1. 도형의 합동에 대한 설명으로 옳은 것을 모두 골라라.

㉠ 반지름의 길이가 같은 두 원은 합동이다. ㉡ 두 도형이 합동이면 모양과 크기가 서로 같다. ㉢ 넓이가 서로 같으면 합동이다. ㉣ 둘레의 길이가 서로 같으면 합동이다.

▶ 답 :

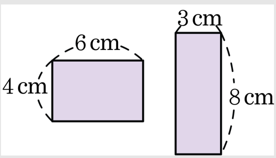
▶ 답 :

▷ 정답 : ㉠

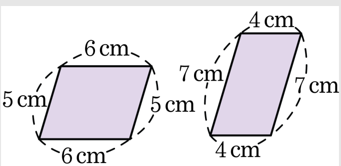
▷ 정답 : ㉡

해설

㉢ 넓이가 같지만 합동이 아닌 예



㉣ 둘레의 길이가 같지만 합동이 아닌 예



2. 다음 중 합동인 도형이 <u>아닌</u> 것은?

① 반지름의 길이가 같은 두 원

② 한 변의 길이가 같은 두 정사각형

③ 넓이가 같은 두 직사각형

④ 둘레의 길이가 같은 두 정삼각형

⑤ 넓이가 같은 두 원

해설

③ 가로 3, 세로 4인 직사각형과 가로 6, 세로 2인 직사각형은 넓이는 같지만 합동은 아니다.

3. 다음 설명 중 옳지 <u>않은</u> 것은?

① 두 도형 A, B 가 합동일 때, 기호로 A ≡ B 와 같이 나타낸다.

② 두 도형의 넓이가 같으면 서로 합동이다.

③ 합동인 두 도형은 대응변의 길이가 서로 같다.

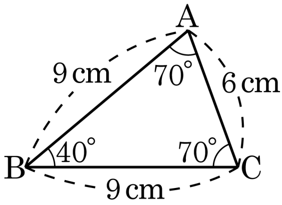
④ 합동인 두 도형은 대응각의 크기가 서로 같다.

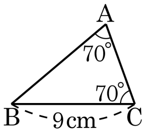
⑤ 합동인 두 도형은 넓이가 서로 같다.

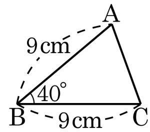
해설

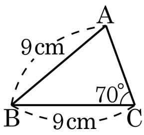
② 합동인 두 도형의 넓이는 같지만 두 도형의 넓이가 같다고 해서 두 도형이 합동인 것은 아니다.

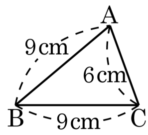
4. 다음 삼각형 중에서 다음 그림의 △ABC 와 SSS 합동이라고 말할 수 있는 삼각형은?

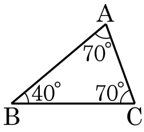


①


②


③


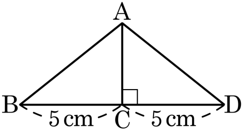
④


⑤


해설

삼각형의 합동조건은
1. 대응하는 세 변의 길이가 각각 같을 때 (SSS 합동)
2. 대응하는 두 변의 길이가 각각 같고, 그 끼인각의 크기가 같을 때 (SAS 합동)
3. 대응하는 한 변의 길이가 같고, 그 양 끝각의 크기가 같을 때 (ASA 합동)
① ASA 합동
② SAS 합동
④ SSS 합동

5. 다음 그림에서 $\triangle ABC$, $\triangle ADC$의 합동조건을 구하여라.



▶ **답 :** 합동

▷ **정답 :** SAS 합동

해설

$\angle ACB = \angle ACD = \angle R$,

$\overline{AC}$ 는 공통,

$\overline{BC} = \overline{DC} = 5\text{cm}$

$\therefore \triangle ACB \equiv ACD$ (SAS 합동)

6. 두 변의 길이가 $5\,\text{cm}$, $7\,\text{cm}$이고, 한 내각의 크기가 40°일 때, 만들 수 있는 삼각형은 몇 가지인가?

