

1. 네 점 $O(0,0)$, $A(-3,0)$, $B(4,0)$, $C(2,5)$ 에 대하여 삼각형 AOC의 넓이는 삼각형 BOC의 넓이의 몇 배인가?

① $\frac{3}{7}$

② $\frac{4}{7}$

③ $\frac{3}{4}$

④ $\frac{4}{3}$

⑤ $\frac{5}{2}$

해설

$\triangle AOC$ 와 $\triangle BOC$ 의 높이가 같으므로

$\triangle AOC$ 와 $\triangle BOC$ 의 넓이의 비는 두 삼각형의 밑변의 비와 같다.

$\overline{AO} : \overline{BO} = 3 : 4$ 이므로 $\triangle AOC$ 의 넓이는 $\triangle BOC$ 의 넓이의 $\frac{3}{4}$ 배이다.

2. 기울기가 2 이고, y 절편이 -3 인 직선의 방정식은?

① $y = 2x + 3$

② $y = 2x - 3$

③ $y = 3x + 2$

④ $y = 3x - 2$

⑤ $y = \frac{2}{3}x$

해설

기울기가 m 이고, y 절편이 b 인 직선의 방정식은 $y = mx + b$
이므로 $y = 2x - 3$

3. 세 점 A (1, 2), B (2, m), C ($-m$, -2)가 일직선 위에 있을 때, 상수 m 의 값은? (단, $m < 0$)

① -1

② -2

③ -3

④ -4

⑤ -5

해설

(직선 AB의 기울기)=(직선 AC의 기울기)이므로

$$\frac{m-2}{2-1} = \frac{-2-2}{-m-1}$$

$$m-2 = \frac{4}{m+1}, \quad m^2 - m - 2 - 4 = 0$$

$$m^2 - m - 6 = 0, \quad (m+2)(m-3) = 0$$

$$\therefore m = -2 \text{ 또는 } m = 3$$

$$\therefore m = -2 \quad (\because m < 0)$$

4. 다음 보기 중 직선 $y = -2x + 5$ 와 수직인 직선을 모두 고르면?

보기

㉠ $4x - 2y = 3$

㉡ $x - 2y = 1$

㉢ $y = \frac{1}{2}x + 3$

㉣ $y = -2x - 5$

① ㉠, ㉡

② ㉠, ㉣

③ ㉡, ㉣

④ ㉠, ㉢, ㉣

⑤ ㉠, ㉢, ㉣, ㉣

해설

직선 $y = -2x + 5$ 와 서로 수직이려면
기울기의 곱이 -1 이어야 한다.

따라서, 기울기가 $\frac{1}{2}$ 인 것은 ㉢, ㉣이다.

5. 직선 $x + ay - 1 = 0$ 이 직선 $3x + by + 1 = 0$ 과 수직이고, 직선 $x - (b + 3)y + 1 = 0$ 과 평행일 때, $a^2 + b^2$ 의 값은?

- ① 10
- ② 12
- ③ 14
- ④ 15
- ⑤ 16

해설

$$x + ay - 1 = 0 \cdots \cdots \textcircled{A},$$
$$3x + bx + 1 = 0 \cdots \cdots \textcircled{B}$$
$$x - (b - 3)y + 1 = 0 \cdots \cdots \textcircled{C}$$
$$\textcircled{A} \perp \textcircled{B} : 1 \cdot 3 + a \cdot b = 0 \text{ 에서 } ab = -3$$
$$\textcircled{A} // \textcircled{C} : \frac{1}{1} = \frac{-(b + 3)}{a} \neq \frac{1}{-1} \text{ 에서 } a + b = -3$$
$$\therefore a^2 + b^2 = (a + b)^2 - 2ab$$
$$= (-3)^2 - 2 \cdot (-3) = 15$$

6. a, b 는 정수이고, $ax^3 + bx^2 + 1$ 이 $x^2 - x - 1$ 로 나누어 떨어질 때, b 의 값은?

① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

전개했을 때 양변의 최고차항과 상수항이 같아야 하므로

$$ax^3 + bx^2 + 1$$

$$= (x^2 - x - 1)(ax - 1)$$

$$= ax^3 - (1+a)x^2 + (1-a)x + 1$$

양변의 계수를 비교하면

$$-(1+a) = b, 1-a = 0$$

$$\therefore a = 1, b = -2$$

7. $x^2 - 2x - y^2 + 2y$ 를 인수분해하였더니, $(x + ay)(x - by + c)$ 가 되었다.
이 때, a, b, c 를 순서대로 쓴 것은?

① $-1, 0, 1$

② $-1, 1, 2$

③ $-2, -1, 1$

④ $-1, -1, -2$

⑤ $-1, 2$

해설

$$\begin{aligned}x^2 - 2x - y^2 + 2y &= (x + y)(x - y) - 2(x - y) \\ &= (x - y)(x + y - 2)\end{aligned}$$

$$\therefore a = -1, b = -1, c = -2$$

8. $x = 1 + \sqrt{2}i$, $y = 1 - \sqrt{2}i$ 일 때, $x^2 + y^2$ 의 값을 구하면?

