

1. 다음은 유리식과 무리식의 정의이다.

유리식: 두 다항식 A, B( $B \neq 0$ )에 대하여,  $\frac{A}{B}$ 와같이 분수의 꼴로 나타내어지는식, 특히 B가 상수인 유리식  $\frac{A}{B}$ 는 다항식이므로 다항식도 유리식이다. 한편, 유리식 중에서 다항식이 아닌 유리식을 분수식이라고 한다.  
무리식: 근호 안에 문자가 포함되어 있는 식으로 유리식으로 나타낼 수 없는 식

주어진 식에 대한 설명으로 바르게 짝지어진 것을 고르면?

- ①  $\frac{x^2+5}{3x+2}$ -다항식

②  $\sqrt{2}x+3$ -유리식
- ③  $\frac{x^2-1}{3}$ -분수식

④  $\sqrt{x^2-1}$ -유리식
- ⑤  $2x+\sqrt{x^2+5}$ -다항식

해설

① 분수식    ③유리식    ④무리식    ④무리식

2.  $a > 0$ ,  $b < 0$  일 때,  $\sqrt{a^2b^2} = \square$  이다.  $\square$  에 알맞은 식을 써넣어라.

▶ 답 :

▷ 정답 :  $-ab$

해설

$a^2 > 0$ ,  $b^2 > 0$  이므로

$$\sqrt{a^2b^2} = \sqrt{a^2} \sqrt{b^2} = |a||b|$$

$a > 0$  일 때,  $|a| = a$  이고

$b < 0$  일 때,  $|b| = -b$

따라서  $\sqrt{a^2b^2} = a \cdot (-b) = -ab$

3.  $\frac{\sqrt{3}-\sqrt{2}}{\sqrt{3}+\sqrt{2}}$ 을 계산하면  $a+b\sqrt{c}$ 가 된다. 이때,  $a+b+c$ 의 값을 구하시오.

▶ 답 :

▷ 정답 : 9

해설

$$\frac{\sqrt{3}-\sqrt{2}}{\sqrt{3}+\sqrt{2}} = \frac{(\sqrt{3}-\sqrt{2})^2}{(\sqrt{3}+\sqrt{2})(\sqrt{3}-\sqrt{2})} = 5-2\sqrt{6}$$

$$a=5, b=-2, c=6$$

$$\therefore a+b+c=9$$

4.  $x = 2 + \sqrt{3}$ ,  $y = 2 - \sqrt{3}$  일 때,  $\frac{x}{y} + \frac{y}{x}$  의 값은?

① 14      ② 16      ③ 18      ④ 20      ⑤ 22

해설

$$x = 2 + \sqrt{3}, y = 2 - \sqrt{3} \text{ 일 때,}$$

$$xy = 4 - 3 = 1, x + y = 4$$

$$\frac{x}{y} + \frac{y}{x} = \frac{x^2 + y^2}{xy} = \frac{14}{1} = 14$$

$$(\therefore x^2 + y^2 = (x + y)^2 - 2xy)$$

5.  $x = 4 - \sqrt{3}$  일 때,  $x^2 - 8x + 15$  의 값을 구하시오.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$x = 4 - \sqrt{3}$ 에서  $x - 4 = -\sqrt{3}$ 의 양변을 제곱하면,  $(x - 4)^2 = x^2 - 8x + 16 = 3$  이므로  
 $x^2 - 8x = -13$   
 $\therefore x^2 - 8x + 15 = -13 + 15 = 2$

6. 등식  $a(1 + 3\sqrt{2}) + b(2 - \sqrt{2}) = -4 + 9\sqrt{2}$ 를 만족하는 유리수  $a, b$ 의 값은?

①  $a = 1, b = -3$

②  $a = 1, b = -2$

③  $a = 2, b = -3$

④  $a = -2, b = -1$

⑤  $a = -2, b = 3$

해설

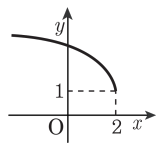
$(a + 2b) + (3a - b)\sqrt{2} = -4 + 9\sqrt{2}$ 이므로

$$\begin{cases} a + 2b = -4 \\ 3a - b = 9 \end{cases} \quad \text{를 연립하면,}$$

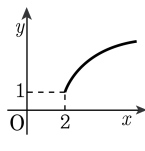
$$\therefore a = 2, b = -3$$

7. 함수  $y = 2\sqrt{-3x+6} + 1$  의 그래프는?

