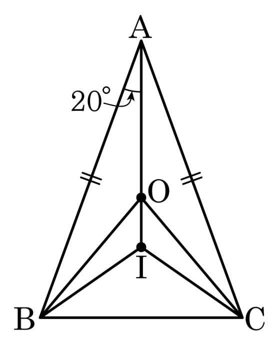
해설

$\triangle ABC$ 의 외심이 점 O 일 때, $\frac{1}{2}\angle AOC = \angle B$, $\triangle ABC$ 의 내심이 점 I 일 때, $\frac{1}{2}\angle B + 90° = \angle AIC$ 이므로

$\angle AOC + \angle AIC = 2\angle B + \frac{1}{2}\angle B + 90° = 290°$ 일 때, $\angle B = 80°$ 이다.

따라서 $\angle AIC = \frac{1}{2}\angle B + 90° = 40° + 90° = 130°$ 이다.

28. 다음 그림과 같은 이등변삼각형 ABC 에서 외심을 O , 내심을 I 라 할 때 $\angle \mathrm{OBI}$ 의 크기는?



① 10° ② 15° ③ 20° ④ 25° ⑤ 30°

해설

$\triangle \mathrm{ABC}$ 의 외심이 점 O 일 때, $\frac{1}{2}\angle \mathrm{BOC} = \angle \mathrm{A}$, $\angle \mathrm{A} = 40°$ 이므로 $\angle \mathrm{ABC} = 70°$, $\angle \mathrm{BOC} = 80°$ 이다.

$\triangle \mathrm{ABC}$ 의 내심이 점 I 일 때, $\frac{1}{2}\angle \mathrm{A} + 90° = \angle \mathrm{BIC}$ 이므로 $\angle \mathrm{BIC} = \frac{1}{2} \times 40° + 90° = 110°$ 이다.

$\triangle \mathrm{OBC}$ 도 이등변삼각형이므로 $\angle \mathrm{OBC} = 50°$ 이다.

또, $\angle \mathrm{IBC} = \frac{1}{2}\angle \mathrm{ABC} = \frac{1}{2} \times 70° = 35°$ 이다. 따라서 $\angle \mathrm{OBI} = \angle \mathrm{OBC} - \angle \mathrm{IBC} = 50° - 35° = 15°$ 이다.