

1. 두 함수 $f(x)$, $g(x)$ 가

$$f(x) = \begin{cases} 0 & (x \text{는 유리수}) \\ \sqrt{2} & (x \text{는 무리수}) \end{cases}, g(x) = \begin{cases} 1 & (x \text{는 유리수}) \\ \sqrt{3} & (x \text{는 무리수}) \end{cases} \text{ 일 때, } (g \circ$$

$f)(\pi)$ 의 값은 얼마인가?.

① 0

② $\sqrt{2}$

③ $\sqrt{3}$

④ 1

⑤ $\sqrt{2} + \sqrt{3}$

해설

$$(g \circ f)(\pi) = g(f(\pi)) = g(\sqrt{2}) = \sqrt{3}$$

2. 다음 함수 중에서 일대일 대응인 것을 고르면?

① $y = 3$

② $x = -1$

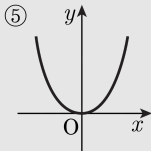
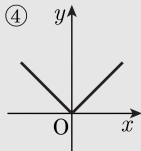
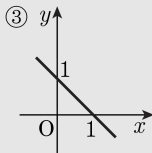
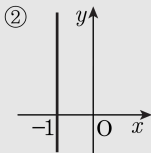
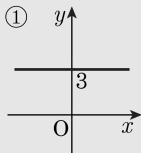
③ $y = -x + 1$

④ $y = |x|$

⑤ $y = x^2$

해설

주어진 함수의 그래프를 살펴보면 다음과 같다.



여기서 임의의 두 수 x_1, x_2 에 대하여

$x_1 \neq x_2$ 이면 $f(x_1) \neq f(x_2)$ 을 만족하는 함수를 찾으면 된다.

따라서 만족하는 함수는 ③이다.

3. 집합 $A = \{1, 2, 3\}$ 에 대하여 A 에서 A 로의 함수 f 중에서 $f(x) = f^{-1}(x)$ 를 만족시키는 것의 개수는?

① 2개

② 3개

③ 4개

④ 6개

⑤ 9개

해설

역함수 f^{-1} 가 존재하므로, f 는 일대일대응이다.

(i) $f(1) = 1$ 일 때,

$f(2) = 2, f(3) = 3$ 또는 $f(2) = 3, f(3) = 2$

(ii) $f(1) = 2$ 일 때,

$f(2) = f^{-1}(2) = 1$ 이므로 $f(3) = 3$

(iii) $f(1) = 3$ 일 때,

$f(3) = f^{-1}(3) = 1$ 이므로 $f(2) = 2$

(i), (ii), (iii)에서 함수 f 의 개수는 4개이다.

4. 함수 $f(x)$ 의 역함수 $f^{-1}(x)$ 가 존재하고 $f^{-1}(3) = 1$, $(f \circ f)(x) = x$ 일 때, $f(3)$ 의 값은?

① -2

② -1

③ 1

④ 2

⑤ 3

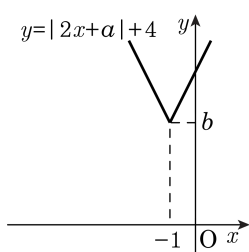
해설

$(f \circ f)(x) = x$ 에서 $f = f^{-1}$

따라서 $f(3) = f^{-1}(3) = 1$

5. 함수 $y = |2x + a| + 4$ 의 그래프가 다음 그림과 같이 점 $(-1, b)$ 를 지난다. 이때, 두 상수 a, b 의 곱 ab 의 값을 구하면?

- ① 2 ② 4 ③ 6
 ④ 8 ⑤ 10



해설

$$y = |2x + a| + 4$$

$$= \left| 2 \left(x + \frac{a}{2} \right) \right| + 4$$

즉, 함수 $y = |2x + a| + 4$ 의 그래프는
 함수 $y = |2x|$ 의 그래프를 x 축의 방
 향으로
 $-\frac{a}{2}$ 만큼,

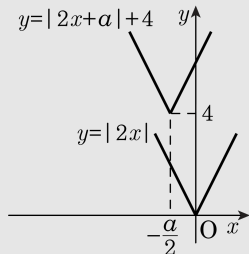
y 축의 방향으로 4 만큼 평행이동한 것
 이다.