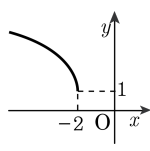
①



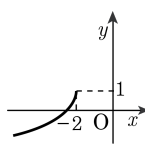
②



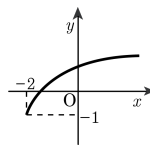
③



④



⑤



해설

$$y = 2\sqrt{-3(x-2)} + 1$$

$\Rightarrow$  꼭짓점 : (2, 1)

정의역 :  $x \leq 2$ , 치역 :  $y \geq 1$

8. 다음 중 평행이동 또는 대칭이동에 의하여  $y = \sqrt{-x}$ 의 그래프와 겹쳐질 수 없는 것은?

①  $y = -\sqrt{1-x} + 1$

②  $y = \sqrt{x} - 1$

③  $y = \sqrt{x-1} + 3$

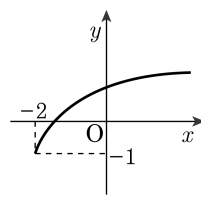
④  $y = -\sqrt{-x+2} + 2$

⑤  $y = \sqrt{-2x+1} - 1$

해설

⑤  $y = \sqrt{ax+b} + c$ 에서  $a$ 의 계수가 다르면  
평행이동 또는 대칭이동에 의해 겹쳐지지 않는다.

9. 다음 그래프는  $y = \sqrt{x}$  의 그래프를 평행 이동한 것이다. 이 그래프의 함수는?



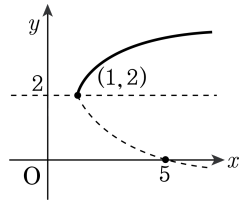
- ①  $y = \sqrt{x-2} + 1$   
②  $y = \sqrt{x-2} - 1$   
③  $y = \sqrt{x+2} + 1$   
④  $y = \sqrt{x+2} - 1$   
⑤  $y = -\sqrt{x-2} - 1$

해설

$x$ 축으로  $-2$ 만큼  
 $y$ 축으로  $-1$ 만큼 평행이동했으므로  
 $x$  대신  $x+2$ ,  $y$  대신  $y+1$ 을 대입하면  
 $y = \sqrt{x+2} - 1$

10. 다음 그래프로 나타낼 수 있는 함수는?

- ①  $y = 2 - \sqrt{x-1}$
- ②  $y = 2 + \sqrt{x-1}$
- ③  $y = 2 + \sqrt{x+1}$
- ④  $y = 2 - \sqrt{x+1}$
- ⑤  $y = 2 - \sqrt{-x+1}$



해설

$y = \sqrt{ax}$  ( $a > 0$ )의 그래프를  
 $x$ 축으로 1,  $y$ 축으로 2만큼 평행이동한  
그래프이므로  $y = \sqrt{a(x-1)} + 2$  ( $a > 0$ ) 꼴이다.  
주어진 식 중에서 적당한 것은 ② 뿐이다.

해설

꼭짓점이 (1, 2)이고 변역은  $x \geq 1$ ,  $y \geq 2$ 이므로  
 $x = a(y-2)^2 + 1$   
점 (5, 0)을 지나므로  
 $5 = a(0-2)^2 + 1 \rightarrow a = 1$   
 $x = (y-2)^2 + 1 \rightarrow y = 2 + \sqrt{x-1}$

11. 두 함수  $f(x) = -\sqrt{2x+1}+4$ ,  $g(x) = \sqrt{5-x}+3$  에 대하여  $(g \circ f)(4)$  의 값을 구하면?

① 1                      ② 2                      ③ 3                      ④ 4                      ⑤ 5

해설

$$\begin{aligned} f(4) &= -\sqrt{2 \cdot 4 + 1} + 4 = 1 \\ (g \circ f)(4) &= g(f(4)) = g(1) \text{ 이므로} \\ (g \circ f)(4) &= \sqrt{5-1} + 3 = 5 \end{aligned}$$

12.  $a < 0$ ,  $b < 0$  일 때, 다음 중 옳은 것을 고르면?

