

1. 3개의 변량 a, b, c 의 평균이 7, 분산이 8일 때, 변량 $5a, 5b, 5c$ 의 평균은 m , 분산은 n 이다. 이 때, $n - m$ 의 값은?

① 115 ② 135 ③ 165 ④ 185 ⑤ 200

해설

$$m = 5 \cdot 7 = 35, n = 5^2 \cdot 8 = 200$$

$$\therefore n - m = 200 - 35 = 165$$

2. 다음 네 개의 변수 a, b, c, d 에 대하여 다음 보기 중 옳지 않은 것을 모두 고르면?
- ① $a + 1, b + 1, c + 1, d + 1$ 의 평균은 a, b, c, d 의 평균보다 1만큼 크다.
 - ② $a + 3, b + 3, c + 3, d + 3$ 의 평균은 a, b, c, d 의 평균보다 3배만큼 크다.
 - ③ $2a + 3, 2b + 3, 2c + 3, 2d + 3$ 의 표준편차는 a, b, c, d 의 표준편차보다 2배만큼 크다.
 - ④ $4a + 7, 4b + 7, 4c + 7, 4d + 7$ 의 표준편차는 a, b, c, d 의 표준편차의 4배이다.
 - ⑤ $3a, 3b, 3c, 3d$ 의 표준편차는 a, b, c, d 의 표준편차의 9배이다.

해설

- ② $a + 3, b + 3, c + 3, d + 3$ 의 평균은 a, b, c, d 의 평균보다 3배만큼 크다.
→ $a + 3, b + 3, c + 3, d + 3$ 의 평균은 a, b, c, d 의 평균보다 3만큼 크다.
- ⑤ $3a, 3b, 3c, 3d$ 의 표준편차는 a, b, c, d 의 표준편차의 9배이다.
→ $3a, 3b, 3c, 3d$ 의 표준편차는 a, b, c, d 의 표준편차의 3배이다.

3. 변량 $x_1, x_2, \dots, x_n$ 의 평균이 4, 분산이 5일 때, 변량 $3x_1 - 5, 3x_2 - 5, \dots, 3x_n - 5$ 의 평균을 m , 분산을 n 이라 한다. 이 때, $m+n$ 의 값은?

① 50

② 51

③ 52

④ 53

⑤ 54

해설

$$(\text{평균}) = 3 \cdot 4 - 5 = 7 = m$$

$$(\text{분산}) = 3^2 \cdot 5 = 45 = n$$

$$\therefore m + n = 7 + 45 = 52$$

4. 세 수 x, y, z 의 평균과 분산이 각각 3, 4 일 때, $x-1, y-1, z-1$ 의 평균과 표준편차를 차례대로 구하여라.

① 2, 2 ② 3, 5 ③ 4, 4 ④ 5, 4 ⑤ 6, 5

해설

세 수 x, y, z 의 평균이 3 이므로

$$\frac{x+y+z}{3} = 3$$

$$\therefore x+y+z = 9 \cdots \cdots \textcircled{1}$$

또한, x, y, z 의 분산이 4 이므로

$$\frac{(x-3)^2 + (y-3)^2 + (z-3)^2}{3} = 4$$

$$(x-3)^2 + (y-3)^2 + (z-3)^2 = 12$$

$$x^2 - 6x + 9 + y^2 - 6y + 9 + z^2 - 6z + 9 = 12$$

$$x^2 + y^2 + z^2 - 6(x+y+z) + 27 = 12$$

위의 식에 $\textcircled{1}$ 을 대입하면

$$x^2 + y^2 + z^2 - 6 \times 9 + 27 = 12$$

$$\therefore x^2 + y^2 + z^2 = 39$$

한편, $x-1, y-1, z-1$ 의 평균은

$$\frac{(x-1) + (y-1) + (z-1)}{3}$$

$$= \frac{(x+y+z) - 3}{3} = \frac{9-3}{3} = 2$$

분산은

$$\frac{(x-1-2)^2 + (y-1-2)^2 + (z-1-2)^2}{3}$$

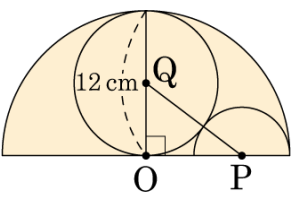
$$= \frac{(x-3)^2 + (y-3)^2 + (z-3)^2}{3}$$

$$= \frac{x^2 + y^2 + z^2 - 6(x+y+z) + 9 \times 3}{3}$$

$$= \frac{39 - 6 \times 9 + 27}{3} = \frac{12}{3} = 4$$

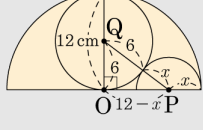
따라서 $x-1, y-1, z-1$ 의 표준편차는 $\sqrt{4} = 2$ 이다.

5. 다음 그림과 같이 반원 P 와 원 Q 가 외부에서 접하고 원 Q 가 반원 O 의 내부에서 접하고 있다. 원 Q 의 지름의 길이가 12 cm 일 때, 반원 P 의 반지름의 길이는?



