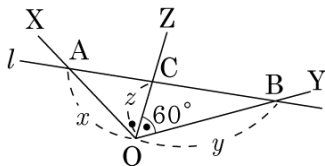


1. 세 점 A, B, C는 세 직선 $\overleftrightarrow{OX}$, $\overleftrightarrow{OY}$, $\overleftrightarrow{OZ}$ 가 직선 l 과 만나는 점이다. $\angle AOC = \angle BOC = 60^\circ$ 이고, $\overline{OA} = x$, $\overline{OB} = y$, $\overline{OC} = z$ 라고 할 때, x, y, z 사이의 관계식을 골라라.



① $z = xy$

② $\frac{1}{z} = \frac{1}{x} + \frac{1}{y}$

③ $z = x + y$

④ $z = \frac{1}{xy}$

⑤ $\frac{1}{z} = \frac{xy}{x+y}$

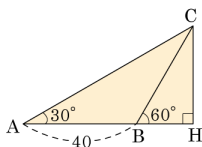
해설

$$\begin{aligned}\triangle AOB &= \frac{1}{2}xy \sin(180^\circ - 120^\circ) \\ &= \frac{1}{2}xz \sin 60^\circ + \frac{1}{2}yz \sin 60^\circ\end{aligned}$$

$$\therefore \frac{1}{2}xy \times \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{1}{2}xz \times \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2}yz \times \frac{\sqrt{3}}{2}$$

따라서 $xy = (x+y)z$ 에서 xyz 를 양변에 나누어주면 $\frac{1}{z} = \frac{1}{x} + \frac{1}{y}$ 이다.

2. 다음은 $\triangle ABC$ 에서 $\angle A = 30^\circ$, $\angle CBH = 60^\circ$, $\overline{AB} = 40$ 일 때, $\overline{CH}$ 의 길이를 구하는 과정이다. 안의 값이 옳지 않은 것은?



$\overline{CH} = h$ 라고 하면

$$\overline{AH} = \frac{h}{\boxed{\text{가}}}, \overline{BH} = \frac{h}{\boxed{\text{나}}}$$

$$\overline{AB} = \boxed{\text{다}} = \frac{h}{\tan 30^\circ} - \frac{h}{\tan 60^\circ}, h \times \frac{2}{\sqrt{3}} = \boxed{\text{라}}$$

$$\therefore h = 40 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = \boxed{\text{마}}$$

- ① (가) $\tan 60^\circ$ ② (나) $\tan 60^\circ$ ③ (다) $\overline{AH} - \overline{BH}$
 ④ (라) 40 ⑤ (마) $20\sqrt{3}$

해설

(가) 에 $\tan 30^\circ$ 가 들어가야 한다.

$\overline{CH} = h$ 라고 하면

$$\overline{AH} = \frac{h}{\tan 30^\circ}, \overline{BH} = \frac{h}{\tan 60^\circ}$$

$$\overline{AB} = \overline{AH} - \overline{BH} = \frac{h}{\tan 30^\circ} - \frac{h}{\tan 60^\circ} = 40$$

$$h \left(\frac{1}{\tan 30^\circ} - \frac{1}{\tan 60^\circ} \right) = 40, h \times \frac{2}{\sqrt{3}} = 40$$

$$\therefore h = 40 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 20\sqrt{3}$$

3. x 에 관한 이차방정식 $ax^2 - 2x + 8 = 0$ 의 한 근이 $2\sin 90^\circ - 3\cos 0^\circ$ 일 때, a 의 값을 구하면?

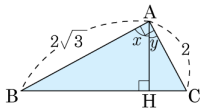
- ① -10 ② -6 ③ -2 ④ 2 ⑤ 6

해설

이차방정식 $ax^2 - 2x + 8 = 0$ 에 $x = -1$ 을 대입하면, $a \times (-1)^2 - 2 \times (-1) + 8 = 0$

$$a + 2 + 8 = 0, a = -10$$

4. 다음 그림의 직각삼각형 ABC 에서 $\cos x + \cos y$ 의 값은?



