1. 이차함수 $y=-\frac{2}{3}x^2$ 의 그래프를 y 축 방향으로 m 만큼 평행이동하면 점 $(\sqrt{3},\ -5)$ 를 지난다고 할 때, m 의 값은?

① 4 ② 5 ③ -5 ④ -3 ⑤ -2

해설

$y=-\frac{2}{3}x^2+m$ 에 점 $(\sqrt{3},\ -5)$ 를 대입하면

$-5=-\frac{2}{3}(-\sqrt{3})^2+m$

$\therefore m=-3$

2. 모양이 $y = 2x^2$ 과 같고 아래로 볼록하며 축의 방정식이 $x = -3$ 이고 꼭짓점이 x 축 위에 있는 포물선의 방정식을 구하면?

① $y = 2x^2 - 3$

② $y = 2x^2 + 3$

③ $y = 2(x+3)^2$

④ $y = -2(x+3)^2$

⑤ $y = -2(x-3)^2$

해설

x^2 의 계수는 모양을 결정하고 볼록한 방향은 x의 계수의 부호를 결정하며 축의 방정식은 평행이동한 정도를 나타내고 꼭짓점이 x 축 위에 있는 것은 y 축의 방향으로 평행이동하지 않았다는 의미이다.
따라서 $y = 2(x+3)^2$ 이다.

3. 포물선 $y = -2x^2 - 3$ 의 그래프와 평행이동에 의하여 완전히 포개어지는 것은?

① $y = 2x^2 + 1$

② $y = -2(x-1)^2$

③ $y = \frac{1}{2}x^2 - 3$

④ $y = (x-1)^2 - 3$

⑤ $y = 2x^2$

해설

이차항의 계수가 같은 것을 찾는다.

4. 이차함수 $y = 3x^2 - 6x + 10$ 의 그래프는 $y = 3x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 p 만큼, y 축의 방향으로 q 만큼 평행이동한 것이다. 이때, p, q 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $p = 1$

▷ 정답 : $q = 7$

해설

$$\begin{aligned} y &= 3x^2 - 6x + 10 \\ &= 3(x-1)^2 + 7 \end{aligned}$$

$\therefore\ p = 1,\ q = 7$

5. 점 $(2,\ 5)$ 는 이차함수 $y = 2x^2 + q$ 위의 점일 때, 이 포물선의 꼭짓점의 좌표는?

① $(-3,\ 0)$ ② $(0,\ 3)$ ③ $(0,\ -3)$

④ $(3,\ 0)$ ⑤ $(-3,\ 3)$

해설

$y = 2x^2 + q$ 의 그래프가 점 $(2,\ 5)$ 를 지나므로

$5 = 2(2)^2 + q \quad \therefore q = -3$

따라서 꼭짓점의 좌표는 $(0,\ -3)$ 이다.

6. 이차함수 $y = -2x^2$ 의 그래프와 모양이 같고, 꼭짓점의 좌표가 $(1,\ 4)$ 인 이차함수의 식을 $y = ax^2 + bx + c$ 의 꼴로 나타내면?

① $y = -2x^2 + 4x + 2$

② $y = -2x^2 - 4x + 2$

③ $y = -2x^2 + 4x - 2$

④ $y = -2x^2 + 4x + 4$

⑤ $y = -2x^2 + 4x - 4$

해설

$y = -2(x-1)^2 + 4 = -2x^2 + 4x + 2$

7. 이차함수 $y = -x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 4 만큼 평행이동한 그래프에서 x 의 값이 증가할 때 y 의 값도 증가하는 x 의 값의 범위는?

① $x > -4$ ② $x < -4$ ③ $x < 4$

④ $x > 4$ ⑤ $x > -5$

해설

$y = -x^2$ 의 그래프를 x 축 방향으로 4 만큼 평행이동하면 $y = -(x-4)^2$
꼭짓점이 $(4,\ 0)$ 이고 위로 볼록한 그래프이므로
$x < 4$ 인 범위에서 x 의 값이 증가하면 y 의 값도 증가한다.

8. 다음 이차함수 중에서 x 축에 관해서 서로 대칭인 이차함수는 모두 몇 쌍인지 구하여라.

㉠ $y=4x^2$	㉡ $y=\frac{1}{4}x^2$	㉢ $y=-\frac{1}{4}x^2$
㉣ $y=-\frac{1}{16}x^2$	㉤ $y=2x^2$	㉥ $y=\frac{1}{2}x^2$

▶ 답 : 쌍

▷ 정답 : 1쌍

해설

㉡와 ㉢

9. 이차함수 $y = 3(x-4)^2 - 5$ 의 그래프를 y 축 방향으로 3 만큼 평행이동한 후 x 축에 대하여 대칭 이동한 그래프의 식을 구하면?