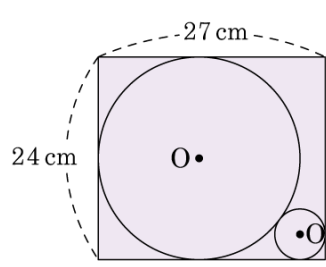
- ① 1 cm ② 2 cm ③ 2.5 cm
 ④ 3 cm ⑤ 4 cm

해설



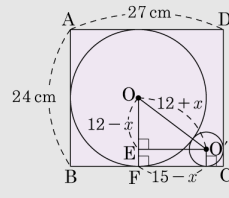
작은 반원의 반지름을 x cm 라 하면 $\triangle QOP$ 에서
 $\overline{PQ} = 6 + x$, $\overline{OQ} = 6$, $\overline{OP} = 12 - x$
 $(x + 6)^2 = 6^2 + (12 - x)^2$
 $36x = 144$
 $\therefore x = 4$

6. 다음 그림과 같이 가로, 세로의 길이가 각각 27cm, 24cm 인 직사각형에 서로 접하는 두 원이 있다. 이때 작은 원의 반지름은?



① 3 cm ② 4 cm ③ 5 cm ④ 6 cm ⑤ 7 cm

해설



큰 원의 반지름은 12 cm

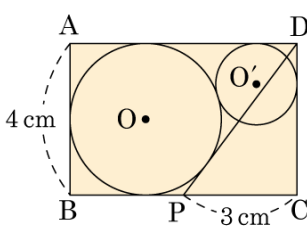
작은 원의 반지름을 x cm 라 하면

$$\overline{OO'} = 12 + x, \overline{OE} = 12 - x, \overline{O'E} = \overline{CF} - x = 15 - x \text{ 이므로}$$

$$(12+x)^2 = (12-x)^2 + (15-x)^2$$

$$(12 + r = 3$$

7. 다음 그림에서 사각형 ABCD 는 직사각형이고, $\overline{AB} = 4\text{cm}$, $\overline{PC} = 3\text{cm}$ 이다. 사각형 ABPD 가 원 O 에 외접하고 원 O' 은 원 O 에 접하고, 변 AD, CD 에 접한다. 원 O' 의 반지름은?



- ① $(8 + 4\sqrt{3})\text{cm}$ ② $(8 - 4\sqrt{3})\text{cm}$ ③ $(4 + 2\sqrt{3})\text{cm}$
 ④ $(4 - 2\sqrt{3})\text{cm}$ ⑤ 1cm

해설

$\overline{FP} = \overline{GP} = x\text{cm}$ 라 하자.

$\triangle DPC$ 에서

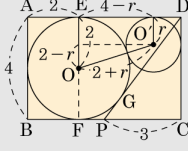
$$\begin{aligned}\overline{DP} &= \sqrt{\overline{DC}^2 + \overline{PC}^2} \\ &= \sqrt{3^2 + 4^2} \\ &= 5(\text{cm})\end{aligned}$$

$$\overline{DG} = 5 - x(\text{cm})$$

$$\text{또 } \overline{ED} = \overline{FC} = \overline{FP} + \overline{PC} = x + 3(\text{cm})$$

$$\overline{ED} = \overline{DG} \text{ 이므로 } x + 3 = 5 - x, x = 1$$

$$\therefore \overline{AD} = \overline{AE} + \overline{ED} = 2 + 4 = 6(\text{cm})$$



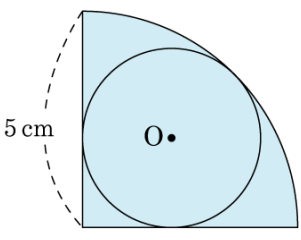
원 O' 의 반지름을 $r\text{cm}$ 라 하면

$$(2 + r)^2 = (2 - r)^2 + (4 - r)^2$$

$$r^2 - 16r + 16 = 0$$

$$\therefore r = 8 - 4\sqrt{3}(\because 0 < r < 2)$$

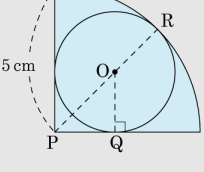
8. 다음 그림과 같이 반지름의 길이가 5cm인 사분원에 내접하는 원 O가 있다. 원 O의 반지름의 길이는?



- ① $(5\sqrt{2} - 5)\text{cm}$ ② $(4\sqrt{2} - 5)\text{cm}$ ③ $(3\sqrt{2} - 5)\text{cm}$
 ④ $(2\sqrt{2} - 5)\text{cm}$ ⑤ $(\sqrt{2} - 5)\text{cm}$

해설

원 O의 반지름을 $x\text{cm}$ 라 한다.
 그림과 같이 보조선을 그으면



$$\begin{aligned} \overline{PR} &= \overline{PO} + \overline{OR} \\ \sqrt{2}x + x &= 5 \\ (\sqrt{2} + 1)x &= 5 \\ x &= 5(\sqrt{2} - 1) \end{aligned}$$