1. 두 함수 $f(x)$, $g(x)$가

$f(x)=\begin{cases}0 & (x\text{는 유리수})\\ \sqrt{2} & (x\text{는 무리수})\end{cases}$, $g(x)=\begin{cases}1 & (x\text{는 유리수})\\ \sqrt{3} & (x\text{는 무리수})\end{cases}$ 일 때, $(g\circ f)(\pi)$의 값은 얼마인가?.

① 0 ② $\sqrt{2}$ ③ $\sqrt{3}$

④ 1 ⑤ $\sqrt{2}+\sqrt{3}$

해설

$(g\circ f)(\pi)=g(f(\pi))=g\left(\sqrt{2}\right)=\sqrt{3}$

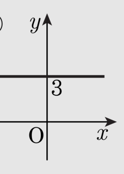
2. 다음 함수 중에서 일대일 대응인 것을 고르면?

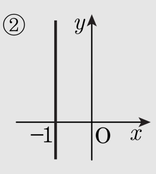
① $y=3$　　② $x=-1$　　③ $y=-x+1$

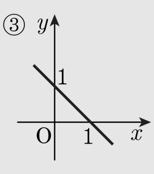
④ $y=|x|$　　⑤ $y=x^2$

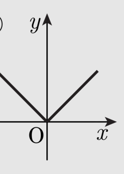
해설

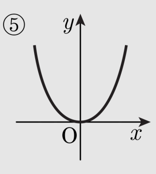
주어진 함수의 그래프를 살펴보면 다음과 같다.

①


②


③


④


⑤


여기서 임의의 두 수 x_1, x_2 에 대하여

$x_1 \neq x_2$ 이면 $f(x_1) \neq f(x_2)$ 을 만족하는 함수를 찾으면 된다.

따라서 만족하는 함수는 ③이다.

3. 집합 $A = \{1,\ 2,\ 3\}$에 대하여 A에서 A로의 함수 f 중에서 $f(x) = f^{-1}(x)$를 만족시키는 것의 개수는?

① 2개　　② 3개　　③ 4개　　④ 6개　　⑤ 9개

해설

역함수 f^{-1}가 존재하므로, f는 일대일대응이다.

(i) $f(1) = 1$일 때,

$f(2) = 2,\ f(3) = 3$ 또는 $f(2) = 3,\ f(3) = 2$

(ii) $f(1) = 2$일 때,

$f(2) = f^{-1}(2) = 1$이므로 $f(3) = 3$

(iii) $f(1) = 3$일 때,

$f(3) = f^{-1}(3) = 1$이므로 $f(2) = 2$

(i), (ii), (iii)에서 함수 f의 개수는 4개이다.

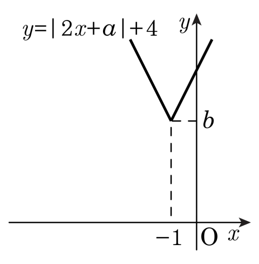
4. 함수 $f(x)$ 의 역함수 $f^{-1}(x)$ 가 존재하고 $f^{-1}(3)=1$, $(f\circ f)(x)=x$ 일 때, $f(3)$ 의 값은?

① -2 ② -1 ③ 1 ④ 2 ⑤ 3

해설

$(f\circ f)(x)=x$ 에서 $f=f^{-1}$
따라서 $f(3)=f^{-1}(3)=1$

5. 함수 $y=|2x+a|+4$ 의 그래프가 다음 그림과 같이 점 $(-1, b)$ 를 지난다. 이때, 두 상수 a, b 의 곱 ab 의 값을 구하면?



① 2　　② 4　　③ 6

④ 8　　⑤ 10

해설

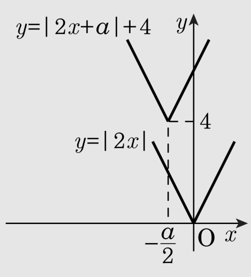
$y=|2x+a|+4$

$=\left|2\left(x+\dfrac{a}{2}\right)\right|+4$

즉, 함수 $y=|2x+a|+4$ 의 그래프는 함수 $y=|2x|$ 의 그래프를 x 축의 방향으로

$-\dfrac{a}{2}$ 만큼,

y 축의 방향으로 4 만큼 평행이동한 것이다.