① $\frac{\sqrt{3}-1}{2}$

② 1

③ $\frac{1+\sqrt{3}}{2}$

④ $\sqrt{3}$

⑤ $4\sqrt{3}$

해설

$\triangle AHC \sim \triangle BAC$ (AA 닮음)

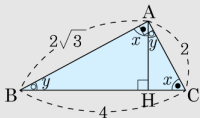
$\angle B = \angle y$, $\angle C = \angle x$

$\overline{BC} = \sqrt{(2\sqrt{3})^2 + 2^2} = 4$

$\angle x = \angle C$, $\cos x = \frac{\overline{AC}}{\overline{BC}} = \frac{2}{4}$

$\angle y = \angle B$, $\cos y = \frac{\overline{AB}}{\overline{BC}} = \frac{2\sqrt{3}}{4}$

$\therefore \cos x + \cos y = \frac{2}{4} + \frac{2\sqrt{3}}{4} = \frac{1+\sqrt{3}}{2}$



5. 이차함수 $y = ax^2 + bx + 3$ 의 그래프의 축과 직선 $x = -2$ 는 y 축에 대해 서로 대칭일 때, $\frac{a^2}{b^2}$ 의 값을 구하여라. (단, $ab \neq 0$)

▶ 답 :

▶ 정답 : $\frac{1}{16}$

해설

$$y = a \left(x^2 + \frac{b}{a}x \right) + 3 = a \left(x + \frac{b}{2a} \right)^2 - \frac{b^2}{4a} + 3 \text{ 이므로 대칭축은 } x = -\frac{b}{2a} \text{ 이다.}$$

이 축이 $x = -2$ 와 y 축에 대해 대칭이므로 대칭축은 $x = 2$ 이다.

$$-\frac{b}{2a} = 2, \frac{b}{a} = -4, \frac{a}{b} = -\frac{1}{4}$$

$$\therefore \frac{a^2}{b^2} = \left(\frac{a}{b} \right)^2 = \frac{1}{16}$$

6. 이차함수 $y = (x - p)^2 + 1$ 의 꼭짓점의 좌표가 직선 $y = \frac{1}{2}x - 2$ 의 위에 있을 때, p 의 값을 구하면?

① 2

② 3

③ 4

④ 5

⑤ 6

해설

$y = (x - p)^2 + 1$ 의 꼭짓점의 좌표가 $(p, 1)$ 이고, 직선 $y = \frac{1}{2}x - 2$

위에 있으므로

$$1 = \frac{1}{2}p - 2 \quad \therefore p = 6$$

7. 점 $(2, 10)$ 을 지나고 꼭짓점의 좌표가 $(-1, -8)$ 인 이차함수의 그래프가 있다. 이 포물선과 직선 $y = -3$ 에 대하여 대칭인 포물선의 그래프의 x 절편의 x 좌표값을 각각 α, β 라 할 때, $\alpha^2 + \beta^2$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

꼭짓점의 좌표가 $(-1, -8)$ 인 이차함수의 방정식은 $y = a(x+1)^2 - 8$ 이고 점 $(2, 10)$ 을 지나므로

$$10 = a(2+1)^2 - 8$$

$$\therefore a = 2$$

따라서 이차함수의 그래프는 $y = 2(x+1)^2 - 8$

이 포물선과 직선 $y = -3$ 에 대하여 대칭인 포물선의 그래프는 꼭짓점의 좌표가 $(-1, 2)$ 이므로

$$y = -2(x+1)^2 + 2$$

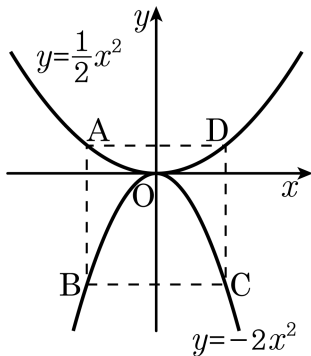
이 그래프의 x 절편은 $y = 0$ 일 때의 x 의 값이므로

$$-2x^2 - 4x = 0$$

$$\therefore x = 0, -2$$

$$\therefore \alpha^2 + \beta^2 = 4$$

8. 다음 그림과 같이 두 이차함수 $y = \frac{1}{2}x^2$, $y = -2x^2$ 의 그래프 위에 네 점 A, B, C, D 가 있다. 이 때, $\square ABCD$ 는 정사각형일 때, 점 A 의 y 좌표는?