① -1

② 1

③ -2

④ 2

⑤ -3

해설

$$x + y = 2, \quad xy = 3$$

$$x^2 + y^2 = (x + y)^2 - 2xy = 4 - 6 = -2$$

9. 복소수 z 에 대한 다음 보기의 설명 중 옳은 것을 모두 고른 것은? (단, $\bar{z}$ 는 z 의 켤레복소수이다.)

보기

- ㉠ $z \cdot \bar{z}$ 는 실수이다.
- ㉡ $z + \bar{z}$ 는 실수이다.
- ㉢ $z - \bar{z}$ 는 허수이다.
- ㉤ $(z+1)(\bar{z}+1)$ 은 실수이다.

① ㉠, ㉡

② ㉠, ㉤

③ ㉡, ㉤

④ ㉠, ㉡, ㉤

⑤ ㉠, ㉡, ㉢, ㉤

해설

$z = a + bi$ (a, b 는 실수)로 놓으면 $\bar{z} = a - bi$ 이므로

㉠ $z \cdot \bar{z} = (a + bi)(a - bi) = a^2 + b^2$ (실수)

㉡ $z + \bar{z} = (a + bi) + (a - bi) = 2a$ (실수)

㉢ $z - \bar{z} = (a + bi) - (a - bi) = 2bi$

$b = 0$ 이면 실수, $b \neq 0$ 이면 허수이다.

㉤ $(z+1)(\bar{z}+1) = (a+bi+1)(a-bi+1)$
 $= (a+1+bi)(a+1-bi)$
 $= (a+1)^2 + b^2$ (실수)

10. 이차방정식 $x^2 + (a+1)x + a - 5 = 0$ 의 두 실근을 β, β^2 이라 할 때, $a + \beta + \beta^2$ 의 값은?

① -3 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 3

해설

두 근의 합은 $\beta + \beta^2 = -a - 1$ 이므로
 $a + \beta + \beta^2 = a - a - 1 = -1$

11. 합이 18 인 두 수가 있다. 한 수를 x , 두 수의 곱을 y 라 할 때, 두 수의 곱의 최댓값을 구하면?

① 11 ② 21 ③ 25 ④ 81 ⑤ 100

해설

합이 18 인 두 수가 있다. 한 수를 x 로 두면 나머지 한 수는 $(18 - x)$ 이다.

$$y = x(18 - x) = -x^2 + 18x = -(x^2 - 18x + 81) + 81$$

$$y = -(x - 9)^2 + 81$$

따라서 두 수의 곱의 최댓값은 81 이다.

12. 부등식 $ax - b^2 > bx + a^2 - 8$ 의 해가 모든 실수이기 위한 a 의 조건은?
(a, b 는 실수)

① $a = b$ 이고 $-1 < a < 1$

② $a = b$ 이고 $-2 < a < 2$

③ $a = b$ 이고 $-3 < a < 3$

④ $a = b$ 이고 $-4 < a < 4$

⑤ $a = b$ 이고 $-5 < a < 5$

해설

$ax - b^2 > bx + a^2 - 8$ 에서

$(a - b)x - b^2 - a^2 + 8 > 0$ 이 모든 x 에 대해서 성립해야 하므로

$$a = b$$

$$\therefore -2a^2 + 8 > 0 \quad 2a^2 < 8$$

$$\therefore a^2 < 4 \text{ 이므로 } -2 < a < 2$$

$$\text{즉 } a = b \text{ 이고 } -2 < a < 2$$

13. 연립부등식 $\begin{cases} 0.5 - 0.3x < 0.1x - 0.3 \\ 4 - x \geq \frac{x-8}{3} \end{cases}$ 을 만족하는 자연수 x 의 개수
는?

- ① 1 개 ② 2 개 ③ 3 개 ④ 4 개 ⑤ 5 개

해설

i) $0.5 - 0.3x < 0.1x - 0.3$ 의 양변에 10 을 곱하면

$5 - 3x < x - 3, x > 2$

ii) $4 - x \geq \frac{x-8}{3}$ 의 양변에 3 을 곱하면

$12 - 3x \geq x - 8, x \leq 5$

$\therefore 2 < x \leq 5$ 이므로 만족하는 자연수는 3, 4, 5 즉, 3 개이다.

14. 연립부등식 $\begin{cases} 3x-3 > -x+9 \\ 5x < 4x+a \end{cases}$ 를 만족하는 자연수가 2개일 때, a 의 값의 범위는?

- ① $3 < a \leq 4$ ② $3 < a < 4$ ③ $4 \leq a < 5$
④ $4 < a \leq 5$ ⑤ $5 < a \leq 6$

해설

$$3x-3 > -x+9, \quad x > 3$$

$$5x < 4x+a, \quad x < a$$

$$\therefore 3 < x < a$$

만족하는 자연수가 2개, 즉 4, 5 이므로 $5 < a \leq 6$

15. 연속하는 세 자연수의 합이 10 이상 20 미만이고, 큰 수의 3 배는 작은 수의 합보다 10 이상 클 때, 세 수 중 가장 큰 수는?