① $y = 3(x-4)^2 - 2$

② $y = -3(x-4)^2 - 5$

③ $y = 3(x-1)^2 - 5$

④ $y = -3(x-1)^2 - 2$

⑤ $y = -3(x-4)^2 + 2$

해설

y축 방향으로 3만큼 평행이동하면

$y = 3(x-4)^2 - 5 + 3 = 3(x-4)^2 - 2$

x 축에 대하여 대칭이동하면

$-y = 3(x-4)^2 - 2$

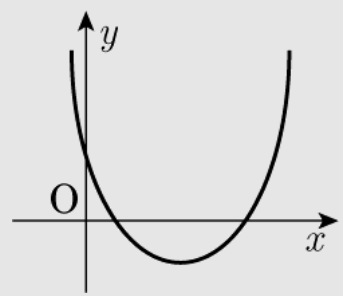
$y = -3(x-4)^2 + 2$

10. 다음 이차함수 $y = a(x+p)^2 + q$ 의 그래프가 제 1, 2, 4 사분면을 지날 때, a, p, q 의 부호는?

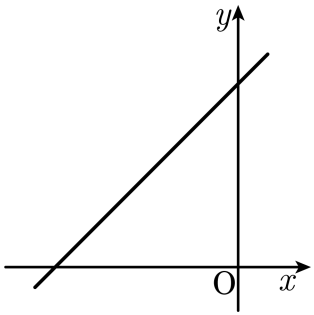
① $a < 0,\ p < 0,\ q < 0$
② $a < 0,\ p > 0,\ q < 0$
③ $a > 0,\ p < 0,\ q > 0$
④ $a > 0,\ p > 0,\ q > 0$
⑤ $a > 0,\ p < 0,\ q < 0$

해설

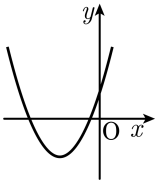
$y = a(x+p)^2 + q$ 의 그래프가 다음과 같아야 하므로 $a > 0,\ p < 0,\ q < 0$

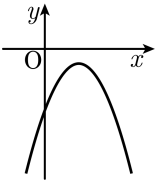


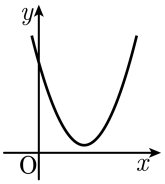
11. 일차함수 $y = ax + b$ 의 그래프가 다음 그림과 같을 때, 이차함수 $y = -a(x-b)^2 - a$ 의 그래프로 적당한 것을 보기에서 골라라.

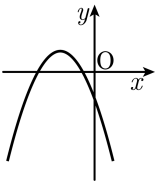


보기

㉠ 

㉡ 

㉢ 

㉣ 

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉡

해설

그래프가 오른쪽 위를 향하므로 $a > 0$ 이고 (y절편) > 0 이므로 $b > 0$ 이다.

따라서 $y = -a(x-b)^2 - a$ 의 그래프는 위로 볼록하고, $b > 0$, $-a < 0$ 이므로

꼭짓점이 제 4 사분면 위에 있는 그래프이다.

12. 두 이차함수 $y = 3x^2$, $y = 2x^2 + 10$ 의 그래프로 둘러싸인 도형의 내부에 있는 점 중, x, y 좌표가 모두 정수인 점의 개수를 구하여라.

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 35 개

해설

두 그래프의 교점의 x 좌표를 구하면

$3x^2 = 2x^2 + 10$

$\therefore x = \pm\sqrt{10}$

이때 두 그래프로 둘러싸인 영역의 x 좌표의 범위가 $-\sqrt{10} < x < \sqrt{10}$ 이고,

y 좌표의 범위는 $3x^2 < y < 2x^2 + 10$

정수인 x 좌표는 $-3,\ -2,\ -1,\ 0,\ 1,\ 2,\ 3$

(1) $x = \pm 3$ 일 때, $27 < y < 28$ 이므로 정수인 y는 없다.

(2) $x = \pm 2$ 일 때, $12 < y < 18$ 이므로 $y = 13,\ 14,\ 15,\ 16,\ 17$

(3) $x = \pm 1$ 일 때, $3 < y < 12$ 이므로 $y = 4,\ 5,\ 6,\ 7,\ 8,\ 9,\ 10,\ 11$

(4) $x = 0$ 일 때, $0 < y < 10$ 이므로 $y = 1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 5,\ 6,\ 7,\ 8,\ 9$

따라서 x 좌표와 y 좌표가 모두 정수인 점은

$2 \times (5 + 8) + 9 = 35$(개) 이다.