① $\frac{2}{25}$

② $\frac{4}{25}$

③ $\frac{6}{25}$

④ $\frac{8}{25}$

⑤ $\frac{11}{25}$

해설

점 A 의 좌표를 $\left(a, \frac{1}{2}a^2\right)$ 이라고 하면 B $(a, -2a^2)$,

D $\left(-a, \frac{1}{2}a^2\right)$ 이고 $\overline{AD} = \overline{AB}$ 이므로

$$2a = \left\{ \frac{1}{2}a^2 - (-2a^2) \right\}, a = \frac{4}{5} (\because a \neq 0) \text{ 이다.}$$

따라서 점 A 의 y 좌표는 $\frac{1}{2}a^2 = \frac{1}{2} \left(\frac{4}{5}\right)^2 = \frac{8}{25}$ 이다.

9. 다음 중 보기의 그래프에 대한 설명으로 옳은 것을 모두 고르면?

보기

㉠ $y = x^2$

㉡ $y = \frac{2}{3}x^2$

㉢ $y = -\frac{1}{4}x^2$

㉤ $y = -\frac{2}{3}x^2$

㉥ $y = 2x^2$

㉦ $y = \frac{5}{2}x^2$

- ① 아래로 볼록한 포물선은 ㉢, ㉤이다.
- ② 대칭축의 식은 $y = 0$, 꼭짓점의 좌표는 $(0, 0)$ 이다.
- ③ 포물선의 폭이 가장 넓은 것은 ㉤이다.
- ④ ㉥ 그래프의 y 의 값의 범위는 $y \geq 2$ 이다.
- ⑤ ㉡과 ㉤의 그래프는 x 축에 대하여 대칭이다.

해설

- ① 아래로 볼록한 것은 ㉠, ㉡, ㉥, ㉦이다.
- ② 대칭축은 $x = 0$, 꼭짓점은 $(0, 0)$ 이다.
- ④ ㉥ 그래프의 y 의 값의 범위는 $y \geq 0$ 이다.

10. 이차함수 $y = ax^2$ 의 그래프가 $y = -\frac{3}{2}x^2$ 의 그래프보다 폭이 좁고,
 $y = 2x^2$ 의 그래프보다 폭이 넓다고 할 때, 음수 a 의 값의 범위는?

① $-\frac{3}{2} < a < 2$

② $-\frac{3}{2} < a < -2$

③ $\frac{3}{2} < a < 2$

④ $-2 < a < -\frac{3}{2}$

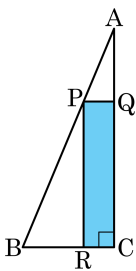
⑤ $-2 < a < \frac{3}{2}$

해설

$$\frac{3}{2} < |a| < 2$$

$\frac{3}{2} < a < 2$ 또는 $-2 < a < -\frac{3}{2}$ 이고, a 가 음수이므로 $-2 < a < -\frac{3}{2}$ 이다.

11. 다음 그림과 같이 $\angle C = 90^\circ$, $\overline{AC} = 36$, $\overline{BC} = 15$ 인 직각삼각형 ABC의 빗변 위의 한 점 P에서 나머지 변에 내린 수선의 발을 각각 Q, R이라고 하자. 사각형 PQCR의 넓이가 120 일 때, 선분 BR의 길이를 구하여라. (단, $\overline{BR} > \overline{RC}$)



▶ 답 :