이때, 그래프의 꺾인 점의 좌표는 $\left(-\dfrac{a}{2}, 4\right)$ 이고,

문제에서 $(-1, b)$ 이므로

$-\dfrac{a}{2}=-1,\ b=4$

$\therefore\ a=2,\ b=4 \qquad \therefore\ ab=8$

6. $a > 0, b < 0$일 때, $\sqrt{a^2} + \sqrt{b^2} + |-a| + |-b|$를 간단히 하면?

① $2a - 2b$　　② $2a$　　③ $-2b$

④ $2a + 2b$　　⑤ 0

해설

$a > 0,\ b < 0$이므로

$|a| + |b| + |-a| + |-b|$

$= a - b - (-a) + (-b) = 2a - 2b$

7. $x = \dfrac{1}{2+\sqrt{3}}$, $y = \dfrac{1}{2-\sqrt{3}}$ 일 때, $x^3 + y^3$의 값은?

① $8\sqrt{3}$ ② $24\sqrt{3}$ ③ $30\sqrt{3}$ ④ 48 ⑤ 52

해설

$x = \dfrac{1}{2+\sqrt{3}} = 2-\sqrt{3}$,

$y = \dfrac{1}{2-\sqrt{3}} = 2+\sqrt{3}$

$x+y=4, \quad xy=1$

$x^3+y^3 = (x+y)^3 - 3xy(x+y)$

$= 4^3 - 3\times 4 = 52$

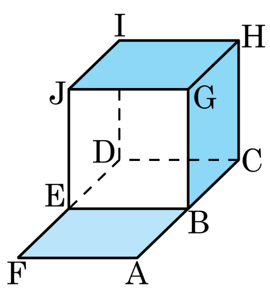
8. 함수 $y=\sqrt{-2x-2}-2$의 그래프는 $y=\sqrt{-2x}$의 그래프를 x축의 방향으로 m만큼, y축의 방향으로 n만큼 평행이동한 것이다. 이 때, $m+n$의 값은?

① -4 ② -3 ③ -1 ④ 0 ⑤ 3

해설

$y=\sqrt{-2x-2}-2=\sqrt{-2(x+1)}-2$의
그래프는 $y=\sqrt{-2x}$의 그래프를
x축의 방향으로 -1만큼, y축 방향으로 -2만큼
평행이동한 것이다.
$\therefore m+n=-1-2=-3$

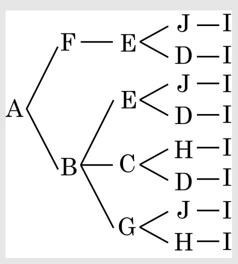
9. 다음그림은 정육면체의 뚜껑이 열려 있는 상태를 나타낸 것이다. A 에서 I 까지 최단 거리로 모서리를 따라가는 방법의 수는?



① 8　　② 9　　③ 10　　④ 11　　⑤ 12

해설

A 에서 I 까지 최단 거리로 수형도를 그려보면



위의 수형도에서 구하는 방법의 수는 8가지이다.

10. n 권의 책이 있다. 이 n 권 중에서 5 권의 책을 뽑아 책꽂이에 일렬로 꽂는 방법의 수는? (단, $n \geq 5$)

① $_{n-1}P_5$ ② $_{n}P_4$ ③ $_{n}C_4$ ④ $_{n}P_5$ ⑤ $_{n}C_5$

해설

n 권에서 5 권을 뽑는 순열의 수이므로 $_{n}P_5$

11. 다섯 개의 숫자 $1, 2, 3, 4, 5$ 에서 서로 다른 세 숫자를 택하여 세 자리의 자연수를 만들 때, 5 의 배수의 개수는?

① 12 ② 14 ③ 16 ④ 18 ⑤ 20

해설

다섯 개의 숫자 $1, 2, 3, 4, 5$ 에서 서로 다른 세 숫자를 택하여 만든 세 자리의 자연수가 5 의 배수이려면 일의 자리의 수가 5 이어야 한다.
따라서, $1, 2, 3, 4$ 에서 서로 다른 두 숫자를 택하여 백의 자리와 십의 자리에 배열하면 되므로 구하는 5 의 배수의 개수는 ${}_4P_2 = 4 \times 3 = 12$ (개)

12. 함수 $f(x) = kx$에 대하여 $(f \circ f)(x) = x$를 만족시키는 상수 k의 값을 모두 합하면 얼마인가?