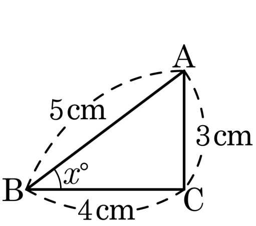
▶ 답 : ______ 가지

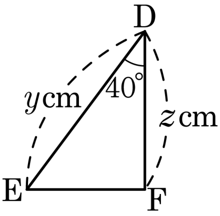
▷ 정답 : 3 가지

해설

40°가 $5\,\text{cm}$와 $7\,\text{cm}$ 사이 끼인 각일 경우 1가지와 끼인 각이 아닐 경우 2가지가 있다. 그러므로 만들 수 있는 삼각형은 총 3가지이다.

7. 다음 그림에서 삼각형 ABC 와 삼각형 EDF 가 합동일 때, $x-y-z$ 의 값을 구하여라.





▶ 답 :

▷ 정답 : 31

해설

합동인 도형은 대응하는 변의 길이와 각의 크기가 같다.

$\triangle ABC \equiv \triangle EDF$

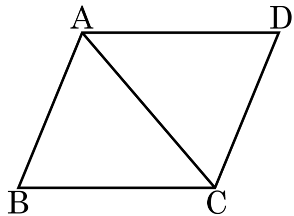
$\angle x = \angle EDF = \angle ABC = 40°$

$y = \overline{DE} = \overline{BA} = 5(\text{cm})$

$z = \overline{DF} = \overline{BC} = 4(\text{cm})$

$\therefore x - y - z = 40 - 5 - 4 = 31$

8. 다음은 다음 평행사변형에서 삼각형 ABC와 삼각형 CDA 가 서로 합동임을 설명한 것이다. □안에 들어갈 기호가 바른 것은?



$\triangle ABC$ 와 $\triangle CDA$ 에서

$\overline{AD} // \overline{BC}$ 이므로 $\angle BCA = \boxed{\text{①}}$ (엇각)

$\overline{AB} // \boxed{\text{②}}$ 이므로 $\boxed{\text{③}} = \angle DCA$(엇각)

또, $\boxed{\text{④}}$는 공통이므로

$\therefore \triangle ABC \equiv \triangle CDA \; \boxed{\text{⑤}}$

① $\angle ABC$ ② $\overline{AD}$ ③ $\angle BAC$

④ $\overline{AB}$ ⑤ SAS

해설

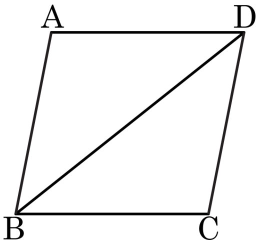
① $\angle DAC$

② $\overline{DC}$

④ $\overline{AC}$

⑤ASA

9. 다음 그림에서 $\overline{AB}//\overline{CD}$, $\overline{AD}//\overline{BC}$ 이고 $\triangle ABD$ 의 넓이가 40cm^2 일 때, $\square ABCD$ 의 넓이를 구하면?



① 70cm^2 ② 75cm^2 ③ 80cm^2

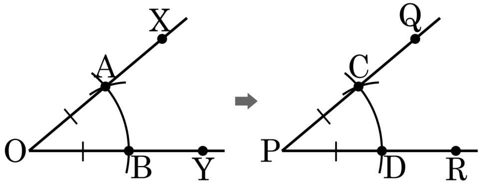
④ 85cm^2 ⑤ 90cm^2

해설

$\triangle ABD \equiv \triangle CDB$ (ASA 합동)

$\therefore$ ($\square ABCD$ 의 넓이)$= 40 \times 2 = 80(\text{cm}^2)$

10. 다음은 $\angle XOY$ 와 크기가 같고 반직선 $\overrightarrow{PR}$ 을 한 변으로 하는 각을 작도하였을 때, $\triangle AOB \equiv \triangle CPD$ 임을 보인 것이다. (가), (나), (다), (라)에 알맞은 것으로 짝 지어진 것은?



$\triangle AOB$와 $\triangle CPD$에서
$\overline{OA}=$ (가), $\overline{OB}=$ (나), $\overline{AB}=$ (다)
$\therefore\ \triangle AOB \equiv \triangle CPD$((라) 합동)