이때, 그래프의 꺾인 점의 좌표는 $\left(-\frac{a}{2}, 4\right)$ 이고,

문제에서 $(-1, b)$ 이므로

$$-\frac{a}{2} = -1, \quad b = 4$$

$$\therefore a = 2, \quad b = 4 \quad \therefore ab = 8$$



6. $a > 0, b < 0$ 일 때, $\sqrt{a^2} + \sqrt{b^2} + |-a| + |-b|$ 를 간단히 하면?

① $2a - 2b$

② $2a$

③ $-2b$

④ $2a + 2b$

⑤ 0

해설

$a > 0, b < 0$ 이므로

$$|a| + |b| + |-a| + |-b|$$

$$= a - b - (-a) + (-b) = 2a - 2b$$

7. $x = \frac{1}{2 + \sqrt{3}}$, $y = \frac{1}{2 - \sqrt{3}}$ 일 때, $x^3 + y^3$ 의 값은?

① $8\sqrt{3}$

② $24\sqrt{3}$

③ $30\sqrt{3}$

④ 48

⑤ 52

해설

$$x = \frac{1}{2 + \sqrt{3}} = 2 - \sqrt{3},$$

$$y = \frac{1}{2 - \sqrt{3}} = 2 + \sqrt{3}$$

$$x + y = 4, \quad xy = 1$$

$$\begin{aligned} x^3 + y^3 &= (x + y)^3 - 3xy(x + y) \\ &= 4^3 - 3 \times 4 = 52 \end{aligned}$$

8. 함수 $y = \sqrt{-2x-2} - 2$ 의 그래프는 $y = \sqrt{-2x}$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 m 만큼, y 축의 방향으로 n 만큼 평행이동한 것이다. 이 때, $m+n$ 의 값은?

① -4

② -3

③ -1

④ 0

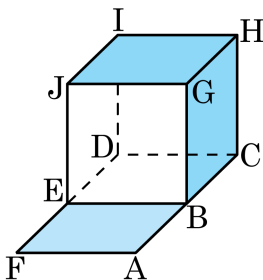
⑤ 3

해설

$y = \sqrt{-2x-2} - 2 = \sqrt{-2(x+1)} - 2$ 의
그래프는 $y = \sqrt{-2x}$ 의 그래프를
 x 축의 방향으로 -1만큼, y 축 방향으로 -2만큼
평행이동한 것이다.

$$\therefore m+n = -1-2 = -3$$

9. 다음그림은 정육면체의 뚜껑이 열려 있는 상태를 나타낸 것이다. A에서 I까지 최단 거리로 모서리를 따라가는 방법의 수는?



① 8

② 9

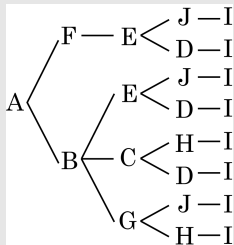
③ 10

④ 11

⑤ 12

해설

A에서 I까지 최단 거리로 수형도를 그려보면



위의 수형도에서 구하는 방법의 수는 8가지이다.

10. n 권의 책이 있다. 이 n 권 중에서 5 권의 책을 뽑아 책꽂이에 일렬로 꽂는 방법의 수는? (단, $n \geq 5$)

① ${}_{n-1}P_5$

② ${}_nP_4$

③ ${}_nC_4$

④ ${}_nP_5$

⑤ ${}_nC_5$

해설

n 권에서 5 권을 뽑는 순열의 수이므로 ${}_nP_5$

11. 다섯 개의 숫자 1, 2, 3, 4, 5 에서 서로 다른 세 숫자를 택하여 세 자리의 자연수를 만들 때, 5 의 배수의 개수는?