① 0　② 1　③ 2　④ 4　⑤ 5

해설

$(f \circ f)(x) = f(f(x)) = f(kx) = k^2x = x$이므로
$k^2 = 1$
$\therefore\ k = \pm 1$
따라서 k의 값의 합은 0

13. 두 함수 $f(x)=-x+4$, $g(x)=3x+2$에 대하여 $(f\circ g)(k)=2$를 만족하는 상수 k의 값은?

① -1 ② 0 ③ 1 ④ 2 ⑤ 3

해설

$(f\circ g)(x)=f(g(x))=f(3x+2)$
$=-(3x+2)+4=-3x+2$이므로
$(f\circ g)(k)=2$에서 $-3k+2=2$
$\therefore k=0$

14. 두 일차함수 $f(x) = ax + b$ 와 $g(x) = a'x + b'$ 사이에 $f^{-1} = g$ 인 관계가 성립할 때, 다음 중 항상 성립하는 것은?

① $a = a'$ ② $aa' = 1$ ③ $aa' = -1$

④ $a + a' = 0$ ⑤ $a + a' = -1$

해설

$y = ax + b$ 의 역함수를 구해 보면

$x = ay + b$ 에서 $y = \frac{1}{a}x - \frac{b}{a}$

즉, $f(x)$ 의 역함수는 $g(x) = \frac{1}{a}x - \frac{b}{a} = a'x + b'$

따라서, $\frac{1}{a} = a'$ 에서 $aa' = 1$ 이다.

15. 10명의 학생이 O, X 문제에 임의로 답하는 경우의 수는?

① 128 ② 256 ③ 512 ④ 1024 ⑤ 2048

해설

각 학생이 대답할 수 있는 가지 수가
2가지씩이므로 $\Rightarrow 2^{10} = 1024$

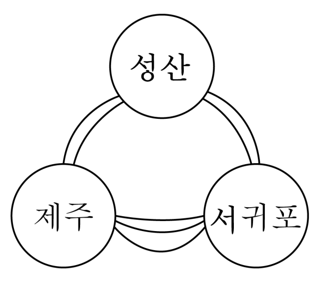
16. 180 의 양의 약수 중 3 의 배수의 개수는?

① 10 ② 12 ③ 14 ④ 16 ⑤ 18

해설

$180 = 3 \times 60$ 따라서 60 의 약수의 개수를 구하면 된다.
$60 = 2^2 \times 3 \times 5$ 이므로
약수의 개수 : $(2+1) \times (1+1) \times (1+1) = 12$

17. 다음 그림과 같이 제주와 성산을 잇는 길은 2 개 성산과 서귀포를 잇는 길은 2 개가 있고, 제주와 서귀포를 잇는 길은 3 개가 있다. 제주에서 서귀포로 갔다가 다시 제주로 돌아올 때, 성산을 반드시 1 번만 거치는 경우의 수는?



① 12 ② 18 ③ 24 ④ 30 ⑤ 32

해설

$(2\times 2)\times 3 + 3\times(2\times 2) = 24$

$\therefore$ 24 가지

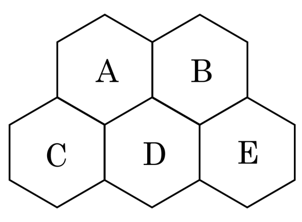
18. 10000 원짜리 지폐 2 장, 5000 원짜리 지폐 2 장, 1000 원짜리 지폐 3 장이 있다. 이 지폐의 일부 또는 전부를 사용하여 지불할 수 있는 금액의 수는?

① 27 ② 35 ③ 42 ④ 60 ⑤ 81

해설

5000 원짜리 2 장으로 지불할 수 있는 방법이 10000 원짜리 지폐 1 장으로 지불할 수 있는 방법과 같으므로 10000 원짜리 지폐 2 장을 5000 짜리 지폐 4 장으로 바꾸면, 5000 짜리 지폐 6 장, 1000 원짜리 지폐 3 장으로 지불할 수 있는 방법과 같다.
$\therefore 7 \times 4 - 1 = 27$

19. 다음 그림의 A, B, C, D, E 에 다섯 가지의 색을 칠하여 그 경계를 구분하는 방법의 수는? (단, 같은 색을 여러 번 사용할 수 있다.)