13. 이차함수 $y=-\frac{1}{3}(x-2)(x+4)$ 의 그래프의 꼭짓점의 좌표를 구하면?

① $(1,\ 3)$ ② $(1,\ -3)$ ③ $(-1,\ -3)$

④ $(-1,\ 3)$ ⑤ $(-3,\ 3)$

해설

$$
\begin{aligned}
y &= -\frac{1}{3}(x-2)(x+4) \\
&= -\frac{1}{3}(x^2+2x-8) \\
&= -\frac{1}{3}(x^2+2x+1-1)+\frac{8}{3} \\
&= -\frac{1}{3}(x+1)^2+\frac{1}{3}+\frac{8}{3} \\
&= -\frac{1}{3}(x+1)^2+3
\end{aligned}
$$

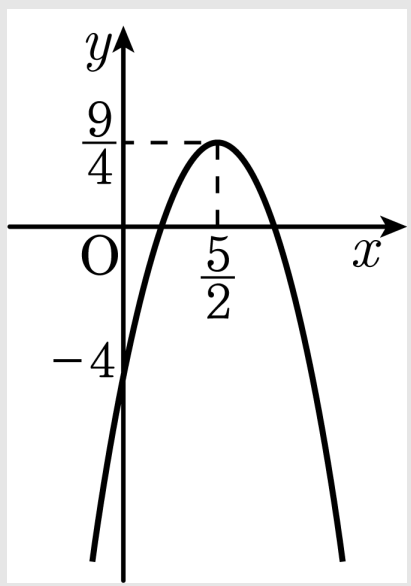
14. 이차함수 $y = -x^2 + 5x - 4$ 의 그래프가 지나지 않는 사분면은?

① 제 1 사분면 ② 제 2 사분면 ③ 제 3 사분면

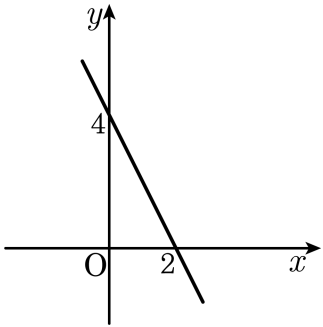
④ 제 4 사분면 ⑤ 제 2, 4 사분면

해설

$$\begin{aligned} y &= -x^2 + 5x - 4 \\ &= -\left(x^2 - 5x + \frac{25}{4} - \frac{25}{4}\right) - 4 \\ &= -\left(x - \frac{5}{2}\right)^2 + \frac{25}{4} - 4 \\ &= -\left(x - \frac{5}{2}\right)^2 + \frac{9}{4} \end{aligned}$$



15. 일차함수 $y = mx + n$ 의 그래프가 다음 그래프와 같을 때, 이차함수 $y = x^2 + mx + n$ 의 그래프의 꼭짓점의 위치는?



① 제 1 사분면 ② 제 2 사분면

③ 제 3 사분면 ④ 제 4 사분면

⑤ x 축 또는 y 축 위

해설

일차함수의 그래프에서 기울기가 -2, y 절편이 4 이므로 $y = -2x + 4$, $m = -2$, $n = 4$

$\therefore\ y = x^2 - 2x + 4$

$= (x^2 - 2x + 1 - 1) + 4$

$= (x - 1)^2 + 3$

꼭짓점의 좌표는 $(1,\ 3)$ 이므로 제 1 사분면 위에 있다.

16. 다음 중 이차함수 $y = -2x^2 + 4x - 1$ 의 그래프에 대한 설명으로 옳지 않은 것은?

① 꼭짓점의 좌표는 $(1, 1)$ 이다.

② 제 2 사분면을 지나지 않는다.

③ $y = 2x^2$ 의 그래프를 평행이동한 것과 같다.

④ $x < 1$ 일 때, x 의 값이 증가하면 y 의 값도 증가한다.

⑤ $y = 2x^2 - 4x + 1$ 의 그래프와 x 축에 대하여 대칭이다.

해설

③ $y = -2x^2$ 의 그래프를 평행이동한 것이다.