①

12

② 14

③ 16

④ 18

⑤ 20

해설

다섯 개의 숫자 1, 2, 3, 4, 5 에서 서로 다른 세 숫자를 택하여 만든 세 자리의 자연수가 5 의 배수하려면 일의 자리의 수가 5 이어야 한다.

따라서, 1, 2, 3, 4 에서 서로 다른 두 숫자를 택하여 백의 자리와 십의 자리에 배열하면 되므로 구하는 5 의 배수의 개수는 ${}_4P_2 = 4 \times 3 = 12$ (개)

12. 함수 $f(x) = kx$ 에 대하여 $(f \circ f)(x) = x$ 를 만족시키는 상수 k 의 값을 모두 합하면 얼마인가?

① 0

② 1

③ 2

④ 4

⑤ 5

해설

$$(f \circ f)(x) = f(f(x)) = f(kx) = k^2x = x \text{이므로}$$
$$k^2 = 1$$

$$\therefore k = \pm 1$$

따라서 k 의 값의 합은 0

13. 두 함수 $f(x) = -x + 4$, $g(x) = 3x + 2$ 에 대하여 $(f \circ g)(k) = 2$ 를 만족하는 상수 k 의 값은?

① -1

② 0

③ 1

④ 2

⑤ 3

해설

$$(f \circ g)(x) = f(g(x)) = f(3x + 2)$$

$$= -(3x + 2) + 4 = -3x + 2 \text{ 이므로}$$

$$(f \circ g)(k) = 2 \text{ 에서 } -3k + 2 = 2$$

$$\therefore k = 0$$

14. 두 일차함수 $f(x) = ax + b$ 와 $g(x) = a'x + b'$ 사이에 $f^{-1} = g$ 인 관계가 성립할 때, 다음 중 항상 성립하는 것은?

① $a = a'$

② $aa' = 1$

③ $aa' = -1$

④ $a + a' = 0$

⑤ $a + a' = -1$

해설

$y = ax + b$ 의 역함수를 구해 보면

$$x = ay + b \text{ 에서 } y = \frac{1}{a}x - \frac{b}{a}$$

$$\text{즉, } f(x) \text{ 의 역함수는 } g(x) = \frac{1}{a}x - \frac{b}{a} = a'x + b'$$

따라서, $\frac{1}{a} = a'$ 에서 $aa' = 1$ 이다.

15. 10명의 학생이 O, X 문제에 임의로 답하는 경우의 수는?

① 128

② 256

③ 512

④ 1024

⑤ 2048

해설

각 학생이 대답할 수 있는 가지 수가
2가지씩이므로 $\Rightarrow 2^{10} = 1024$

16. 180 의 양의 약수 중 3 의 배수의 개수는?

① 10

② 12

③ 14

④ 16

⑤ 18

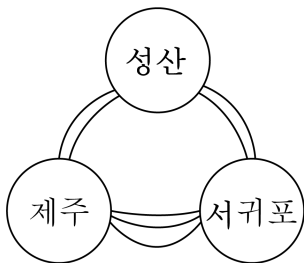
해설

$180 = 3 \times 60$ 따라서 60 의 약수의 개수를 구하면 된다.

$60 = 2^2 \times 3 \times 5$ 이므로

약수의 개수 : $(2 + 1) \times (1 + 1) \times (1 + 1) = 12$

17. 다음 그림과 같이 제주와 성산을 잇는 길은 2 개 성산과 서귀포를 잇는 길은 2 개가 있고, 제주와 서귀포를 잇는 길은 3 개가 있다. 제주에서 서귀포로 갔다가 다시 제주로 돌아올 때, 성산을 반드시 1 번만 거치는 경우의 수는?