▷ 정답 : 10

해설

$\triangle APQ$ 와 $\triangle ABC$ 가 닮음이므로

$$\overline{PQ} = x \text{ 라 하면 } \overline{AQ} = \frac{12}{5}x$$

$$\overline{QC} = 36 - \frac{12}{5}x$$

$$\text{따라서 } x \left(36 - \frac{12}{5}x \right) = 120$$

$$x^2 - 15x + 50 = 0$$

$$(x - 10)(x - 5) = 0$$

$$x > 0 \text{ 이므로 } x = 10 \text{ 또는 } x = 5$$

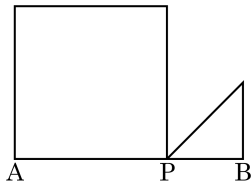
$$\overline{RC} = 5 \text{ 또는 } 10$$

$$\overline{RC} = 5 \text{ 일 때, } \overline{BR} = 15 - 5 = 10$$

$$\overline{RC} = 10 \text{ 일 때, } \overline{BR} = 15 - 10 = 5$$

$$\therefore \overline{BR} > \overline{RC} \text{ 이므로 } \overline{BR} = 10$$

12. 길이가 6cm 인 선분 AB 위에 점 P 를 잡아서 다음 그림과 같이 정사각형과 직각이등변삼각형을 만들어 넓이의 합이 18cm^2 가 되게 하려고 한다. 선분 AP 의 길이를 구하여라. (단, 선분 AP 의 길이는 자연수이다.)



▶ 답 : cm

▷ 정답 : 4cm

해설

선분 AP 의 길이를 $x\text{cm}$ 라고 하면

(정사각형의 넓이) $= x^2$

(직각이등변삼각형의 넓이) $= \frac{1}{2}(6-x)^2$

$$x^2 + \frac{1}{2}(6-x)^2 = 18$$

$$\frac{3}{2}x^2 - 6x + 18 - 18 = 0$$

$$3x^2 - 12x = 0$$

$$3x(x-4) = 0$$

선분 AP 의 길이는 자연수이므로 $x = 4(\text{cm})$

13. 들어 있는 구슬의 개수의 차이가 6개 인 상자가 2개 있다. 상자에 들어 있는 구슬의 곱이 72 일 때, 구슬이 더 많이 들어 있는 상자 안의 구슬의 수를 구하여라.

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 12 개

해설

두 상자에 들어있는 구슬의 수를 x , $x - 6$ 라 하면

$$x(x - 6) = 72$$

$$(x - 12)(x + 6) = 0$$

$$x > 0 \text{ 이므로 } x = 12 \text{ (개)}$$

14. 이차방정식 $3x^2 - 6x - 2 = 0$ 을 $(x-a)^2 = b$ 의 꼴로 나타낼 때, $2a + 3b$ 의 값은?

① 3

② 4

③ 5

④ 6

⑤ 7

해설

$$3x^2 - 6x - 2 = 0$$

$$3x^2 - 6x = 2$$

$$x^2 - 2x = \frac{2}{3}$$

$$x^2 - 2x + 1 = \frac{5}{3}$$

$$(x-1)^2 = \frac{5}{3}$$

$$a = 1, b = \frac{5}{3}$$

$$\therefore 2a + 3b = 2 \times 1 + 3 \times \frac{5}{3} = 2 + 5 = 7$$

15. 이차방정식 $x^2 - 5x - a = 0$ 의 중근을 b 라고 할 때, $a + b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▶ 정답 : $-\frac{15}{4}$

해설

$$\begin{aligned} D = 25 + 4a = 0, \quad a &= -\frac{25}{4} \\ x^2 - 5x + \frac{25}{4} &= 0, \quad \left(x - \frac{5}{2}\right)^2 = 0 \\ x &= \frac{5}{2} = b \\ \therefore a + b &= -\frac{25}{4} + \frac{5}{2} = -\frac{15}{4} \end{aligned}$$

16. 이차방정식 $x^2 - 8x + 15 = 0$ 의 두 근을 a, b 라고 할 때, 다음 중 $a+2, b+2$ 를 두 근으로 갖는 이차항의 계수가 1인 이차방정식은?

① $x^2 - 2x - 35 = 0$

② $x^2 + 2x - 35 = 0$

③ $x^2 - 12x + 35 = 0$

④ $x^2 + 12x + 35 = 0$

⑤ $x^2 - 4x - 30 = 0$

해설

$$x^2 - 8x + 15 = 0$$

$$(x-5)(x-3) = 0$$

$$a = 5, b = 3$$

$$\therefore a+2 = 7, b+2 = 5$$

따라서 5, 7을 두 근으로 하는 이차방정식은

$$(x-7)(x-5) = 0$$

$$\therefore x^2 - 12x + 35 = 0$$

17. 이차방정식 $(x+2)(x-3)=0$ 을 풀면?