①  $a\sqrt{b} = \sqrt{a^2b}$

②  $\frac{\sqrt{b}}{a} = \sqrt{\frac{b}{a^2}}$

③  $\sqrt{a^2b^2} = ab$

④  $\sqrt{-ab} = \sqrt{a}\sqrt{b}$

⑤  $\sqrt{ab} = \sqrt{a}\sqrt{b}$

해설

①  $\sqrt{a^2b} = -a\sqrt{b}$

②  $\sqrt{\frac{b}{a^2}} = \frac{\sqrt{b}}{\sqrt{a^2}} = \frac{\sqrt{b}}{-a}$

③  $\sqrt{a^2b^2} = \sqrt{a^2}\sqrt{b^2} = (-a)(-b) = ab$

④  $\sqrt{-ab} = \sqrt{-a}\sqrt{b} = \sqrt{(-1)a}\sqrt{b}$   
 $= -\sqrt{-1}\sqrt{a}\sqrt{b} = -\sqrt{a}\sqrt{bi}$

⑤  $\sqrt{ab} = -\sqrt{a}\sqrt{b}$

13.  $1 < a < 4$  일 때,  $\sqrt{(a-4)^2} + |a-1|$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$$\begin{aligned} & \sqrt{(a-4)^2} + |a-1| \\ &= |a-4| + |a-1| \\ &= -a+4+a-1 = 3 \end{aligned}$$

14.  $x = \sqrt{3} + \sqrt{2}$ ,  $y = \sqrt{3} - \sqrt{2}$  일 때, 다음 식의 값은?

$$\frac{\left(\frac{1}{x}\right)^3 + \left(\frac{1}{y}\right)^3}{\frac{1}{x} + \frac{1}{y}}$$

- ①  $3(\sqrt{3} + \sqrt{2})$

②  $3(\sqrt{3} - \sqrt{2})$

③ 9
- ④  $5(\sqrt{3} + \sqrt{2})$

⑤  $7(\sqrt{3} - \sqrt{2})$

해설

$$\begin{aligned} \text{(주어진 식)} &= \frac{\frac{x^3 + y^3}{(xy)^3}}{\frac{x + y}{xy}} \\ &= \frac{(x + y)^3 - 3xy(x + y)}{(x + y)(xy)^2} \\ &= \frac{(x + y)^2 - 3xy}{(xy)^2} \end{aligned}$$

$$\text{조건에서 } x + y = 2\sqrt{3}, \quad xy = 1$$

$$\therefore \text{(주어진 식)} = \frac{(2\sqrt{3})^2 - 3 \cdot 1^2}{1} = 9$$

15.  $x = \frac{1}{2 + \sqrt{3}}$ ,  $y = \frac{1}{2 - \sqrt{3}}$  일 때,  $x^3 + y^3$  의 값은?

①  $8\sqrt{3}$

②  $24\sqrt{3}$

③  $30\sqrt{3}$

④ 48

⑤ 52

해설

$$x = \frac{1}{2 + \sqrt{3}} = 2 - \sqrt{3},$$

$$y = \frac{1}{2 - \sqrt{3}} = 2 + \sqrt{3}$$

$$x + y = 4, \quad xy = 1$$

$$\begin{aligned} x^3 + y^3 &= (x + y)^3 - 3xy(x + y) \\ &= 4^3 - 3 \times 4 = 52 \end{aligned}$$

16. 함수  $y = \sqrt{-4x+12} - 2$  는 함수  $y = a\sqrt{-x}$  의 그래프를  $x$  축의 방향으로  $b$  만큼,  $y$  축의 방향으로  $c$  만큼 평행이동한 것이다.  $a+b+c$  의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$$y = \sqrt{-4(x-3)} - 2 = 2\sqrt{-(x-3)} - 2 \text{ 이고}$$

$$y = 2\sqrt{-x} \xrightarrow[y\text{축 } -2]{x\text{축 } 3} y = 2\sqrt{-(x-3)} - 2 \text{ 이므로}$$

$$a = 2, b = 3, c = -2$$

$$\therefore a + b + c = 2 + 3 - 2 = 3$$

17. 무리함수  $y = \sqrt{2x+1} + 2$  의 그래프를 평행이동  $f : (x, y) \rightarrow (x + a, y + b)$  에 의해 옮긴 그래프의 식이  $y = \sqrt{ax+b} + c$  일 때, 상수  $a, b, c$  의 합  $a + b + c$  의 값을 구하면?