① (가) $\overline{PD}$, (나) $\overline{PC}$, (다) $\overline{CD}$, (라) SAS

② (가) $\overline{PC}$, (나) $\overline{PD}$, (다) $\overline{OA}$, (라) SSS

③ (가) $\overline{OB}$, (나) $\overline{OA}$, (다) $\overline{CD}$, (라) ASA

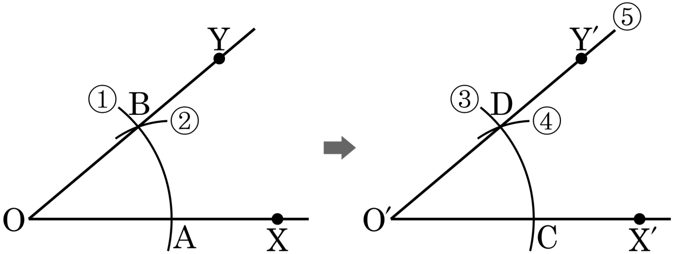
④ (가) $\overline{AB}$, (나) $\overline{CD}$, (다) $\overline{PD}$, (라) SSS

⑤ (가) $\overline{PC}$, (나) $\overline{PD}$, (다) $\overline{CD}$, (라) SSS

해설

$\triangle AOB$ 와 $\triangle CPD$ 에서
$\overline{OA}=\overline{PC}$, $\overline{OB}=\overline{PD}$, $\overline{AB}=\overline{CD}$
$\therefore \triangle AOB \equiv \triangle CPD$(SSS합동)

11. 다음은 $\angle XOY$ 와 크기가 같은 각을 $\overrightarrow{O'X'}$ 를 한 변으로 하여 $\triangle BOA \equiv \triangle DO'C$ 가 SSS 합동임을 보이기 위해 작도하는 과정이다. 작도 순서대로 번호를 나열한 것은?

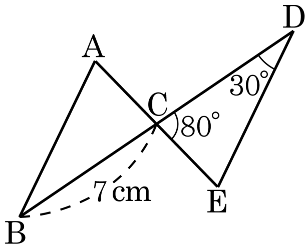


① ①-②-④-⑤-③ ② ①-②-③-④-⑤ ③ ①-⑤-③-②-④
④ ①-③-②-④-⑤ ⑤ ①-④-③-②-⑤

해설

컴퍼스와 눈금 없는 자를 이용하여
① 컴퍼스로 $\overline{OA}$ 의 길이를
③ $\overline{OD}$, $\overline{OC}$ 로 옮긴다.
② $\overline{AB}$ 의 길이를
④ $\overline{CD}$ 로 옮긴다.
⑤ 눈금없는 자로 $\overline{O'D}$ 를 잇는다.

12. 다음 그림은 SAS 합동에 의한 $\triangle ABC \equiv \triangle EDC$ 을 나타낸 그림이다. $\angle ABC + \angle ACD$ 의 값을 구하면?



① $100°$　② $110°$　③ $120°$　④ $130°$　⑤ $140°$

해설

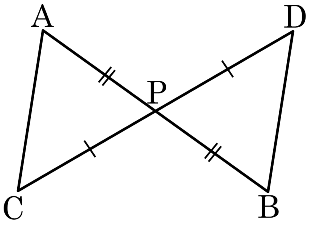
SAS 합동에 의해 $\triangle ABC \equiv \triangle EDC$ 이므로

$\angle ABC = \angle CDE = 30°$

$\angle ACD = 180° - 80° = 100°$

$\Rightarrow \angle ABC + \angle ACD = 30° + 100° = 130°$

13. 다음 그림에서 점 P 가 $\overline{AB}, \overline{CD}$ 의 중점일 때, $\triangle ACP \equiv \triangle BDP$ 이다. $\triangle ACP \equiv \triangle BDP$ 임을 설명하기 위한 조건이 <u>아닌</u> 것을 모두 고르면?

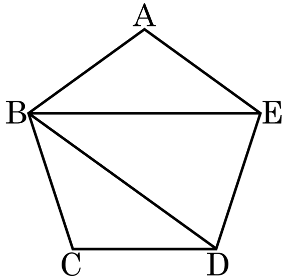


① $\overline{AP} = \overline{BP}$
② $\overline{AC} = \overline{BD}$
③ $\angle APC = \angle BPD$
④ $\overline{CP} = \overline{DP}$
⑤ $\angle ACP = \angle BDP$

해설

점 P 가 $\overline{AB}$ 와 $\overline{CD}$ 의 중점이므로
$\overline{AP} = \overline{BP}$, $\overline{CP} = \overline{DP}$ 이다.
또, 맞꼭지각의 크기는 서로 같으므로
$\angle APC = \angle BPD$ 이다.
따라서 SAS 의 합동조건에 의해
$\triangle ACP \equiv \triangle BDP$ 이다.