① 12

② 18

③ 24

④ 30

⑤ 32

해설

$$(2 \times 2) \times 3 + 3 \times (2 \times 2) = 24$$

∴ 24 가지

18. 10000 원짜리 지폐 2 장, 5000 원짜리 지폐 2 장, 1000 원짜리 지폐 3 장이 있다. 이 지폐의 일부 또는 전부를 사용하여 지불할 수 있는 금액의 수는?

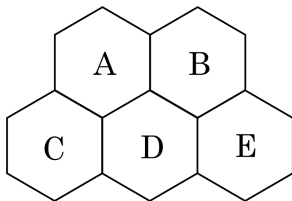
- ① 27 ② 35 ③ 42 ④ 60 ⑤ 81

해설

5000 원짜리 2 장으로 지불할 수 있는 방법이 10000 원짜리 지폐 1 장으로 지불할 수 있는 방법과 같으므로 10000 원짜리 지폐 2 장을 5000 짜리 지폐 4 장으로 바꾸면, 5000 짜리 지폐 6 장, 1000 원짜리 지폐 3 장으로 지불할 수 있는 방법과 같다.

$$\therefore 7 \times 4 - 1 = 27$$

19. 다음 그림의 A, B, C, D, E 에 다섯 가지의 색을 칠하여 그 경계를 구분하는 방법의 수는? (단, 같은 색을 여러 번 사용할 수 있다.)



① 530

② 540

③ 550

④ 560

⑤ 570

해설

주어진 그림에서 D 는 A, B, C, E 와 모두 접하므로 D 에 칠한 색은 다른 곳에 칠하면 안 된다.

따라서 $D \rightarrow C \rightarrow A \rightarrow B \rightarrow E$ 의 순서로 색을 칠한다고 하면 D 는 5 가지, C 는 4 가지, A 는 3 가지, B 는 3 가지, E 는 3 가지의 색을 칠할 수 있으므로 구하는 방법의 수는 $5 \times 4 \times 3 \times 3 \times 3 = 540$ (가지)

20. IMPORT의 6개의 문자를 일렬로 배열할 때, I와 T가 양 끝에 오는 경우의 수는?

① 36

② 42

③ 48

④ 54

⑤ 60

해설

I와 T를 양 끝에 오게 하는 경우의 수 : 2

나머지 문자를 배열하는 경우의 수 : 4!

$$4! \times 2 = 48$$

21. silent의 6개의 문자를 일렬로 배열할 때, 적어도 한쪽 끝에 모음이 오는 경우의 수는?

① 36

② 72

③ 144

④ 288

⑤ 432

해설

전체의 경우의 수에서 양쪽 끝 모두 자음이 오는 경우의 수를 빼준다.

$$6! - {}_4P_2 \times 4! = 432$$

22. 숫자 0, 1, 2, 3, 4, 5를 중복하여 만든 자연수를 크기가 작은 순서로 배열할 때, 1000은 몇 번째 수인가?

① 181

② 215

③ 216

④ 256

⑤ 257

해설

처음 일의 자리일 때는 5가지가 가능하고 그 다음부터는 6번마다 자리 수가 변경 된다.

100이 되기 전까지 개수 : $(6 \times 6) - 1 = 35$

100 ~ 999 : $(6 \times 6) \times 5 = 180$

따라서 1000은 $180 + 35 + 1 = 216$ 번째 수이다.

23. 등식 ${}_nP_2 + 6{}_nC_2 = 12{}_{n-1}C_3$ 을 만족하는 n 의 값은?

① 3

② 4

③ 5

④ 6

⑤ 7

해설

$$n(n-1) + 3n(n-1) = 2(n-1)(n-2)(n-3)$$

n 에 관하여 방정식을 풀면, $n = 6$

24. 두 집합 $X = \{1, 2, 3\}$, $Y = \{4, 5, 6, 7\}$ 에서 X 에서 Y 로의 일대일함수의 갯수는?