- ① -2      ② -1      ③ 0      ④ 1      ⑤ 2

해설

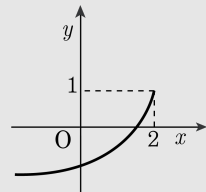
$y = \sqrt{2x+1} + 2$  의 그래프를  
 $x$  축의 방향으로  $a$  만큼,  $y$  축의 방향으로  
 $b$  만큼 평행이동한 그래프의 식은  
 $y = \sqrt{2(x-a)} + 1 + 2 + b$   
 $= \sqrt{2x-2a+1} + 2 + b$   
이 식이  $y = \sqrt{ax+b} + c$  와 같으므로  
 $a = 2, -2a+1 = b, 2+b = c$   
따라서,  $a = 2, b = -3, c = -1$  이므로  
 $\therefore a + b + c = -2$

18. 좌표평면에서 무리함수  $y = -\sqrt{-x+2} + 1$ 의 그래프가 지나지 않는 사분면을 모두 구하면?

- ① 제 1사분면                      ② 제 2사분면  
③ 제 3사분면                      ④ 제 1사분면, 제 2사분면  
⑤ 제 3사분면, 제 4사분면

해설

무리함수의 그래프를 그려보면 아래와 같다.



따라서, 무리함수의 그래프가 지나지 않는 것은 제 2사분면이다.

19. 무리함수  $y = \sqrt{9+3x}-2$  에 대한 다음 설명 중 옳은 것을 고르면?

- ① 그래프는  $x$  축과 점  $\left(\frac{5}{3}, 0\right)$  에서 만난다.
- ② 정의역은  $\{x|x \leq -3\}$  이다.
- ③ 치역은  $\{y|y \geq -1\}$  이다.
- ④ 그래프를 평행이동하면  $y = -\sqrt{3x}$  의 그래프와 겹칠 수 있다.
- ⑤ 제4 사분면을 지나지 않는다.

해설

①  $y = \sqrt{9+3x}-2$  에  $x = \frac{5}{3}$  를 대입하면

$$y = \sqrt{14}-2$$

따라서, 점  $\left(\frac{5}{3}, \sqrt{14}-2\right)$  를 지난다.

②  $9+3x \geq 0$  에서  $x \geq -3$

따라서, 정의역은  $\{x|x \geq -3\}$  이다.

③  $\sqrt{9+3x} \geq 0$  이므로 치역은

$\{y|y \geq -2\}$  이다.

④  $y = \sqrt{9+3x}-2 = \sqrt{3(x+3)}-2$  이므로

$y = \sqrt{3x}$  의 그래프를

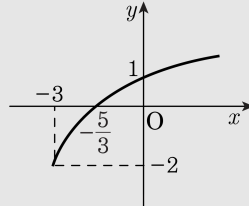
$x$  축의 방향으로  $-3$  만큼,

$y$  축의 방향으로  $-2$  만큼 평행이동한 것이다.

⑤  $y = \sqrt{9+3x}-2$  의 그래프는

그림과 같으므로

제4 사분면을 지나지 않는다.



20.  $1 \leq x \leq 5$  에서 함수  $y = -\sqrt{3x+1} + 4$  의 최댓값을  $a$  , 최솟값을  $b$  라 할 때,  $a-b$  의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$$y = -\sqrt{3x+1} + 4 = -\sqrt{3\left(x + \frac{1}{3}\right)} + 4$$

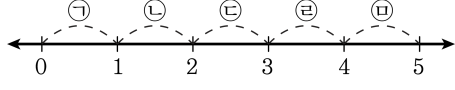
주어진 함수의 그래프는  $y = -\sqrt{3x}$  의 그래프를  $x$  축의 방향으로  $-\frac{1}{3}$  만큼,  $y$  축의 방향으로 4 만큼 평행이동한 것이므로  $x$  의 값이 증가할 때,  $y$  의 값은 감소한다.