14. 다음은 정오각형 ABCDE 의 두 대각선 BE 와 BD 길이가 같음을 보인 것이다. (가)~(마) 에 들어갈 것으로 옳지 <u>않은</u> 것은?



보기

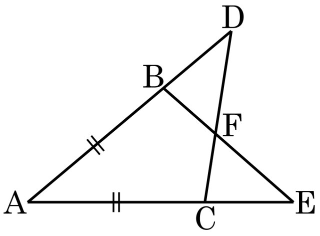
$\triangle$ABE 와 $\triangle$CBD 에서
$\overline{AB}$ = (가), (나) = $\overline{CD}$, $\angle$BAE = (다)
따라서 $\triangle ABE \equiv \triangle CBD$((라) 합동) 이므로 $\overline{BE}$ = (마) 이다.

① (가): $\overline{CB}$ ② (나): $\overline{AE}$ ③ (다) : $\angle$BCD
④ (라) : ASA ⑤ (마) : $\overline{BD}$

해설

두 변의 길이와 그 끼인각의 크기가 같으므로 $\triangle ABE \equiv \triangle CBD$ (SAS 합동이다)

15. 다음 그림에서 $\overline{AB} = \overline{AC}$, $\angle ABE = \angle ACD$ 이다. $\overline{CD} = \overline{BE}$ 임을 증명할 때, 사용되는 삼각형의 합동조건은?



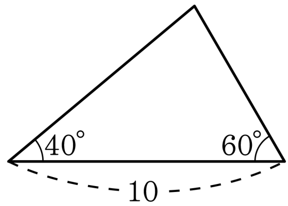
① SSS 합동
② SAS 합동
③ ASA 합동
④ RHS 합동
⑤ RHA 합동

해설

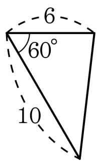
$\angle BAC$ 는 공통,
$\overline{AB} = \overline{AC}$, $\angle ABE = \angle ACD$
따라서 $\triangle ACD \equiv \triangle ABE$(ASA합동) 이다.

16. 다음 보기의 삼각형과 합동인 것을 모두 찾으면?

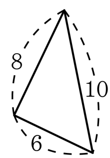
보기



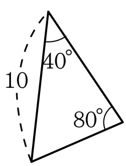
①



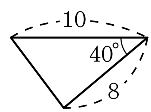
②



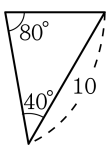
③



④



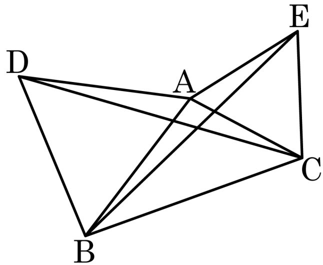
⑤



해설

보기의 삼각형은 변 10cm 길이의 양 끝 각 40°와 60°가 주어진 ASA 합동을 나타내는 그림이다.
⑤ 주어진 각의 크기가 40°와 80°이므로 나머지 각의 크기는 60°이다.
그러면 주어진 변 10cm를 사이로 양 끝 각이 40°와 60°가 되므로 보기와 똑같은 ASA 합동이다.

17. 삼각형 ABC의 두 변 $\overline{AB}$, $\overline{AC}$를 각각 한 변으로 하는 정삼각형 DBA와 ACE를 그렸을 때, 다음 중 옳지 <u>않은</u> 것은?



① $\overline{DC} = \overline{BE}$
② $\overline{AB} = \overline{AC}$
③ $\angle DAC = \angle BAE$
④ $\angle ACD = \angle AEB$
⑤ $\triangle ADC \equiv \triangle ABE$

해설

$\triangle ADC$ 와 $\triangle ABE$ 에서

$\overline{AD} = \overline{AB} \cdots$ ㉠

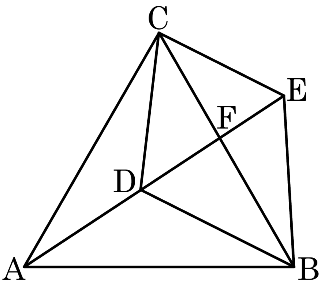
$\overline{AC} = \overline{AE} \cdots$ ㉡

$\angle DAC = \angle BAE \cdots$ ㉢

㉠, ㉡, ㉢에 의해

$\triangle ACD \equiv \triangle AEB$ (SAS 합동)

18. 다음 그림에서 $\triangle ABC$ 와 $\triangle CDE$ 는 정삼각형이다. 아래 설명 중 옳은 것은 ?