① 530 ② 540 ③ 550 ④ 560 ⑤ 570

해설

주어진 그림에서 D 는 A, B, C, E 와 모두 접하므로 D 에 칠한 색은 다른 곳에 칠하면 안 된다.
따라서 $D \to C \to A \to B \to E$ 의 순서로 색을 칠한다고 하면 D 는 5 가지, C 는 4 가지, A 는 3 가지, B 는 3 가지, E 는 3 가지의 색을 칠할 수 있으므로 구하는 방법의 수는
$5 \times 4 \times 3 \times 3 \times 3 = 540$ (가지)

20. IMPORT의 6개의 문자를 일렬로 배열할 때, I와 T가 양 끝에 오는 경우의 수는?

① 36 ② 42 ③ 48 ④ 54 ⑤ 60

해설

I와 T를 양 끝에 오게 하는 경우의 수 : 2
나머지 문자를 배열하는 경우의 수 : 4!
$4! \times 2 = 48$

21. silent의 6개의 문자를 일렬로 배열할 때, 적어도 한쪽 끝에 모음이 오는 경우의 수는?

① 36 ② 72 ③ 144 ④ 288 ⑤ 432

해설

전체의 경우의 수에서 양쪽 끝 모두 자음이 오는 경우의 수를 빼준다.

$6! - {}_4P_2 \times 4! = 432$

22. 숫자 0, 1, 2, 3, 4, 5를 중복하여 만든 자연수를 크기가 작은 순서로 배열할 때, 1000은 몇 번째 수인가?

① 181 ② 215 ③ 216 ④ 256 ⑤ 257

해설

처음 일의 자리일 때는 5가지가 가능하고 그 다음부터는 6번마다 자리 수가 변경 된다.
100이 되기 전까지 개수 : $(6\times6)-1=35$
$100\sim999$: $(6\times6)\times5=180$
따라서 1000은 $180+35+1=216$번째 수이다.

23. 등식 ${}_nP_2 + 6{}_nC_2 = 12{}_{n-1}C_3$ 을 만족하는 n 의 값은?

① 3　　② 4　　③ 5　　④ 6　　⑤ 7

해설

$n(n-1) + 3n(n-1) = 2(n-1)(n-2)(n-3)$

n 에 관하여 방정식을 풀면, $n = 6$

24. 두 집합 $X = \{1, 2, 3\}$, $Y = \{4, 5, 6, 7\}$에서 X에서 Y로의 일대일함수의 갯수는?

① 12개 ② 24개 ③ 28개 ④ 32개 ⑤ 36개

해설

집합 Y의 원소 $4, 5, 6, 7$에서 서로 다른 세 개를 뽑아
$1 \rightarrow \square,\ 2 \rightarrow \square,\ 3 \rightarrow \square$
의 □ 안에 늘어놓는 경우의 수와 같으므로 구하는 함수의 개수는
${}_4P_3 = 4 \times 3 \times 2 = 24$(개)

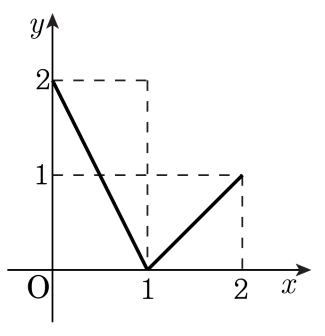
25. 실수 전체의 집합에서 정의된 함수 $f(x) = ax + |x-2| + 3$ 이 일대일 대응이 되도록 하는 상수 a 의 값의 범위는?

① $a < -2$ 또는 $a > 0$
② $-1 \le a \le 1$
③ $-2 < a < 2$
④ $a < -1$ 또는 $a > 1$
⑤ $a \ge 1$

해설

(i) $x \ge 2$ 일 때 $f(x) = ax + x - 2 + 3 = (a+1)x + 1$
(ii) $x < 2$ 일 때 $f(x) = ax - (x-2) + 3 = (a-1)x + 5$
함수 $f(x)$ 가 일대일 대응이 되려면 항상 증가하거나 감소해야 하므로 (i), (ii) 에서의 두 직선의 기울기의 부호가 같아야 한다.
따라서, $(a+1)(a-1) > 0$ 이므로
$a < -1$ 또는 $a > 1$

26. 다음 그림은 함수 $y=f(x)$ 의 그래프이다.