$x = 1$  일 때, 최댓값  $a = -\sqrt{3+1} + 4 = 2$

$x = 5$  일 때, 최솟값  $b = -\sqrt{15+1} + 4 = 0$

$\therefore a - b = 2 - 0 = 2$

21.  $f(a, b) = \sqrt{a+b-2\sqrt{ab}}$ 로 정의할 때  $f(2, 1) + f(3, 2) + f(4, 3) + f(5, 4) + \dots + f(10, 9)$ 의 값이  $k$ 라 하면, 다음 중 실수  $k$ 에 대응하는 수는 직선 위에서 어느 위치에 있는가? (단,  $a > b > 0$ )



▶ 답 :

▷ 정답 : ㉣

해설

$a > b$  일 때,  $f(a, b) = \sqrt{a+b-2\sqrt{ab}} = \sqrt{a} - \sqrt{b}$   
 $\therefore f(2, 1) + f(3, 2) + f(4, 3) + \dots + f(10, 9)$   
 $= (\sqrt{2} - 1) + (\sqrt{3} - \sqrt{2}) + (\sqrt{4} - \sqrt{3}) + \dots$   
 $+ (\sqrt{10} - \sqrt{9})$   
 $= -1 + \sqrt{10} = k$   
 그런데  $\sqrt{9} < \sqrt{10} < \sqrt{16}$  에서  
 $2 < -1 + \sqrt{10} < 3$  이므로  
 $k$ 는 ㉣안에 있다.

22.  $x = \frac{\sqrt{5}+1}{2}$  일 때,  $x^2 - x - 2$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -1

해설

$$x = \frac{\sqrt{5}+1}{2} \text{에서 } 2x = \sqrt{5} + 1$$

$2x - 1 = \sqrt{5}$ 의 양변을 제곱하면

$$4x^2 - 4x + 1 = 5 \quad \therefore x^2 - x - 1 = 0$$

$$\therefore x^2 - x - 2 = x^2 - x - 1 - 1 = 0 - 1 = -1$$

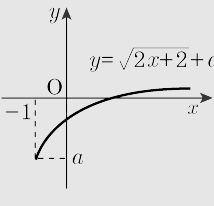
23. 함수  $y = \sqrt{2x+2} + a$  의 그래프가 제 1, 3, 4 사분면을 지나도록 하는 정수  $a$  의 최댓값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -2

해설

$y = \sqrt{2x+2} + a = \sqrt{2(x+1)} + a$   
주어진 함수는  $y = \sqrt{2x}$  의 그래프를  $x$  축의 방향으로 -1 만큼,  
 $y$  축의 방향으로  $a$  만큼 평행이동한 것이다.  
따라서 이 함수의 그래프가 제 1, 3, 4 사분면을 지나려면  $x = 0$  일 때,  $y < 0$  이어야 한다.



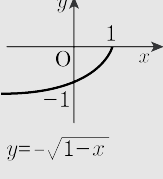
$\sqrt{2} + a < 0$  이므로  $a < -\sqrt{2}$   
따라서 정수  $a$  의 최댓값은 -2이다.

24. 다음 함수 중 그 그래프가 제 1, 3, 4 사분면을 지나는 것은?

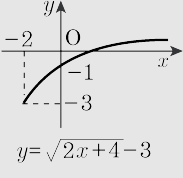
- ①  $y = -\sqrt{1-x}$
- ②  $y = \sqrt{2x+4}-3$
- ③  $y = -\sqrt{2x+3}+3$
- ④  $y = \sqrt{1-4x}+5$
- ⑤  $y = -\sqrt{6-2x}-1$

해설

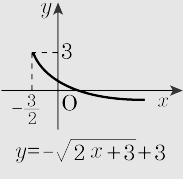
① 제 3, 4 사분면을 지난다.



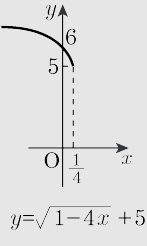
② 제 1, 3, 4 사분면을 지난다.



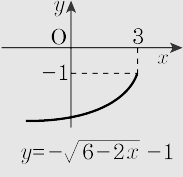
③ 제 1, 2, 4 사분면을 지난다.



④ 제 1, 2 사분면을 지난다.



⑤ 제 3, 4 사분면을 지난다.



따라서 그래프가 제 1, 3, 4 사분면을 지나는 것은 ②이다.

25. 함수  $y = \sqrt{2x+6} + 1$  의 그래프의 설명 중 옳지 않은 것을 나열하면?

- ㉠  $y = \sqrt{2x}$ 를 평행이동한 것이다.

㉡  $y = \sqrt{2x}$ 를 대칭이동한 것이다.

㉢ 정의역 :  $\{x \mid x \geq 3$ 인 실수 $\}$

㉤ 치역 :  $\{y \mid y \geq 1$ 인 실수 $\}$

- ① ㉡, ㉤
- ② ㉠, ㉡
- ③ ㉠, ㉢
- ④ ㉡, ㉢
- ⑤ ㉠, ㉤

해설

$y = \sqrt{2(x+3)} + 1$ 의 그래프는  $y = \sqrt{2x}$ 의 그래프를  $x$ 축의 방향으로  $-3$ 만큼,  $y$ 축의 방향으로  $1$ 만큼 평행이동한 것이므로 다음 그림과 같다.