① 12개

② 24개

③ 28개

④ 32개

⑤ 36개

해설

집합 Y 의 원소 4, 5, 6, 7에서 서로 다른 세 개를 뽑아

$1 \rightarrow \square, 2 \rightarrow \square, 3 \rightarrow \square$

의 $\square$ 안에 넣어놓는 경우의 수와 같으므로 구하는 함수의 개수는

$${}_4P_3 = 4 \times 3 \times 2 = 24(\text{개})$$

25. 실수 전체의 집합에서 정의된 함수 $f(x) = ax + |x - 2| + 3$ 이 일대일 대응이 되도록 하는 상수 a 의 값의 범위는?

① $a < -2$ 또는 $a > 0$

② $-1 \leq a \leq 1$

③ $-2 < a < 2$

④ $a < -1$ 또는 $a > 1$

⑤ $a \geq 1$

해설

(i) $x \geq 2$ 일 때 $f(x) = ax + x - 2 + 3 = (a + 1)x + 1$

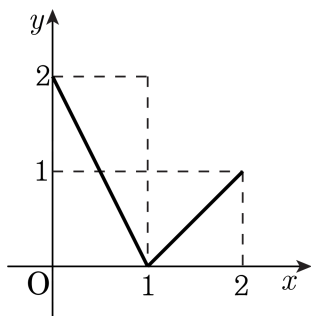
(ii) $x < 2$ 일 때 $f(x) = ax - (x - 2) + 3 = (a - 1)x + 5$

함수 $f(x)$ 가 일대일 대응이 되려면 항상 증가하거나 감소해야 하므로 (i), (ii) 에서의 두 직선의 기울기의 부호가 같아야 한다.

따라서, $(a + 1)(a - 1) > 0$ 이므로

$a < -1$ 또는 $a > 1$

26. 다음 그림은 함수 $y = f(x)$ 의 그래프이다.



$f \circ f = f^2$, $f \circ f^2 = f^3$, $\dots$, $f \circ f^n = f^{n+1}$ 로 정의할 때, $f^{10}\left(\frac{1}{3}\right)$ 의 값은? (단, n 은 자연수)

① $\frac{1}{3}$

② 1

③ 2

④ 3

⑤ 4

해설

그림에서

$$f(x) = \begin{cases} -2x + 2 & (0 \leq x \leq 1) \\ x - 1 & (1 \leq x \leq 2) \end{cases} \quad \text{이므로,}$$

$$f\left(\frac{1}{3}\right) = -2 \cdot \frac{1}{3} + 2 = \frac{4}{3}$$

$$f^2\left(\frac{1}{3}\right) = f\left(\frac{4}{3}\right) = \frac{4}{3} - 1 = \frac{1}{3}$$

$$f^3\left(\frac{1}{3}\right) = f\left(\frac{1}{3}\right) = -2 \cdot \frac{1}{3} + 2 = \frac{4}{3}$$

$\vdots$

$$f^{10}\left(\frac{1}{3}\right) = \frac{1}{3}$$

27. 일차함수 $f(x) = ax + b(a \neq 0)$ 의 그래프를 $y = x$ 에 대칭이동한 그래프의 함수를 $g(x)$ 라고 하자. 두 함수 f, g 가 $f(2) = 5, g(2) = 1$ 을 만족할 때, $f(4)$ 의 값은?

① 7

② 8

③ 9

④ 10

⑤ 11

해설

함수 $f(x) = ax + b(a \neq 0)$ 의 그래프를
 $y = x$ 에 대하여 대칭이동한 그래프는
 $y = f^{-1}(x)$ 의 그래프이다.