17. 이차함수 $y = \frac{1}{2}x^2 + 2x - k$ 의 그래프의 꼭짓점이 직선 $y = 2x + 3$ 위에 있을 때, k 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -1

해설

$$\begin{aligned} y &= \frac{1}{2}x^2 + 2x - k \\ &= \frac{1}{2}(x^2 + 4x + 4 - 4) - k \\ &= \frac{1}{2}(x + 2)^2 - 2 - k \end{aligned}$$

꼭짓점 $(-2, \ -2 - k)$ 가 $y = 2x + 3$ 의 위에 있으므로 $-2 - k = -4 + 3 \quad \therefore k = -1$

18. 이차함수 $y = -2x^2 - 12x + 3$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 p 만큼, y 축의 방향으로 q 만큼 평행이동하였더니 점 $(-2,\ 0)$, $(0,\ -16)$ 을 지났다. $p + q$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -19

해설

평행이동한 그래프의 식을
$y = -2x^2 + bx + c$ 라고 하자.
$y = -2x^2 + bx + c$ 의 그래프가 $(-2,\ 0)$, $(0,\ -16)$ 을 지나므로
$0 = -8 - 2b + c,\ -16 = c$
$0 = -8 - 2b - 16 \qquad \therefore\ b = -12$
$y = -2x^2 - 12x - 16 = -2(x+3)^2 + 2$
$y = -2x^2 - 12x + 3 = -2(x+3)^2 + 21$
꼭짓점의 좌표가 $(-3,\ 21)$ 에서 $(-3,\ 2)$ 로 이동하였으므로 $p = 0,\ q = -19$ 이다.
$\therefore\ p + q = 0 - 19 = -19$

19. 다음 이차함수의 그래프를 같은 좌표평면에 그릴 때, 포물선의 폭이 가장 넓은 것은?

① $y = -\frac{1}{2}x^2$

② $y = -x^2 + \frac{1}{4}$

③ $y = 2x^2 - x$

④ $y = \frac{1}{4}x^2 - x + 1$

⑤ $y = x^2 - 6x + 2$

해설

x^2 의 계수의 절댓값이 작을수록 폭이 넓다.
따라서 절댓값이 가장 작은 것은 ④이다.

20. 이차함수 $y = -(x+6)^2 + 3$ 의 그래프에서 x 의 값이 증가할 때 y 의 값도 증가하는 x 의 값의 범위를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $x < -6$

해설

이차함수 $y = -(x+6)^2 + 3$ 의 그래프의 축의 방정식은 $x = -6$ 이다.
따라서 구하는 구간은 $x < -6$ 이다.

21. 이차함수 $y = x^2 - 5x - 6$ 의 그래프는 x 축과 두 점 A, B 에서 만난다고 한다. 이 때, 선분 AB 의 길이는?

① 1 ② 2 ③ 4 ④ 6 ⑤ 7

해설

$y = x^2 - 5x - 6$ 의 x 절편은 $y = 0$ 대입

$x^2 - 5x - 6 = 0, (x+1)(x-6) = 0$

$\therefore\ x = -1,\ 6$

$\therefore \overline{AB} = 6 - (-1) = 7$

22. 다음 이차함수의 그래프가 x 축과 한 점에서 만나는 것은?

① $y = x^2 + 1$

② $y = x^2 + 2x + 1$

③ $y = x^2 - 3x - 2$

④ $y = 2x^2 + 4x + 4$

⑤ $y = 3x^2 + 7x - 1$

해설

한 점에서 만나려면 중근을 가지므로 $D = 0$ 일 때이다.

23. 이차함수 $y = -2x^2 + 4x + 5 + k$ 의 그래프가 x 축과 두 점에서 만나기 위한 k 값의 범위는?

① $k > -3$ ② $k < -3$ ③ $k > -5$

④ $k < -5$ ⑤ $k > -7$

해설

$y = ax^2 + bx + c$ 와 x 축과의 교점의 개수

$b^2 - 4ac > 0$: 2 개

$b^2 - 4ac = 0$: 1 개

$b^2 - 4ac < 0$: 0 개

$4^2 - 4 \times (-2) \times (5 + k) = 8k + 56 > 0 \quad \therefore \ k > -7$

24. 다음 중 이차함수 $y = 3x^2 - 6x$의 그래프가 지나지 <u>않는</u> 사분면은?