① $\triangle ABF \equiv \triangle CBF$

② $\triangle ADC \equiv \triangle AEC$

③ $\triangle ABE \equiv \triangle CBE$

④ $\triangle ADF \equiv \triangle CEF$

⑤ $\triangle BCE \equiv \triangle ACD$

해설

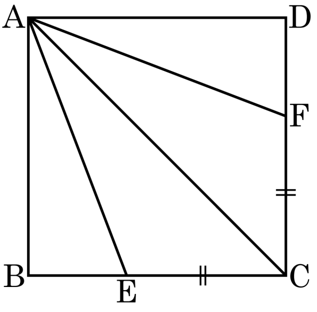
$\triangle BCE$ 와 $\triangle ACD$ 에서

$\overline{BC} = \overline{AC}$, $\overline{CE} = \overline{CD}$

$\angle ECB = \angle DCA = 60° - \angle DCF$

$\triangle BCE \equiv \triangle ACD$ (SAS합동)

19. 다음 그림의 정사각형ABCD 에서 $\overline{EC} = \overline{FC}$ 일 때, 다음 중 옳지 <u>않은</u> 것을 모두 고르면? (정답 2개)



① 합동인 삼각형은 모두 3 쌍이다.

② $\triangle$ABC 와 $\triangle$ADC 는 ASA 합동이다.

③ $\triangle ABE \equiv \triangle ADF$

④ $\triangle ABE \equiv \triangle AEC$

⑤ $\triangle ACE \equiv \triangle ACF$

해설

① 합동인 삼각형은$\triangle$ABE 와$\triangle$ADF ,$\triangle$ABC 와$\triangle$ADC ,$\triangle$AEC 와$\triangle$AFC , 모두 세 쌍이다.

② $\triangle ABC \equiv \triangle ADC$ (SSS 합동, SAS 합동)

:$\overline{AB} = \overline{AD},\ \overline{BC} = \overline{DC},\ \overline{AC}$ 는 공통 $\therefore$ SSS합동

$\overline{AB} = \overline{AD},\ \overline{BC} = \overline{DC},\ \angle B = \angle D$ $\therefore$ SAS합동

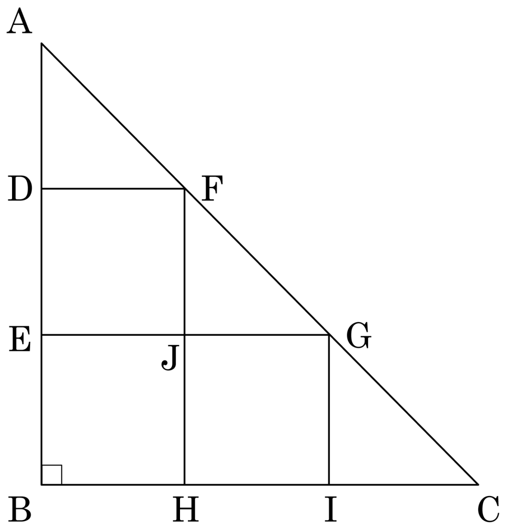
③ $\triangle ABE \equiv \triangle ADF$(SAS합동)

:$\angle B = \angle D = 90°,\ \overline{AB} = \overline{AD},\ \overline{BE} = \overline{DF}$ $\therefore$ SAS합동

⑤ $\triangle ACE \equiv \triangle ACF$(SAS합동)

:$\overline{EC} = \overline{FC}, \angle ACE = \angle ACF = 45°, \overline{AC}$ 는 공통 $\therefore$ SAS합동