따라서 $g(2) = 1$ 에서 $f^{-1}(2) = 1$

$$\therefore f(1) = 2$$

$$f(1) = a + b = 2, f(2) = 2a + b = 5$$

위의 식에서 $a = 3, b = -1$

$$\therefore f(x) = 3x - 1$$

$$\therefore f(4) = 3 \cdot 4 - 1 = 11$$

28. $\frac{\sqrt{2}-1}{\sqrt{2}} + \frac{\sqrt{3}-\sqrt{2}}{\sqrt{6}} + \frac{\sqrt{4}-\sqrt{3}}{\sqrt{12}} + \frac{\sqrt{5}-\sqrt{4}}{\sqrt{20}} + \frac{\sqrt{6}-\sqrt{5}}{\sqrt{30}}$ 의 값은?

① $\frac{6-\sqrt{6}}{6}$

② $\frac{\sqrt{5}-1}{12}$

③ $\frac{10-\sqrt{2}}{20}$

④ $\frac{16-\sqrt{5}}{30}$

⑤ $\frac{\sqrt{30}-1}{2}$

해설

$\sqrt{2} = \sqrt{1} \times \sqrt{2}$, $\sqrt{6} = \sqrt{2} \times \sqrt{3}$, ..., $\sqrt{30} = \sqrt{5} \times \sqrt{6}$ 임을 이용한다.

$$\begin{aligned} & \frac{\sqrt{2}-1}{\sqrt{2}} + \frac{\sqrt{3}-\sqrt{2}}{\sqrt{6}} + \frac{\sqrt{4}-\sqrt{3}}{\sqrt{12}} + \frac{\sqrt{5}-\sqrt{4}}{\sqrt{20}} + \frac{\sqrt{6}-\sqrt{5}}{\sqrt{30}} \\ &= \frac{\sqrt{2}-1}{\sqrt{2}} + \frac{\sqrt{3}-\sqrt{2}}{\sqrt{3} \times \sqrt{2}} + \frac{\sqrt{4}-\sqrt{3}}{\sqrt{4} \times \sqrt{3}} + \frac{\sqrt{5}-\sqrt{4}}{\sqrt{5} \times \sqrt{4}} + \frac{\sqrt{6}-\sqrt{5}}{\sqrt{6} \times \sqrt{5}} \\ &= \left(1 - \frac{1}{\sqrt{2}}\right) + \left(\frac{1}{\sqrt{2}} - \frac{1}{\sqrt{3}}\right) + \left(\frac{1}{\sqrt{3}} - \frac{1}{\sqrt{4}}\right) \\ & \quad + \left(\frac{1}{\sqrt{4}} - \frac{1}{\sqrt{5}}\right) + \left(\frac{1}{\sqrt{5}} - \frac{1}{\sqrt{6}}\right) \\ &= 1 - \frac{1}{\sqrt{6}} = \frac{\sqrt{6}-1}{\sqrt{6}} = \frac{6-\sqrt{6}}{6} \end{aligned}$$

29. 함수 $f(x) = \frac{x+2}{x-1}$ 의 역함수를 $g(x)$ 라 한다. $y = g(x)$ 와 $y = x$ 의 그래프가 만나는 점을 A, B라 할 때 선분 AB의 길이는?

① $\sqrt{6}$

② $2\sqrt{6}$

③ $4\sqrt{2}$

④ $3\sqrt{3}$

⑤ $6\sqrt{3}$

해설

$y = f(x)$ 와 $y = g(x)$ 는 $y = x$ 에 대해 대칭이므로 $\begin{cases} y = g(x) \\ y = x \end{cases}$

의 교점은 $\begin{cases} y = f(x) \\ y = x \end{cases}$ 의 교점과 같다.

$$\frac{x+2}{x-1} = x, \quad x+2 = x^2 - x$$

$$x^2 - 2x - 2 = 0, \quad x = 1 \pm \sqrt{3} \text{ 이므로}$$

$$A(1 + \sqrt{3}, 1 + \sqrt{3}), B(1 - \sqrt{3}, 1 - \sqrt{3})$$

$$\therefore \overline{AB} = \sqrt{(2\sqrt{3})^2 + (2\sqrt{3})^2} = 2\sqrt{6}$$

30. $x = \sqrt{17 - 12\sqrt{2}}$ 일 때, 다항식 $x^5 - 4x^4 - 7x^3 - 21x^2 - x + 2$ 의 값은?