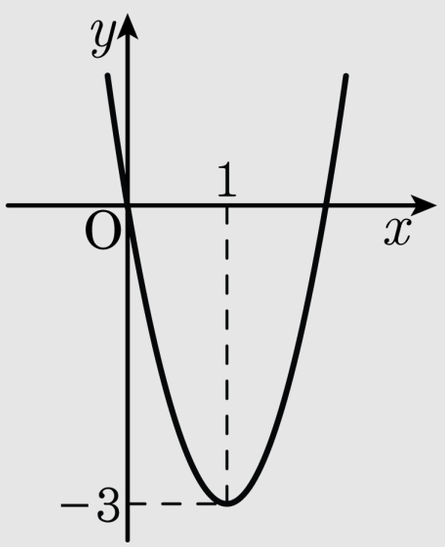
① 제1사분면 ② 제2사분면

③ 제3사분면 ④ 제4사분면

⑤ 모든 사분면을 지난다.

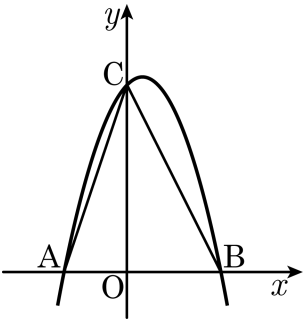
해설

$$y = 3x^2 - 6x$$
$$= 3(x^2 - 2x + 1 - 1)$$
$$= 3(x-1)^2 - 3$$



그래프의 꼭짓점의 좌표는 $(1, -3)$이고 y절편은 0이다.

25. 이차함수 $y = -x^2 + x + 6$ 의 그래프가 다음 그림과 같을 때, $\triangle ABC$ 의 넓이를 구하여라.



▶ 답:

▷ 정답: 15

해설

$y = -x^2 + x + 6$ 의 C 의 좌표 $(0, 6)$

$-x^2 + x + 6 = 0$, $(x-3)(x+2) = 0$

$\therefore x = 3$ 또는 $x = -2$

$A(-2, 0), B(3, 0)$ 이므로

$\triangle ABC$ 의 넓이는 $5 \times 6 \times \frac{1}{2} = 15$

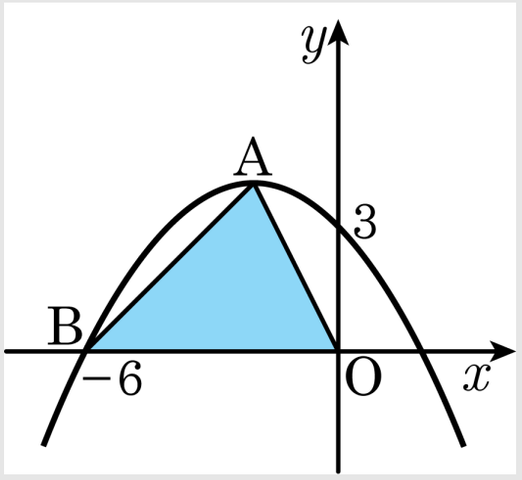
26. 이차함수 $y=-\frac{1}{4}x^2-x+3$ 의 그래프의 꼭짓점을 A , 원점을 O , x 축과의 교점을 B 라 할 때, $\triangle AOB$ 의 넓이를 구하면? (단,$B<0$)

① 3 ② 6 ③ 9 ④ 12 ⑤ 18

해설

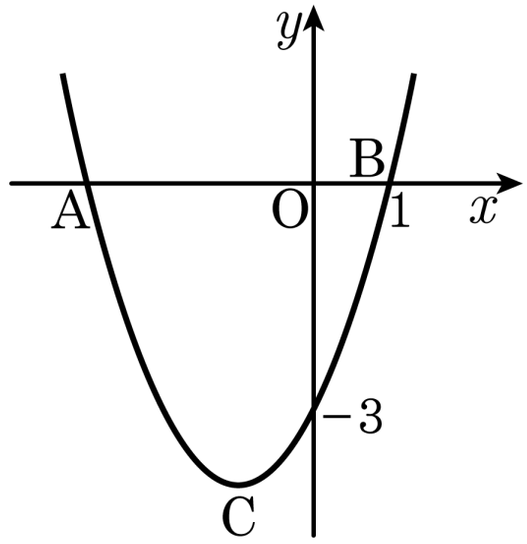
$y=-\frac{1}{4}x^2-x+3=-\frac{1}{4}(x+2)^2+4$, 꼭짓점의 좌표는 $A(-2,4)$

$y=-\frac{1}{4}x^2-x+3=-\frac{1}{4}(x+6)(x-2)$ 이므로 x 축과의 교점 B 는 $-6,0$ 이다.