$f \circ f = f^2,\ f \circ f^2 = f^3,\ \cdots,\ f \circ f^n = f^{n+1}$ 로 정의할 때, $f^{10}\left(\frac{1}{3}\right)$ 의 값은? (단, n은 자연수)

① $\frac{1}{3}$ ② 1 ③ 2 ④ 3 ⑤ 4

해설

그림에서

$$f(x) = \begin{cases} -2x+2\ (0 \le x \le 1) \\ x-1(1 \le x \le 2) \end{cases}$$ 이므로,

$$f\left(\frac{1}{3}\right) = -2 \cdot \frac{1}{3} + 2 = \frac{4}{3}$$

$$f^2\left(\frac{1}{3}\right) = f\left(\frac{4}{3}\right) = \frac{4}{3} - 1 = \frac{1}{3}$$

$$f^3\left(\frac{1}{3}\right) = f(\frac{1}{3}) = -2 \cdot \frac{1}{3} + 2 = \frac{4}{3}$$

$$\vdots$$

$$f^{10}\left(\frac{1}{3}\right) = \frac{1}{3}$$

27. 일차함수 $f(x) = ax + b(a \neq 0)$ 의 그래프를 $y = x$ 에대칭이동한 그래프의 함수를 $g(x)$ 라고 하자. 두 함수 f, g 가 $f(2) = 5$, $g(2) = 1$ 을 만족할 때, $f(4)$ 의 값은?

① 7 ② 8 ③ 9 ④ 10 ⑤ 11

해설

함수 $f(x) = ax + b(a \neq 0)$ 의 그래프를
$y = x$ 에 대하여 대칭이동한 그래프는
$y = f^{-1}(x)$ 의 그래프이다.
따라서 $g(2) = 1$ 에서 $f^{-1}(2) = 1$
$\therefore\ f(1) = 2$
$f(1) = a + b = 2,\ f(2) = 2a + b = 5$
위의 식에서 $a = 3,\ b = -1$
$\therefore\ f(x) = 3x - 1$
$\therefore\ f(4) = 3 \cdot 4 - 1 = 11$

28. $\frac{\sqrt{2}-1}{\sqrt{2}}+\frac{\sqrt{3}-\sqrt{2}}{\sqrt{6}}+\frac{\sqrt{4}-\sqrt{3}}{\sqrt{12}}+\frac{\sqrt{5}-\sqrt{4}}{\sqrt{20}}+\frac{\sqrt{6}-\sqrt{5}}{\sqrt{30}}$ 의 값은?

① $\frac{6-\sqrt{6}}{6}$　② $\frac{\sqrt{5}-1}{12}$　③ $\frac{10-\sqrt{2}}{20}$
④ $\frac{16-\sqrt{5}}{30}$　⑤ $\frac{\sqrt{30}-1}{2}$

해설

$\sqrt{2}=\sqrt{1}\times\sqrt{2},\ \sqrt{6}=\sqrt{2}\times\sqrt{3},\ \cdots,\ \sqrt{30}=\sqrt{5}\times\sqrt{6}$ 임을 이용한다.

$$\frac{\sqrt{2}-1}{\sqrt{2}}+\frac{\sqrt{3}-\sqrt{2}}{\sqrt{6}}+\frac{\sqrt{4}-\sqrt{3}}{\sqrt{12}}+\frac{\sqrt{5}-\sqrt{4}}{\sqrt{20}}+\frac{\sqrt{6}-\sqrt{5}}{\sqrt{30}}$$

$$=\frac{\sqrt{2}-1}{\sqrt{2}}+\frac{\sqrt{3}-\sqrt{2}}{\sqrt{3}\times\sqrt{2}}+\frac{\sqrt{4}-\sqrt{3}}{\sqrt{4}\times\sqrt{3}}+\frac{\sqrt{5}-\sqrt{4}}{\sqrt{5}\times\sqrt{4}}+\frac{\sqrt{6}-\sqrt{5}}{\sqrt{6}\times\sqrt{5}}$$

$$=\left(1-\frac{1}{\sqrt{2}}\right)+\left(\frac{1}{\sqrt{2}}-\frac{1}{\sqrt{3}}\right)+\left(\frac{1}{\sqrt{3}}-\frac{1}{\sqrt{4}}\right)$$

$$+\left(\frac{1}{\sqrt{4}}-\frac{1}{\sqrt{5}}\right)+\left(\frac{1}{\sqrt{5}}-\frac{1}{\sqrt{6}}\right)$$

$$=1-\frac{1}{\sqrt{6}}=\frac{\sqrt{6}-1}{\sqrt{6}}=\frac{6-\sqrt{6}}{6}$$

29. 함수 $f(x) = \dfrac{x+2}{x-1}$ 의 역함수를 $g(x)$ 라 한다. $y = g(x)$ 와 $y = x$ 의 그래프가 만나는 점을 A, B 라 할 때 선분 AB 의 길이는?