① $4 - 2\sqrt{2}$

② $4 + 2\sqrt{2}$

③ $3 - 2\sqrt{2}$

④ $3 + 2\sqrt{2}$

⑤ $2 - 2\sqrt{2}$

해설

$$x = \sqrt{17 - 12\sqrt{2}} = \sqrt{17 - 2\sqrt{72}} = 3 - 2\sqrt{2} \text{ 이므로 } x - 3 = -2\sqrt{2}$$

양변을 제곱하면, $(x - 3)^2 = 8$

$$\therefore x^2 - 6x + 1 = 0$$

주어진 식을 $x^2 - 6x + 1$ 로 나누면

$$x^5 - 4x^4 - 7x^3 - 21x^2 - x + 2$$

$$= (x^2 - 6x + 1)(x^3 + 2x^2 + 4x + 1) + x + 1$$

$$= x + 1$$

$$= (3 - 2\sqrt{2}) + 1$$

$$= 4 - 2\sqrt{2}$$

31. 여섯 개의 수 0, 1, 2, 3, 4, 5 가 있다. 이 중에서 서로 다른 네 개의 수를 뽑아서 네 자리 정수를 만들려고 한다. 이때, 십의 자리의 수가 일의 자리의 수보다 작게 되는 네 자리의 정수는 모두 몇 개인가?

- ① 90개 ② 108개 ③ 120개 ④ 145개 ⑤ 150개

해설

네 자리수를 $A B C D$ 라 하면

A 자리에 올수 있는 수는 0 을 제외한 수이므로 5 개,

C 자리에 올 수 있는 수는 A 에서 사용한 수를 제외하고
0 을 포함한 수이므로 5 개,

B 와 D 는 남아있는 4 개의 수중 큰 수와 작은 수를 구분해야
하므로 ${}_4C_2$,

따라서 구하는 개수는 $5 \times 5 \times {}_4C_2 = 150$ (개)

32. 자연수 전체의 집합 N 에서 N 으로의 함수 f 를

$$f(n) = \begin{cases} \frac{n}{2} & (n \text{이 } 2 \text{의 배수일 때}) \\ n+1 & (n \text{이 } 2 \text{의 배수가 아닐 때}) \end{cases} \quad \text{로 정의하자.}$$

$f = f^1$, $f \circ f = f^2$, $f \circ f^2 = f^3$, $\dots$, $f \circ f^n = f^{n+1}$ 으로 나타낼 때, $f^k(10) = 2$ 를 만족하는 자연수 k 의 최솟값은? (단, n 은 자연수 이다.)

① 4

② 5

③ 6

④ 7

⑤ 8

해설

$f^k(10)$ 에 $k = 1, 2, 3, \dots$ 을 차례로 대입하면

$$f(10) = 5$$

$$f^2(10) = f(f(10)) = f(5) = 6$$

$$f^3(10) = f(f^2(10)) = f(6) = 3$$

$$f^4(10) = f(f^3(10)) = f(3) = 4$$

$$f^5(10) = f(f^4(10)) = f(4) = 2$$

따라서 k 의 최솟값은 5이다.

33. 점근선이 $x = 4$, $y = -1$ 이고, 점 $(6, 0)$ 을 지나는 유리함수 $f(x)$ 의 $-2 \leq x \leq 2$ 에서의 최댓값을 M , 최솟값을 m 이라 할 때, Mm 의 값은?