㉠  $y = \sqrt{2x}$ 의 그래프를  $x$ 축의 방향으로  $-3$ 만큼,  $y$ 축의 방향으로  $1$ 만큼 평행이동한 것이다.

∴ 참

㉡  $y = \sqrt{2x}$ 의 그래프를 평행이동한 것이다.

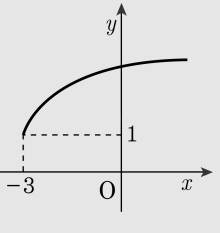
∴ 거짓

㉢ 정의역은  $\{x \mid x \geq -3$ 인 실수 $\}$ 이다.

∴ 거짓

㉤ 치역은  $\{y \mid y \geq 1$ 인 실수 $\}$ 이다.

∴ 참



26.  $1 \leq x \leq a$  일 때,  $y = \sqrt{2x-1} + 3$  의 최솟값이  $m$ , 최댓값이 6이다.  
 $a+m$  의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 9

해설

$1 \leq x \leq a$  에서, 함수  $y = \sqrt{2x-1} + 3$  은 증가함수이므로  
 $x = 1$  일때 최솟값을 가진다.

$$\text{곧, } m = \sqrt{2-1} + 3 = 4$$

$$\therefore m = 4$$

또한,  $x = a$  일 때 최댓값을 가지므로

$$6 = \sqrt{2a-1} + 3$$

$$\therefore a = 5$$

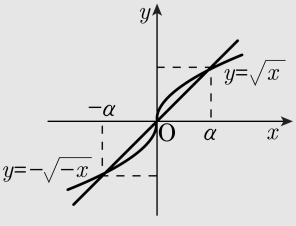
$$\therefore a + m = 9$$

27. 원점을 지나는 직선이 두 함수  $y = \sqrt{x}$ ,  $y = -\sqrt{-x}$ 의 그래프와 서로 다른 세 점에서 만날 때, 세 점의  $x$ 좌표의 값의 합을 구하면?

- ① -2      ② -1      ③ 0      ④ 1      ⑤ 2

해설

두 함수  $y = \sqrt{x}$ ,  $y = -\sqrt{-x}$ 의 그래프는  
원점에 대하여 대칭이므로  
다음 그림과 같이 원점을 지나는 직선과 서로 다른 세 점에서 만날 때, 세 점의  $x$ 좌표의 값의 합은 항상 0이다.

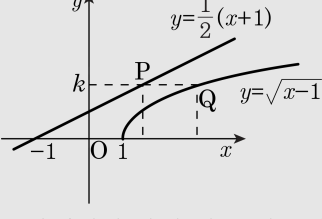


28. 직선  $y = \frac{1}{2}(x+1)$  위의 한 점 P에서  $x$ 축에 평행한 직선을 그어 무리 함수  $y = \sqrt{x-1}$ 의 그래프와 만나는 점을 Q라 할 때,  $\overline{PQ}$ 의 최솟값을 구하면?

- ① 1
- ② 2
- ③ 3
- ④ 4
- ⑤ 5

해설

무리함수  $y = \sqrt{x-1}$ 의 그래프와 직선  $y = \frac{1}{2}(x+1)$ 을 좌표평면 위에 나타내면 다음 그림과 같다.



그림에서와 같이 점 P의  $y$ 좌표를  $k$ 라 하면

① 점 P의  $x$ 좌표는  $k = \frac{1}{2}(x+1)$ 에서

$$x = 2k - 1$$

② 점 Q의  $x$ 좌표는  $k = \sqrt{x-1}$ 에서

$$x = k^2 + 1$$

$$\therefore \overline{PQ} = |k^2 + 1 - (2k - 1)|$$

$$= |k^2 - 2k + 2|$$

$$= |(k - 1)^2 + 1| \geq 1$$

따라서,  $\overline{PQ}$ 의 최솟값은 1이다.

29. 무리함수  $y = \sqrt{kx}$ 의 그래프가 두 점 (2, 2), (3, 6)을 잇는 선분과 만나도록 하는 정수  $k$ 의 개수를 구하여라.