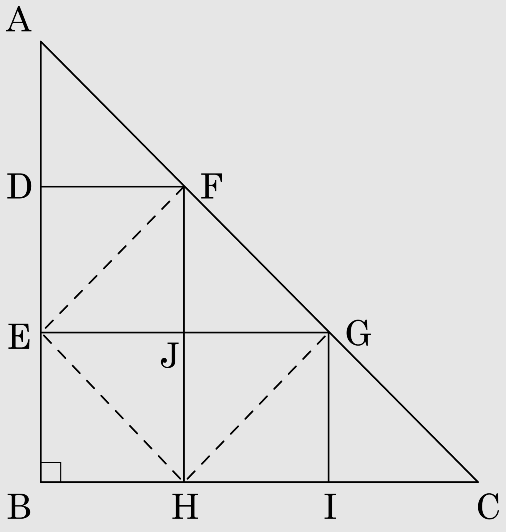
20. 다음 그림의 삼각형 ABC 는 $\angle B = 90°$ 인 직각이등변삼각형이다. 점 D, E 와 H, I, F, G 는 각각 변 AB 와 변 BC, 변 AC 를 삼등분한 점이고, $\triangle ABC = 27\,\mathrm{cm}^2$ 일 때, $\triangle ADF$ 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 : ______ cm^2

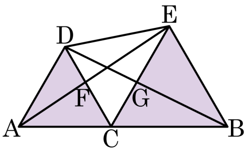
▷ 정답 : $3\,\mathrm{cm}^2$

해설



$\triangle ADF$ 와 $\triangle EDF$ 에서 $\overline{DF}$ 는 공통,
$\overline{AD} = \overline{DE}$, $\angle ADF = \angle EDF = \angle EBH = 90°$ 이므로 $\triangle ADF \equiv \triangle DEF$ (SAS 합동)
마찬가지 방법으로 $\triangle GIC \equiv \triangle GIH$ (SAS 합동)
$\triangle GIC \equiv \triangle FJG$ (SAS 합동)
따라서 $\triangle ADF \equiv \triangle EDF \equiv \triangle FJE \equiv \triangle HJE \equiv \triangle EBH \equiv \triangle FJG \equiv \triangle HJG \equiv \triangle GIH \equiv \triangle GIC$
$\therefore \triangle ADF = 27 \div 9 = 3(\mathrm{cm}^2)$

21. 다음 그림과 같이 선분 AB 위에 한 점 C를 잡아 $\overline{AC}$, $\overline{CB}$를 각각 한 변으로 하는 정삼각형 ACD, CBE를 만들었다. 다음 중 옳지 <u>않은</u> 것은?



① $\angle ACE = \angle DCB$ ② $\overline{AE} = \overline{DB}$

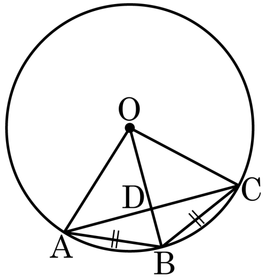
③ $\angle FAC = \angle GDC$ ④ $\triangle AEC \equiv \triangle DBC$

⑤ $\angle DFE = \angle FAC + \angle ACF$

해설

⑤ $\angle DFE = 180° - (\angle FAC + \angle ACF)$

22. 다음 그림과 같이 원 O 에서 $\overline{AB}=\overline{BC}$ 일 때, 다음 보기 중 옳지 않은 것은?



보기

㉠ $\triangle OAB \equiv \triangle OCB$ ㉡ $\angle OAD = \angle OCD$

㉢ $\overline{AB}=\overline{OA}$ ㉣ $\triangle BAD \equiv \triangle BCD$

㉤ $\overline{OD}=\overline{DB}$ ㉥ $\angle DAB = \angle DCB$

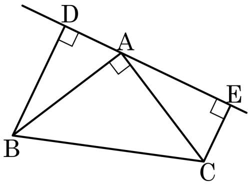
① ㉠, ㉡ ② ㉢, ㉣ ③ ㉣, ㉥

④ ㉢, ㉤ ⑤ ㉢, ㉤,㉥

해설

(1) $\triangle OAB$ 와 $\triangle OCB$ 에서
$\overline{OA}=\overline{OC}$, $\overline{OB}$ 는 공통, $\overline{AB}=\overline{BC}$,
$\therefore \triangle OAB \equiv \triangle OCB$ (SSS 합동)
(2) $\triangle OAD$ 와 $\triangle OCD$ 에서
$\overline{OA}=\overline{OC}$, $\overline{OD}$ 는 공통,
$\triangle OAB \equiv \triangle OCB$ 에서 $\angle AOB = \angle COB$,
$\therefore \triangle OAD \equiv \triangle OCD$ (SAS 합동)
(3) $\triangle BAD$ 와 $\triangle BCD$ 에서
$\overline{BD}$ 는 공통, $\overline{AB}=\overline{BC}$,
$\triangle OAD \equiv \triangle OCD$ 에서 $\overline{AD}=\overline{CD}$,
$\therefore \triangle BAD \equiv \triangle BCD$ (SSS 합동)

23. 다음 그림과 같이 직각이등변삼각형 ABC 의 꼭짓점 B, C 에서 꼭짓점 A 를 지나는 직선에 내린 수선의 발을 각각 D, E 라 할 때, 다음 중 옳지 않은 것을 고르면?



