1. 네 점 $\mathrm{O}(0,0), \mathrm{A}(-3,0), \mathrm{B}(4,0), \mathrm{C}(2,5)$ 에 대하여 삼각형 AOC 의 넓이는 삼각형 BOC 의 넓이의 몇 배인가?

① $\dfrac{3}{7}$ ② $\dfrac{4}{7}$ ③ $\dfrac{3}{4}$ ④ $\dfrac{4}{3}$ ⑤ $\dfrac{5}{2}$

해설

$\triangle$AOC 와 $\triangle$BOC 의 높이가 같으므로
$\triangle$AOC 와 $\triangle$BOC 의 넓이의 비는 두 삼각형의 밑변의 비와 같다.
$\overline{\mathrm{AO}} : \overline{\mathrm{BO}} = 3 : 4$ 이므로 $\triangle$AOC 의 넓이는 $\triangle$BOC 의 넓이의 $\dfrac{3}{4}$ 배이다.

2. 기울기가 2 이고, y 절편이 -3 인 직선의 방정식은?

① $y=2x+3$ ② $y=2x-3$ ③ $y=3x+2$

④ $y=3x-2$ ⑤ $y=\frac{2}{3}x$

해설

기울기가 m 이고, y 절편이 b 인 직선의 방정식은 $y=mx+b$ 이므로 $y=2x-3$

3. 세 점 $A(1,\ 2)$, $B(2,\ m)$, $C(-m,\ -2)$가 일직선 위에 있을 때, 상수 m의 값은? (단, $m<0$)

① -1 ② -2 ③ -3 ④ -4 ⑤ -5

해설

(직선 AB의 기울기)=(직선 AC의 기울기)이므로

$$\frac{m-2}{2-1}=\frac{-2-2}{-m-1}$$

$$m-2=\frac{4}{m+1},\quad m^2-m-2-4=0$$

$$m^2-m-6=0,\quad (m+2)(m-3)=0$$

$\therefore m=-2$ 또는 $m=3$

$\therefore m=-2\ (\because m<0)$

4. 다음 보기 중 직선 $y=-2x+5$ 와 수직인 직선을 모두 고르면?

보기

㉠ $4x-2y=3$　　㉡ $x-2y=1$

㉢ $y=\frac{1}{2}x+3$　　㉣ $y=-2x-5$

① ㉠, ㉡　　② ㉠, ㉢　　③ ㉡, ㉢

④ ㉠, ㉡, ㉢　　⑤ ㉠, ㉡, ㉢, ㉣

해설

직선 $y=-2x+5$ 와 서로 수직이려면
기울기의 곱이 -1 이어야 한다.
따라서, 기울기가 $\frac{1}{2}$ 인 것은 ㉡, ㉢이다.

5. 직선 $x + ay - 1 = 0$이 직선 $3x + by + 1 = 0$과 수직이고, 직선 $x - (b+3)y + 1 = 0$과 평행일 때, $a^2 + b^2$의 값은?

① 10 ② 12 ③ 14 ④ 15 ⑤ 16

해설

$x + ay - 1 = 0 \cdots\cdots$ ㉠,

$3x + bx + 1 = 0 \cdots\cdots$ ㉡

$x - (b-3)y + 1 = 0 \cdots\cdots$ ㉢

㉠⊥㉡ : $1 \cdot 3 + a \cdot b = 0$에서 $ab = -3$

㉠//㉢ : $\frac{1}{1} = \frac{-(b+3)}{a} \neq \frac{1}{-1}$에서 $a + b = -3$

$\therefore\ a^2 + b^2 = (a+b)^2 - 2ab$

$= (-3)^2 - 2 \cdot (-3) = 15$

6. a, b는 정수이고, ax^3+bx^2+1이 x^2-x-1로 나누어 떨어질 때, b의 값은?

① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

전개했을 때 양변의 최고차항과 상수항이 같아야 하므로

ax^3+bx^2+1

$=(x^2-x-1)(ax-1)$

$=ax^3-(1+a)x^2+(1-a)x+1$

양변의 계수를 비교하면

$-(1+a)=b, 1-a=0$

$\therefore \quad a=1,\ b=-2$

7. x^2-2x-y^2+2y를 인수분해하였더니, $(x+ay)(x-by+c)$가 되었다. 이 때, $a,\ b,\ c$를 순서대로 쓴 것은?

① $-1,\ 0,\ 1$ ② $-1,\ 1,\ 2$ ③ $-2,\ -1,\ 1$

④ $-1,\ -1,\ -2$ ⑤ $-1,\ 2$

해설

$$x^2-2x-y^2+2y=(x+y)(x-y)-2(x-y)$$
$$=(x-y)(x+y-2)$$

$\therefore\ a=-1,\ b=-1,\ c=-2$

8. $x = 1 + \sqrt{2}i,\ y = 1 - \sqrt{2}i$ 일 때, $x^2 + y^2$ 의 값을 구하면?