① 3 ② 4 ③ 5 ④ 6 ⑤ 7

해설

연속하는 세 자연수를 $x-1$, x , $x+1$ 이라고 하면

$$\begin{cases} 10 \leq (x-1) + x + (x+1) < 20 & \cdots \textcircled{㉠} \\ (x-1) + x \leq 3(x+1) - 10 & \cdots \textcircled{㉡} \end{cases}$$

① 에서 $10 \leq 3x < 20$, $\therefore \frac{10}{3} \leq x < \frac{20}{3}$

② 에서 $2x-1 \leq 3x-7$, $-x \leq -6 \therefore x \geq 6$

$6 \leq x < \frac{20}{3}$ 이므로 이를 만족하는 자연수는 6 이고, 세 자연수는 5, 6, 7 이다.

따라서, 세 수 중 가장 큰 수는 7 이다.

16. 직선 $x+2y+3=0$ 과 수직이고 점 $(2, 0)$ 을 지나는 직선의 방정식을 구하면?

① $2x-y-4=0$

② $x-2y-4=0$

③ $2x-3y-4=0$

④ $3x-y-4=0$

⑤ $3x-2y-4=0$

해설

$$y = -\frac{1}{2}x - \frac{3}{2} \text{ 에 수직이므로, 기울기는 } 2$$

$(2, 0)$ 을 지나므로,

$$\Rightarrow y = 2(x-2)$$

$$\Rightarrow y = 2x-4$$

17. 방정식 $x^2 + y^2 - 4x + 2y + c = 0$ 의 그래프가 원이 되도록 상수 c 의 값의 범위를 정하면?

① $c < 1$ ② $c < 2$ ③ $c < 3$ ④ $c < 4$ ⑤ $c < 5$

해설

주어진 방정식을 변형하면

$$(x^2 - 4x + 4) + (y^2 + 2y + 1) = 5 - c$$

$$\therefore (x - 2)^2 + (y + 1)^2 = 5 - c \quad \leftarrow \quad 5 - c = r^2$$

이 방정식의 그래프가 원이 되려면

$$5 - c > 0 \quad \leftarrow \quad r^2 > 0$$

$$\therefore c < 5$$

18. x 에 대한 다항식 x^3+ax^2-x+b 를 $x-1$ 로 나누었을 때 몫과 나머지를 다음과 같은 조립제법으로 구하려고 한다. 다음 중 옳지 않은 것은?

k	1	a	-1	b
		c	d	a
	1	4	3	5

- ① $a=3$
- ② $b=2$
- ③ $c=1$
- ④ $d=4$
- ⑤ $k=-1$

해설

다항식 x^3+ax^2-x+b 를 $x-1$ 로 나누었을 때의 몫과 나머지를 조립제법을 이용하여 구하면 다음과 같다.

1	1	a	-1	b
		1	$a+1$	a
	1	$a+1$	a	$b+a$

$k=1, a=3, b=2, c=1, d=4$
따라서 옳지 않은 것은 ⑤이다.

19. 이차항의 계수가 1인 두 이차 다항식의 최소공배수가 $x^3 + 6x^2 - x - 30$ 이고, 최대공약수가 $x - 2$ 일 때, 두 다항식의 합을 바르게 구한 것은?

- ① $2x^2 + 4x - 16$ ② $2x^2 + 3x - 8$ ③ $x^2 - 5x - 1$
- ④ $2x^2 + x + 4$ ⑤ $x^2 + 2x + 5$

해설

두 이차 다항식을 $A = a(x - 2)$, $B = b(x - 2)$ (a , b 는 서로소) 라고 하면

$$L = x^3 + 6x^2 - x - 30 = abG = ab(x - 2) \text{ 이고,}$$

L 을 인수분해하면

$$L = (x - 2)(x^2 + 8x + 15) =$$

$$\frac{(x - 2)}{G} \frac{(x + 3)(x + 5)}{ab}$$

따라서, 두 다항식은

$$(x - 2)(x + 3) = x^2 + x - 6$$

$$(x - 2)(x + 5) = x^2 + 3x - 10 \text{ 이므로}$$

두 다항식의 합은

$$(x^2 + x - 6) + (x^2 + 3x - 10) = 2x^2 + 4x - 16$$

20. 이차방정식 $(2+k)x^2+4x-(1+k)=0$ 이 실근을 갖기 위한 실수 k 값의 범위는?
- ① $k \geq 1$

② $k \leq -2$

③ k 는 모든 실수

④ k 는 없다.

⑤ $k \neq -2$ 인 모든 실수

해설

이차방정식이므로 $k \neq -2$
실근을 가지려면 판별식이 0보다 크거나 같아야 하므로
 $D' = 2^2 + (k+2)(k+1) \geq 0$
 $k^2 + 3k + 6 \geq 0$
 $k^2 + 3k + 6 = (k + \frac{3}{2})^2 + \frac{15}{4} \geq 0$ 이므로
모든 실수 k 에 대해 성립.
 $\therefore k \neq -2$ 인 모든 실수