① $\overline{DB} // \overline{EC}$

② $\angle DAB = \angle ECA$

③ $\overline{BD} + \overline{CE} = \overline{DE}$

④ $\triangle DBA \equiv \triangle EAC$

⑤ $\angle BAD = \angle ABC = 45°$

해설

$\triangle DBA$ 와 $\triangle EAC$ 에서

$\angle DAB + \angle DBA = 90° \cdots\cdots$ ㉠

$\angle DAB + \angle EAC = 90° \cdots\cdots$ ㉡

㉠, ㉡에서

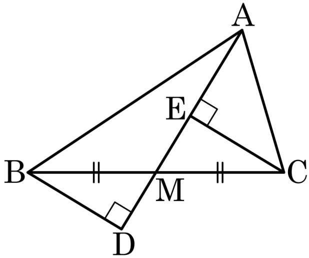
$\angle DBA = \angle EAC$, $\angle DAB = \angle ECA$, $\overline{AB} = \overline{CA}$

$\therefore \triangle DBA \equiv \triangle EAC$(ASA합동)

⑤ $\angle BAD \neq \angle ABC$

$\angle ABC = 45°$

24. 다음 그림의 $\triangle\mathrm{ABC}$ 에서 $\overline{\mathrm{BC}}$ 의 중점을 M , 꼭짓점 B 와 C 에서 선분 AM 과 그 연장선에 내린 수선의 발을 각각 D, E 라고 하자. $\overline{\mathrm{AM}} = a\mathrm{cm}$, $\overline{\mathrm{BD}} = b\mathrm{cm}$ 일 때, $\triangle\mathrm{ACM}$ 의 넓이를 a, b 를 사용한 식으로 나타내어라.



▶ 답 : $\underline{\qquad\qquad \mathrm{cm}^2}$

▷ 정답 : $\frac{1}{2}ab\,\underline{\mathrm{cm}^2}$

해설

$\triangle\mathrm{BDM}$ 과 $\triangle\mathrm{CEM}$ 에서

$\overline{\mathrm{BM}} = \overline{\mathrm{CM}}$

$\angle\mathrm{DBM} = \angle\mathrm{ECM}$ (엇각)

$\angle\mathrm{BMD} = \angle\mathrm{CME}$ (맞꼭지각)

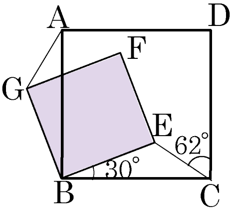
$\triangle\mathrm{BDM} \equiv \triangle\mathrm{CEM}$ (ASA 합동)

$\therefore \overline{\mathrm{CE}} = \overline{\mathrm{BD}} = b(\mathrm{cm})$

$\triangle\mathrm{ACM}$ 의 넓이는 $\overline{\mathrm{AM}}$ 이 밑변이고 $\overline{\mathrm{CE}}$ 가 높이이므로

$\triangle\mathrm{ACM} = \frac{1}{2} \times a \times b = \frac{1}{2}ab(\mathrm{cm}^2)$

25. 다음 그림에서 □ABCD와 □BEFG가 각각 정사각형이고, $\angle DCE = 62°$, $\angle EBC = 30°$일 때, $\angle AGF$의 크기를 구하여라.



▶ 답 : °

▷ 정답 : 32°

해설

$\triangle BGA$와 $\triangle BEC$에서

□ABCD가 정사각형이므로 $\overline{BA} = \overline{BC} \cdots ①$

□BEFG가 정사각형이므로 $\overline{BG} = \overline{BE} \cdots ②$

$\angle GBA = 90° - \angle ABE = \angle EBC \cdots ③$

①, ②, ③에 의하여 $\triangle BGA \equiv \triangle BEC$(SAS 합동)

합동인 도형의 성질에 의하여

$\angle AGB = \angle CEB = 180° - (30° + 28°) = 122°$

$\therefore \ \angle AGF = \angle AGB - \angle FGB = 122° - 90° = 32°$