① -1 ② 1 ③ -2 ④ 2 ⑤ -3

해설

$x + y = 2,\ xy = 3$

$x^2 + y^2 = (x+y)^2 - 2xy = 4 - 6 = -2$

9. 복소수 z 에 대한 다음 보기의 설명 중 옳은 것을 모두 고른 것은? (단, $\bar{z}$ 는 z 의 켤레복소수이다.)

보기

㉠ $z \cdot \bar{z}$는 실수이다.

㉡ $z + \bar{z}$는 실수이다.

㉢ $z - \bar{z}$는 허수이다.

㉣ $(z+1)(\bar{z}+1)$은 실수이다.

① ㉠, ㉡ ② ㉠, ㉣ ③ ㉡, ㉢

④ ㉠, ㉡, ㉣ ⑤ ㉠, ㉡, ㉢, ㉣

해설

$z = a + bi$ ($a,\ b$ 는 실수)로 놓으면 $\bar{z} = a - bi$ 이므로

㉠ $z \cdot \bar{z} = (a+bi)(a-bi) = a^2 + b^2$ (실수)

㉡ $z + \bar{z} = (a+bi) + (a-bi) = 2a$ (실수)

㉢ $z - \bar{z} = (a+bi) - (a-bi) = 2bi$

$b = 0$ 이면 실수, $b \neq 0$ 이면 허수이다.

㉣ $(z+1)(\bar{z}+1) = (a+bi+1)(a-bi+1)$

$$= (a+1+bi)(a+1-bi)$$

$$= (a+1)^2 + b^2 \text{ (실수)}$$

10. 이차방정식 $x^2+(a+1)x+a-5=0$의 두 실근을 β, β^2이라 할 때, $a+\beta+\beta^2$의 값은?

① -3　② -1　③ 0　④ 1　⑤ 3

해설

두 근의 합은 $\beta+\beta^2=-a-1$이므로
$a+\beta+\beta^2=a-a-1=-1$

11. 합이 18 인 두 수가 있다. 한 수를 x , 두 수의 곱을 y 라 할 때, 두 수의 곱의 최댓값을 구하면?

① 11　② 21　③ 25　④ 81　⑤ 100

해설

합이 18 인 두 수가 있다. 한 수를 x 로 두면 나머지 한 수는 $(18-x)$ 이다.

$y = x(18-x) = -x^2 + 18x = -(x^2 - 18x + 81) + 81$

$y = -(x-9)^2 + 81$

따라서 두 수의 곱의 최댓값은 81 이다.

12. 부등식 $ax-b^2 > bx+a^2-8$의 해가 모든 실수이기 위한 a의 조건은? (a, b는 실수)

① $a=b$이고 $-1<a<1$

② $a=b$이고 $-2<a<2$

③ $a=b$이고 $-3<a<3$

④ $a=b$이고 $-4<a<4$

⑤ $a=b$이고 $-5<a<5$

해설

$ax-b^2 > bx+a^2-8$에서

$(a-b)x-b^2-a^2+8>0$이 모든 x에 대해서 성립해야 하므로

$a=b$

$\therefore -2a^2+8>0 \quad 2a^2<8$

$\therefore a^2<4$ 이므로 $-2<a<2$

즉 $a=b$ 이고 $-2<a<2$

13. 연립부등식 $\begin{cases} 0.5-0.3x<0.1x-0.3 \\ 4-x \geq \dfrac{x-8}{3} \end{cases}$ 을 만족하는 자연수 x 의 개수는?

① 1 개 ② 2 개 ③ 3 개 ④ 4 개 ⑤ 5 개

해설

$i)$ $0.5-0.3x<0.1x-0.3$ 의 양변에 10 을 곱하면

$5-3x<x-3$, $x>2$

$ii)$ $4-x \geq \dfrac{x-8}{3}$ 의 양변에 3 을 곱하면

$12-3x \geq x-8$, $x \leq 5$

$\therefore$ $2<x \leq 5$ 이므로 만족하는 자연수는 3, 4, 5 즉, 3 개이다.

14. 연립부등식 $\begin{cases} 3x-3>-x+9 \\ 5x<4x+a \end{cases}$ 를 만족하는 자연수가 2개일 때, a의 값의 범위는?

① $3<a\le4$ ② $3<a<4$ ③ $4\le a<5$

④ $4<a\le5$ ⑤ $5<a\le6$

해설

$3x-3>-x+9,\ \ x>3$

$5x<4x+a,\ \ \ x<a$

$\therefore\ \ 3<x<a$

만족하는 자연수가 2개, 즉 4, 5 이므로 $5<a\le6$

15. 연속하는 세 자연수의 합이 10 이상 20 미만이고, 큰 수의 3 배는 작은 두 수의 합보다 10 이상 클 때, 세 수 중 가장 큰 수는?