$\therefore \triangle ABO=\frac{1}{2}\times 6\times 4=12$

27. $y = x^2 + ax - 3$ 의 그래프가 다음 그림과 같이 x 축과 두 점 A, B 에서 만나고 꼭짓점이 C 일 때, 삼각형 ABC 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 8

해설

$y = x^2 + ax - 3$ 에 B(1, 0) 을 대입하면 $a = 2$

$y = x^2 + 2x - 3$

$y = (x+3)(x-1) \Rightarrow \mathrm{A}(-3,\ 0)$

$y = (x+1)^2 - 4 \Rightarrow \mathrm{C}(-1,\ -4)$

따라서 삼각형 ABC 의 넓이는 $(3+1) \times 4 \times \frac{1}{2} = 8$ 이다.

28. 이차함수 $y=(x+3)^2-9$ 의 그래프에 대한 설명 중 옳지 <u>않은</u> 것은?

① 꼭짓점의 좌표는 $(-3,\ -9)$ 이다.

② 대칭축은 $x=-3$ 이다.

③ 그래프는 아래로 볼록한 모양이다.

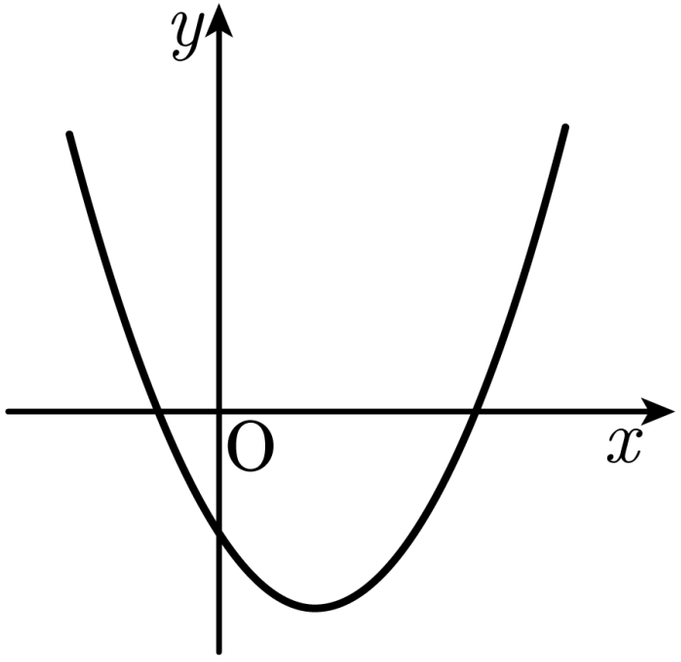
④ x 축과 두 점에서 만난다.

⑤ 제 1, 2, 3, 4 사분면을 모두 지난다.

해설

⑤ 제 4 사분면을 지나지 않는다.

29. 이차함수 $y = ax^2 + bx + c$의 그래프가 다음 그림과 같을 때, a, b, c의 부호는?



① $a > 0, b > 0, c > 0$

② $a > 0, b > 0, c < 0$

③ $a > 0, b < 0, c < 0$

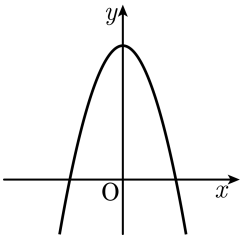
④ $a < 0, b > 0, c > 0$

⑤ $a < 0, b < 0, c < 0$

해설

$a > 0, c < 0$이고 $ab < 0$이므로 $b < 0$이다.

30. 다음 그림과 같이 이차함수 $y = ax^2 + bx + c$ 의 그래프의 꼭짓점이 y 축 위에 있을 때, 이차함수 $y = cx^2 - ax + b$ 의 그래프가 지나는 사분면을 모두 말하여라.



▶ 답: 사분면

▶ 답: 사분면

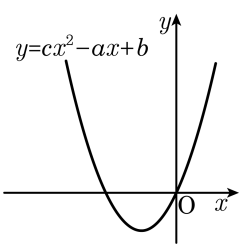
▶ 답: 사분면

▷ 정답: 제 1 사분면

▷ 정답: 제 2 사분면

▷ 정답: 제 3 사분면

해설

$a < 0, c > 0$ 이고 축이 y 축 위에 있으므로 $b = 0$ 이다.

$y = cx^2 - ax + b$ 에서 아래로 볼록하고 y 축과 만나는 점이 원점이며 $-ac > 0$ 이므로 축은 y 축의 왼쪽에 있다. 따라서 지나는 사분면은 제1, 2, 3사분면이다.