① $\sqrt{6}$　② $2\sqrt{6}$　③ $4\sqrt{2}$　④ $3\sqrt{3}$　⑤ $6\sqrt{3}$

해설

$y = f(x)$ 와 $y = g(x)$ 는 $y = x$ 에 대해 대칭이므로 $\begin{cases} y = g(x) \\ y = x \end{cases}$

의 교점은 $\begin{cases} y = f(x) \\ y = x \end{cases}$ 의 교점과 같다.

$\dfrac{x+2}{x-1} = x,\ x + 2 = x^2 - x$

$x^2 - 2x - 2 = 0,\ x = 1 \pm \sqrt{3}$ 이므로

$\mathrm{A}(1+\sqrt{3},\ 1+\sqrt{3}),\ \mathrm{B}(1-\sqrt{3}, 1-\sqrt{3})$

$\therefore\ \overline{\mathrm{AB}} = \sqrt{(2\sqrt{3})^2 + (2\sqrt{3})^2} = 2\sqrt{6}$

30. $x = \sqrt{17-12\sqrt{2}}$일 때, 다항식 $x^5-4x^4-7x^3-21x^2-x+2$의 값은?

① $4-2\sqrt{2}$　　② $4+2\sqrt{2}$　　③ $3-2\sqrt{2}$

④ $3+2\sqrt{2}$　　⑤ $2-2\sqrt{2}$

해설

$x = \sqrt{17-12\sqrt{2}} = \sqrt{17-2\sqrt{72}} = 3-2\sqrt{2}$이므로 $x-3 = -2\sqrt{2}$

양변을 제곱하면, $(x-3)^2 = 8$

$\therefore\ x^2-6x+1=0$

주어진 식을 x^2-6x+1로 나누면

$x^5-4x^4-7x^3-21x^2-x+2$

$=(x^2-6x+1)(x^3+2x^2+4x+1)+x+1$

$=x+1$

$=(3-2\sqrt{2})+1$

$=4-2\sqrt{2}$

31. 여섯 개의 수 0, 1, 2, 3, 4, 5 가 있다. 이 중에서 서로 다른 네 개의 수를 뽑아서 네 자리 정수를 만들려고 한다. 이때, 십의 자리의 수가 일의 자리의 수보다 작게 되는 네 자리의 정수는 모두 몇 개인가?

① 90개　② 108개　③ 120개　④ 145개　⑤ 150개

해설

네 자리수를 $A\ B\ C\ D$라 하면
A 자리에 올수 있는 수는 0 을 제외한 수이므로 5 개,
C 자리에 올 수 있는수는 A 에서 사용한 수를 제외하고
0 을 포함한 수이므로 5 개,
B 와 D 는 남아있는 4 개의 수중 큰 수와 작은 수를 구분해야 하므로 ${}_4C_2$,
따라서 구하는 개수는 $5 \times 5 \times {}_4C_2 = 150$ (개)

32. 자연수 전체의 집합 N 에서 N 으로의 함수 f 를

$$f(n)=\begin{cases}\dfrac{n}{2} & (n\text{이 2의 배수일 때}) \\ n+1 & (n\text{이 2의 배수가 아닐 때})\end{cases}$$ 로 정의하자.

$f=f^1,\ f\circ f=f^2,\ f\circ f^2=f^3,\ \cdots,\ f\circ f^n=f^{n+1}$ 으로 나타낼 때, $f^k(10)=2$ 를 만족하는 자연수 k 의 최솟값은? (단, n 은 자연수이다.)

① 4 ② 5 ③ 6 ④ 7 ⑤ 8

해설

$f^k(10)$ 에 $k=1,\ 2,\ 3,\ \cdots$ 을 차례로 대입하면
$f(10)=5$
$f^2(10)=f(f(10))=f(5)=6$
$f^3(10)=f(f^2(10))=f(6)=3$
$f^4(10)=f(f^3(10))=f(3)=4$
$f^5(10)=f(f^4(10))=f(4)=2$
따라서 k 의 최솟값은 5 이다.