① $\frac{2}{3}$

② $\frac{4}{3}$

③ $-\frac{2}{3}$

④ $-\frac{4}{3}$

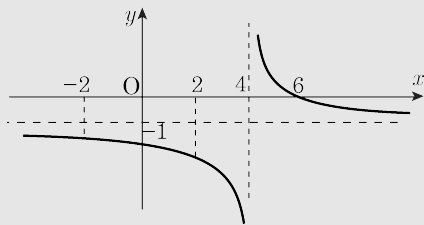
⑤ $\frac{8}{3}$

해설

$$y = \frac{k}{x-4} - 1, (k \neq 0)$$

$$0 = \frac{k}{6-4} - 1 \therefore k = 2$$

$$f(x) = \frac{2}{x-4} - 1$$



$$x = -2 \text{ 일 때, } M = \frac{2}{-2-4} - 1 = -\frac{4}{3}$$

$$x = 2 \text{ 일 때, } m = \frac{2}{2-4} - 1 = -2$$

$$\therefore Mm = -\frac{4}{3} \times (-2) = \frac{8}{3}$$

34. $|x|$ 는 x 보다 크지 않는 최대의 정수를 나타낸다. $|\sqrt[3]{1}| + |\sqrt[3]{2}| + |\sqrt[3]{3}| + \cdots + |\sqrt[3]{n}| = 2n$ 일 때, n 의 값을 구하면?

① 29

② 33

③ 41

④ 47

⑤ 59

해설

$1 \leq n \leq 7$ 일 때, $|\sqrt[3]{n}| = 1$

$8 \leq n \leq 26$ 일 때, $|\sqrt[3]{n}| = 2$

$27 \leq n \leq 63$ 일 때, $|\sqrt[3]{n}| = 3$

$n \geq 64$ 일 때, $1 \times 7 + 2(26 - 7) + 3(63 - 26) + |\sqrt[3]{64}| + |\sqrt[3]{65}| + \cdots + |\sqrt[3]{n}| > 2n$ 이므로 계산할 필요가 없다.

$f(n) = |\sqrt[3]{1}| + |\sqrt[3]{2}| + |\sqrt[3]{3}| + \cdots + |\sqrt[3]{n}|$ 로 놓으면 $f(n)$ 에서

$$\begin{cases} n & (1 \leq n \leq 7) \\ f(7) + 2(n - 7) = 2n - 7 & (8 \leq n \leq 26) \\ f(26) + 3(n - 26) = 3n - 33 & (27 \leq n \leq 63) \end{cases}$$

따라서, $3n - 33 = 2n$ 에서 $n = 33$

35. 어떤 원자의 전자들은 에너지의 증감에 따라 세 가지 상태 a, b, c 로 바뀐다. 이 때, 다음 규칙이 적용된다고 하자.

규칙1: 에너지가 증가하면 b 상태의 전자는 c 상태로 올라가고, a 상태의 전자 중 일부는 b 상태로, 나머지는 c 상태로 올라간다.

규칙2: 에너지가 감소하면 b 상태의 전자는 a 상태로 내려가고, c 상태의 전자 중 일부는 b 상태로, 나머지는 a 상태로 내려간다.

<단계1>에서 전자는 a 상태에 있다. 에너지가 증가하여 <단계2>가 되면 이 전자는 b 상태 또는 c 상태가 된다. 이때, 이 전자가 취할 수 있는 변화의 경로는 $a \rightarrow b$ 와 $a \rightarrow c$ 의 2가지이다. 다시 에너지가 감소하여 <단계3>이 되면, 이 때까지의 가능한 변화 경로는 $a \rightarrow b \rightarrow a$, $a \rightarrow c \rightarrow b$, $a \rightarrow c \rightarrow a$ 의 3가지이다. 이와 같이 순서대로 에너지가 증감을 반복할 때, <단계1>부터 <단계7>까지 이 전자의 가능한 변화 경로의 수는?

① 18

② 19

③ 20

④ 21

⑤ 22

해설

단계 1 : 1가지,

단계 2 : 2가지,

단계 3 : 3가지,

단계 4 : 5가지 ...

즉, 피보나치 수열을 이룬다.

따라서 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, ...

$\therefore$ 단계 7 : 21