① 3　　② 4　　③ 5　　④ 6　　⑤ 7

해설

연속하는 세 자연수를 $x-1,\ x,\ x+1$ 이라고 하면

$$\begin{cases} 10 \le (x-1)+x+(x+1) < 20 & \cdots ㉠ \\ (x-1)+x \le 3(x+1)-10 & \cdots ㉡ \end{cases}$$

㉠ 에서 $10 \le 3x < 20,\quad \therefore\ \dfrac{10}{3} \le x < \dfrac{20}{3}$

㉡ 에서 $2x-1 \le 3x-7,\quad -x \le -6\quad \therefore\ x \ge 6$

$6 \le x < \dfrac{20}{3}$ 이므로 이를 만족하는 자연수는 6 이고, 세 자연수는 5, 6, 7 이다.

따라서, 세 수 중 가장 큰 수는 7 이다.

16. 직선 $x+2y+3=0$ 과 수직이고 점 $(2,\ 0)$ 을 지나는 직선의 방정식을 구하면?

① $2x-y-4=0$　② $x-2y-4=0$

③ $2x-3y-4=0$　④ $3x-y-4=0$

⑤ $3x-2y-4=0$

해설

$y=-\frac{1}{2}x-\frac{3}{2}$ 에 수직이므로, 기울기은 2

$(2,0)$ 을 지나므로,

$\Rightarrow \quad y=2(x-2)$

$\Rightarrow \quad y=2x-4$

17. 방정식 $x^2+y^2-4x+2y+c=0$ 의 그래프가 원이 되도록 상수 c 의 값의 범위를 정하면?

① $c<1$　② $c<2$　③ $c<3$　④ $c<4$　⑤ $c<5$

해설

주어진 방정식을 변형하면

$(x^2-4x+4)+(y^2+2y+1)=5-c$

$\therefore (x-2)^2+(y+1)^2=5-c \quad \leftarrow \quad 5-c=r^2$

이 방정식의 그래프가 원이 되려면

$5-c>0 \quad \leftarrow \quad r^2>0$

$\therefore c<5$

18. x에 대한 다항식 x^3+ax^2-x+b를 $x-1$로 나누었을 때 몫과 나머지를 다음과 같은 조립제법으로 구하려고 한다. 다음 중 옳지 <u>않은</u> 것은?

$$\begin{array}{c|cccc} k & 1 & a & -1 & b \\ & & c & d & a \\ \hline & 1 & 4 & 3 & \boxed{5} \end{array}$$

① $a=3$ ② $b=2$ ③ $c=1$

④ $d=4$ ⑤ $k=-1$

해설

다항식 x^3+ax^2-x+b를 $x-1$로 나누었을 때의 몫과 나머지를 조립제법을 이용하여 구하면 다음과 같다.

$$\begin{array}{c|cccc} 1 & 1 & a & -1 & b \\ & & 1 & a+1 & a \\ \hline & 1 & a+1 & a & \boxed{b+a} \end{array}$$

$k=1,\ a=3,\ b=2,\ c=1,\ d=4$

따라서 옳지 않은 것은 ⑤이다.

19. 이차항의 계수가 1 인 두 이차 다항식의 최소공배수가 x^3+6x^2-x-30 이고, 최대공약수가 $x-2$ 일 때, 두 다항식의 합을 바르게 구한 것은?

① $2x^2+4x-16$ ② $2x^2+3x-8$ ③ x^2-5x-1

④ $2x^2+x+4$ ⑤ x^2+2x+5

해설

두 이차 다항식을 $A=a(x-2)$, $B=b(x-2)$ (a, b 는 서로소) 라고 하면

$L=x^3+6x^2-x-30=abG=ab(x-2)$ 이고,

L 을 인수분해하면

$L=(x-2)(x^2+8x+15)=$

$\underbrace{(x-2)}_{G}\underbrace{(x+3)(x+5)}_{ab}$

따라서, 두 다항식은

$(x-2)(x+3)=x^2+x-6$

$(x-2)(x+5)=x^2+3x-10$ 이므로

두 다항식의 합은

$(x^2+x-6)+(x^2+3x-10)=2x^2+4x-16$

20. 이차방정식 $(2+k)x^2+4x-(1+k)=0$이 실근을 갖기 위한 실수 k 값의 범위는?

① $k \geq 1$

② $k \leq -2$

③ k는 모든 실수

④ k는 없다.

⑤ $k \neq -2$인 모든 실수

해설

이차방정식이므로 $k \neq -2$

실근을 가지려면 판별식이 0보다 크거나 같아야 하므로

$D' = 2^2 + (k+2)(k+1) \geq 0$

$k^2+3k+6 \geq 0$

$k^2+3k+6 = (k+\frac{3}{2})^2 + \frac{15}{4} \geq 0$이므로

모든 실수 k에 대해 성립.

$\therefore\ k \neq -2$인 모든 실수