① $x = -2$ 또는 $x = -3$

② $x = -2$ 또는 $x = 3$

③ $x = 2$ 또는 $x = 3$

④ $x = 2$ 또는 $x = -3$

⑤ $x = 0$ 또는 $x = 3$

해설

$$x+2=0 \text{ 또는 } x-3=0$$

$$\therefore x = -2 \text{ 또는 } x = 3$$

18. $x^2 - ax - 3x + 3a - 3$ 이 두 일차식의 곱으로 인수분해 될 때, a 가 될 수 있는 값의 합은? (단, 주어진 다항식은 정수 범위에서 인수분해된다.)

① 2

② 4

③ 6

④ 8

⑤ 10

해설

$x^2 - ax - 3x + 3a - 3 = (x + \alpha)(x + \beta)$ 로 놓으면

$$x^2 - (a + 3)x + 3a - 3 = x^2 + (\alpha + \beta)x + \alpha\beta$$

$$a + 3 = -(\alpha + \beta) \text{ 에서 } a = -\alpha - \beta - 3$$

$$3a - 3 = \alpha\beta \text{ 에서 } a = \frac{\alpha\beta + 3}{3}$$

$$\therefore -\alpha - \beta - 3 = \frac{\alpha\beta + 3}{3}$$

$$\alpha\beta + 3\alpha + 3\beta + 12 = 0$$

$$(\alpha + 3)(\beta + 3) = -3$$

$\alpha + 3 = \pm 1$ 일 때, $\beta + 3 = \mp 3$ 이므로

$$(\alpha, \beta) = (-2, -6) (-4, 0)$$

$$\therefore a = -\alpha - \beta - 3 \text{ 에서 } a = 1, 5$$

19. 이차식 $9x^2 + 10x - k$ 가 완전제곱식이 될 때, 상수 k 의 값은?

① $\frac{25}{9}$

② $\frac{5}{3}$

③ $\frac{10}{3}$

④ $-\frac{25}{9}$

⑤ $-\frac{5}{3}$

해설

$$(3x)^2 + 2 \times 3x \times \frac{5}{3} - k \text{ 이므로 } -k = \left(\frac{5}{3}\right)^2$$

$$\therefore k = -\frac{25}{9}$$

20. $f(x) = \sqrt{x+1} - \sqrt{x}$ 일 때, $f(1) + f(2) + f(3) + \cdots + f(39) + f(40)$ 의 값을 구하면?

① $\sqrt{40} - 1$

② $\sqrt{40} + 1$

③ $\sqrt{41} - 1$

④ $\sqrt{41} + 1$

⑤ $\sqrt{41} - \sqrt{40}$

해설

$$f(1) = \sqrt{2} - 1 = -1 + \sqrt{2}$$

$$f(2) = \sqrt{3} - \sqrt{2} = -\sqrt{2} + \sqrt{3}$$

$$f(3) = \sqrt{4} - \sqrt{3} = -\sqrt{3} + \sqrt{4} \cdots$$

$$f(39) = \sqrt{40} - \sqrt{39} = -\sqrt{39} + \sqrt{40}$$

$$f(40) = \sqrt{41} - \sqrt{40} = -\sqrt{40} + \sqrt{41}$$

$$\therefore f(1) + f(2) + f(3) + \cdots + f(39) + f(40)$$

$$= (-1 + \sqrt{2}) + (-\sqrt{2} + \sqrt{3}) + (-\sqrt{3} + \sqrt{4}) + \cdots + (-\sqrt{39} + \sqrt{40}) + (-\sqrt{40} + \sqrt{41}) = -1 + \sqrt{41}$$

21. 다음 중에서 옳은 설명을 모두 고른 것은?

모든 무리수 x, y 에 대하여

ㄱ. $x + y$ 는 항상 무리수이다.

ㄴ. $x - y$ 는 항상 무리수이다.