▶ 답: 개

▶ 정답 : 11 개

해설

함수  $y = \sqrt{kx}$ 의 그래프가 점  $(2, 2)$ 를 지날 때  
 $2 = \sqrt{2k}$ ,  $2k = 4$   
 $\therefore k = 2$   
 또, 함수  $y = \sqrt{kx}$ 의 그래프가 점  $(3, 6)$ 을 지날 때  
 $6 = \sqrt{3k}$ ,  $3k = 36$   
 $\therefore k = 12$   
 따라서 구하는 실수  $k$ 의 값의 범위는  
 $2 \leq k \leq 12$  이므로  
 정수  $k$ 는  $2, 3, 4, \dots, 12$ 의 11개다.

30.  $x \geq 1$  이고  $a = \frac{2x}{x^2+1}$  일 때,  $f(x) = \sqrt{1+a} - \sqrt{1-a}$ 에 대하여  $f(x)$ 의 최댓값을 구하면?

- ①  $\frac{\sqrt{2}}{2}$       ②  $\sqrt{2}$       ③ 2      ④  $2\sqrt{2}$       ⑤  $\frac{3\sqrt{2}}{2}$

해설

$$\begin{aligned} & \sqrt{1+a} - \sqrt{1-a} \\ &= \sqrt{1 + \frac{2x}{x^2+1}} - \sqrt{1 - \frac{2x}{x^2+1}} \\ &= \sqrt{\frac{(x+1)^2}{x^2+1}} - \sqrt{\frac{(x-1)^2}{x^2+1}} \\ &= \frac{x+1}{\sqrt{x^2+1}} - \frac{x-1}{\sqrt{x^2+1}} \quad (\because x \geq 1) \\ &= \frac{2}{\sqrt{x^2+1}} \\ \therefore f(x) &= \frac{2}{\sqrt{x^2+1}} \text{에서 } x=1 \text{ 일 때} \\ \text{최댓값 } f(1) &= \sqrt{2} \end{aligned}$$

31.  $x = \frac{2}{\sqrt{3}-1}$ ,  $y = \frac{2}{\sqrt{3}+1}$  일 때,  $\frac{1}{\sqrt{1+\frac{x+y}{4}} - \sqrt{1-\frac{x+y}{4}}}$  의 값을

구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

$$x = \frac{2}{\sqrt{3}-1} = \sqrt{3}+1$$

$$y = \frac{2}{\sqrt{3}+1} = \sqrt{3}-1, \quad x+y = 2\sqrt{3}$$

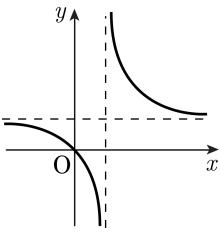
$$\begin{aligned}\sqrt{1+\frac{x+y}{4}} &= \sqrt{1+\frac{2\sqrt{3}}{4}} \\ &= \frac{1}{2}\sqrt{4+2\sqrt{3}} \\ &= \frac{1}{2}(\sqrt{3}+1)\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\sqrt{1-\frac{x+y}{4}} &= \sqrt{1-\frac{2\sqrt{3}}{4}} \\ &= \frac{1}{2}\sqrt{4-2\sqrt{3}} \\ &= \frac{1}{2}(\sqrt{3}-1)\end{aligned}$$

주어진 식에 대입하면

$$\frac{1}{\frac{1}{2}(\sqrt{3}+1) - \frac{1}{2}(\sqrt{3}-1)} = \frac{1}{\frac{1}{2} + \frac{1}{2}} = 1$$

32. 다음 그림은 분수함수  $y = \frac{b}{x+a} + c$  의 그래프의 개형이다. 다음 중 무리함수  $y = a - \sqrt{bx+c}$  의 그래프의 개형으로 옳은 것은?



- ①

②
- ③

④
- ⑤

해설

점근선이  $x = \text{양수}$ ,  $y = \text{양수}$  이므로  
 $y = \frac{b}{x+a} + c$ 에서  $a < 0$ ,  $c > 0$   
 그리고 원점을 지나므로  
 $\frac{b}{a} + c = 0$ ,  $b = -ac > 0$   
 $\therefore y = -\sqrt{bx+c} + a$   
 꼭짓점  $(-\frac{c}{b}, a)$ ,  $(-\frac{c}{b} < 0, a < 0)$   
 루트 앞의 부호가 음수이므로 그래프의 개형은 ④이다.