33. 점근선이 $x = 4$, $y = -1$이고, 점 $(6, 0)$을 지나는 유리함수 $f(x)$의 $-2 \leq x \leq 2$에서의 최댓값을 M, 최솟값을 m이라 할 때, Mm의 값은?

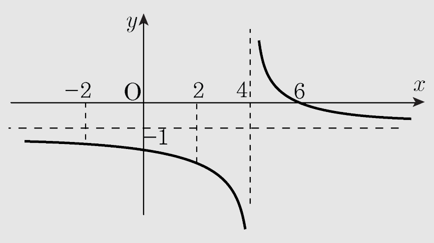
① $\frac{2}{3}$　　② $\frac{4}{3}$　　③ $-\frac{2}{3}$　　④ $-\frac{4}{3}$　　⑤ $\frac{8}{3}$

해설

$y = \frac{k}{x-4} - 1$, $(k \neq 0)$

$0 = \frac{k}{6-4} - 1 \therefore\ k = 2$

$f(x) = \frac{2}{x-4} - 1$



$x = -2$일 때, $M = \frac{2}{-2-4} - 1 = -\frac{4}{3}$

$x = 2$일 때, $m = \frac{2}{2-4} - 1 = -2$

$\therefore\ Mm = -\frac{4}{3} \times (-2) = \frac{8}{3}$

34. $|x|$는 x보다 크지 않는 최대의 정수를 나타낸다. $|\sqrt[3]{1}|+|\sqrt[3]{2}|+|\sqrt[3]{3}|+\cdots+|\sqrt[3]{n}|=2n$일 때, n의 값을 구하면?

① 29　② 33　③ 41　④ 47　⑤ 59

해설

$1 \le n \le 7$일 때, $|\sqrt[3]{n}|=1$
$8 \le n \le 26$일 때, $|\sqrt[3]{n}|=2$
$27 \le n \le 63$일 때, $|\sqrt[3]{n}|=3$
$n \ge 64$일 때, $1\times 7+2(26-7)+3(63-26)+|\sqrt[3]{64}|+|\sqrt[3]{65}|+\cdots+|\sqrt[3]{n}|>2n$이므로 계산할 필요가 없다.
$f(n)=|\sqrt[3]{1}|+|\sqrt[3]{2}|+|\sqrt[3]{3}|+\cdots+|\sqrt[3]{n}|$로 놓으면 $f(n)$에서

$$\begin{cases} n \quad (1 \le n \le 7) \\ f(7)+2(n-7)=2n-7 \quad (8 \le n \le 26) \\ f(26)+3(n-26)=3n-33 \quad (27 \le n \le 63) \end{cases}$$

따라서, $3n-33=2n$에서 $n=33$

35. 어떤 원자의 전자들은 에너지의 증감에 따라 세 가지 상태 a, b, c로 바뀐다. 이 때, 다음 규칙이 적용된다고 하자.

> 규칙1: 에너지가 증가하면 b상태의 전자는 c상태로 올라가고, a상태의 전자 중 일부는 b상태로, 나머지는 c상태로 올라간다.
> 규칙2: 에너지가 감소하면 b상태의 전자는 a상태로 내려가고, c상태의 전자 중 일부는 b상태로, 나머지는 a상태로내려간다.

<단계1>에서 전자는 a상태에 있다. 에너지가 증가하여 <단계2>가 되면 이 전자는 b상태 또는 c상태가 된다. 이때, 이 전자가 취할 수 있는 변화의 경로는 $a \to b$와 $a \to c$의 2가지이다. 다시 에너지가 감소하여 <단계3>이 되면, 이 때까지의 가능한 변화 경로는 $a \to b \to a$, $a \to c \to b$, $a \to c \to a$의 3가지이다. 이와 같이 순서대로 에너지가 증감을 반복할 때, <단계1>부터 <단계7>까지 이 전자의 가능한 변화 경로의 수는?

① 18 ② 19 ③ 20 ④ 21 ⑤ 22

해설

단계 1 : 1가지,
단계 2 : 2가지,
단계 3 : 3가지,
단계 4 : 5가지 $\cdots$
즉, 피보나치 수열을 이룬다.
따라서 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, $\cdots\cdots$
$\therefore$ 단계 7 : 21