ㄷ. $x \times y$ 는 항상 무리수이다.

ㄹ. $x \div y$ 는 항상 무리수이다.

① ㄱ

② ㄱ, ㄴ

③ ㄱ, ㄴ, ㄷ

④ ㄱ, ㄴ, ㄷ, ㄹ

⑤ 없다

해설

ㄱ.의 반례 : $x = \sqrt{2}, y = -\sqrt{2}$ 라 하면 $\sqrt{2} + (-\sqrt{2}) = 0$

ㄴ.의 반례 : $x = \sqrt{2}, y = \sqrt{2}$ 라 하면 $\sqrt{2} - \sqrt{2} = 0$

ㄷ.의 반례 : $x = \sqrt{2}, y = \sqrt{2}$ 라 하면 $\sqrt{2} \times \sqrt{2} = (\sqrt{2})^2 = 2$

ㄹ.의 반례 : $x = \sqrt{2}, y = \sqrt{2}$ 라 하면 $\sqrt{2} \div \sqrt{2} = 1$

따라서, 옳은 것은 ⑤ 없다.

22. $-1 < x < y < 0$ 일 때, 다음 중 1 보다 큰 수를 고르면?

- ① $\sqrt{xy}$ ② $\sqrt{-\frac{y^2}{x}}$ ③ $\sqrt{-\frac{y}{x^2}}$
④ $\sqrt{-x^2y}$ ⑤ $\sqrt{-xy^2}$

해설

$-1 < x < y < 0$ 이므로 $xy < 1$ 이고 $\frac{y}{x} < 1$, $\frac{x}{y} > 1$

① $\sqrt{xy} < 1$

② $\sqrt{-\frac{y^2}{x}} < \sqrt{-y} < 1$

③ $\frac{x}{y} > 1, -\frac{1}{y} > 1$ 이므로 $\sqrt{-\frac{x}{y^2}} > 1$

④ $\sqrt{-x} < 1$ 이므로 양변에 $\sqrt{xy}$ 를 곱하면 $\sqrt{-x^2y} < \sqrt{xy} < 1$

⑤ $\sqrt{-y} < 1$ 이므로 양변에 $\sqrt{xy}$ 를 곱하면 $\sqrt{-x^2y} < \sqrt{xy} < 1$
따라서 1 보다 큰 것은 ③뿐이다.

23. $3\sqrt{2\sqrt{18\sqrt{324}}}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 18

해설

$$\begin{aligned} 3\sqrt{2\sqrt{18\sqrt{324}}} &= 3\sqrt{2\sqrt{18\sqrt{(2\times 3^2)^2}}} \\ &= 3\sqrt{2\sqrt{18\times (2\times 3^2)}} \\ &= 3\sqrt{2\sqrt{(2\times 3^2)^2}} \\ &= 3\sqrt{6^2} \\ &= 18 \end{aligned}$$

24. $x^2 - x + 3 = 4$ 이고 $x = \sqrt{a + \sqrt{a + \sqrt{a + \cdots}}}$ 일 때, a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $a = 1$

해설

$x = \sqrt{a + \sqrt{a + \sqrt{a + \cdots}}}$ 에서

$\sqrt{a + \sqrt{a + \sqrt{a + \cdots}}} = \sqrt{a + x} = x$ 이므로

$a + x = x^2$, $x^2 - x = a$

$x^2 - x + 3 = 4$ 이므로

$a + 3 = 4$

$\therefore a = 1$

25. 반지름의 길이의 비가 $1 : 3$ 인 두 원이 있다. 이 두 원의 넓이의 합이 $40\pi\text{cm}^2$ 일 때, 작은 원의 반지름의 길이는 몇 cm 인가?

① 1cm

② 2cm

③ 3cm

④ 4cm

⑤ 5cm

해설

작은 원의 반지름을 r 라고 하면, 큰 원의 반지름은 $3r$ 이다.

$$(\text{두 원의 넓이의 합}) = \pi r^2 + \pi(3r)^2 = 10\pi r^2 = 40\pi \text{ cm}^2$$

$$r^2 = 4$$

$$\therefore r = 2 \text{ cm } (\because r > 0)$$