33. 양수  $a$ 의 소수 부분을  $b$ 라 할 때,  $a^2 + b^2 = 8$ 을 만족하는  $a$ 의 값을 구하면?

①  $1 + \sqrt{3}$

②  $2 + \sqrt{3}$

③  $2 - \sqrt{3}$

④  $1 - \sqrt{3}$

⑤  $3 + 2\sqrt{3}$

해설

( i )  $a$ 가 정수일 때,  
 $b = 0$ ,  $a^2 = 8$   $a = 2\sqrt{2}$  (모순)  
( ii )  $a > 0$ , 정수가 아닐 때  $b \neq 0$   
 $a$ 의 정수부분을  $k$ 라 하면  
 $a = k + b$  ( $0 < b < 1$ )이라 하면  
 $a^2 + b^2 = 8$ 에서  $b^2 = 8 - a^2$   
 $0 < 8 - a^2 < 1$ ,  $\sqrt{7} < a < \sqrt{8}$   
 $\therefore k = 2$   $\therefore b = a - 2$   
 $a^2 + (a - 2)^2 = 2a^2 - 4a + 4 = 8$   
 $a^2 - 2a - 2 = 0$ ,  $a = 1 \pm \sqrt{3}$   
 $\therefore a = 1 + \sqrt{3}$  ( $\because a > 0$ )

34.  $a < 0, b < 0$  이고  $x = \frac{a-b}{2\sqrt{ab}}$  일 때,  $\frac{\sqrt{1+x^2}-x}{\sqrt{1+x^2}+x}$  를  $a, b$  로 나타내면?

- ①  $\frac{b}{a}$       ②  $\frac{a}{b}$       ③  $\frac{b}{2a}$       ④  $-\frac{2a}{b}$       ⑤  $\frac{a}{2b}$

해설

$$\begin{aligned}\sqrt{1+x^2} &= \sqrt{1 + \frac{(a-b)^2}{4ab}} = \sqrt{\frac{(a+b)^2}{4ab}} \\ &= \frac{-(a+b)}{2\sqrt{ab}} \quad (\because a < 0, b < 0) \\ \therefore \sqrt{1+x^2} - x &= \frac{-(a+b)}{2\sqrt{ab}} - \frac{a-b}{2\sqrt{ab}} = \frac{-a}{\sqrt{ab}} \\ \sqrt{1+x^2} + x &= \frac{-(a+b)}{2\sqrt{ab}} + \frac{a-b}{2\sqrt{ab}} = \frac{-b}{\sqrt{ab}} \\ \therefore \frac{\sqrt{1+x^2}-x}{\sqrt{1+x^2}+x} &= \frac{-a}{-b} = \frac{a}{b}\end{aligned}$$

35. 무리함수  $y = \sqrt{x+2} + 2$ 의 역함수를  $y = g(x)$ 라 할 때, 연립방정식

$$\begin{cases} y = \sqrt{x+2} + 2 \\ y = g(x) \end{cases} \quad \text{의 근을 } x = \alpha, y = \beta \text{라 하자. 이 때, } \alpha^2 - 5\beta \text{의}$$

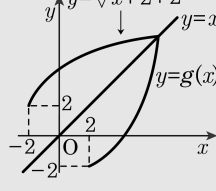
값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -2

#### 해설

두 함수  $y = \sqrt{x+2} + 2$ ,  $y = g(x)$ 의 그래프는  
직선  $y = x$ 에 대하여 대칭이므로 그림과 같이  
그 교점은 직선  $y = x$ 위에 있다.



즉, 연립방정식  $\begin{cases} y = \sqrt{x+2} + 2 \\ y = g(x) \end{cases}$ 의 근

은

$y = x$ 를 만족한다. ( $\alpha = \beta$ )

따라서,  $y = \sqrt{x+2} + 2$ 와  $y = x$ 를 연립하면  
된다.

$$x = \sqrt{x+2} + 2 \text{ 에서 } x - 2 = \sqrt{x+2}$$

$$x^2 - 4x + 4 = x + 2$$

$$x^2 - 5x + 2 = 0$$

$$\therefore \alpha^2 - 5\alpha + 2 = 0$$

$$\therefore \alpha^2 - 5\beta = \alpha^2 - 5\alpha \quad (\because \alpha = \beta)$$

$$= -2$$