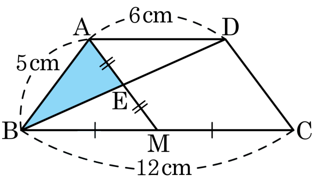
1. 다음 그림과 같은 등변사다리꼴 ABCD 에서 $\overline{BC}$ 의 중점을 M , $\overline{AM}$ 과 $\overline{BD}$ 의 교점을 E 라고 할 때, $\overline{AE} = \overline{EM}$ 이 성립한다. $\triangle AEB$ 의 넓이를 구하여라.

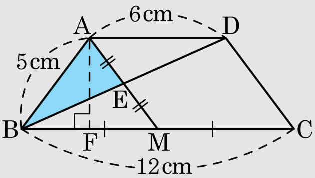


▶ 답 : cm²

▷ 정답 : $6\,cm^2$

해설

점 A 에서 $\overline{BC}$ 에 내린 수선의 발을 F 라고 하자.

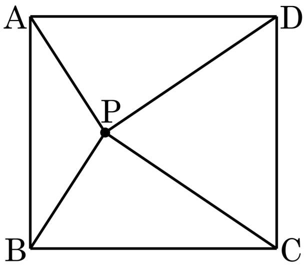


$\overline{BF} = 3\,cm$ 이므로 $\overline{AF} = 4\,cm$

따라서 $\triangle ABM$ 의 넓이는 $\frac{1}{2} \times 6 \times 4 = 12(\,cm^2)$ 이다.

이 때, $\triangle AEB$ 의 넓이는 $\triangle ABM$ 의 넓이의 $\frac{1}{2}$ 배이므로 $\triangle AEB$ 의 넓이는 $6cm^2$ 이다.($\because \overline{AE} = \overline{EM}$)

2. 다음 그림의 직사각형 ABCD 에서 $\overline{PA} = 4, \overline{PC} = 6$ 일 때, $\overline{PB}^2 + \overline{PD}^2$ 의 값을 구하여라.

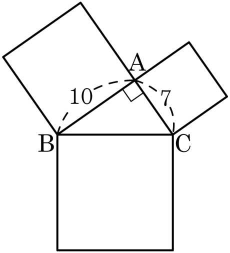


① 48 ② 50 ③ 52 ④ 54 ⑤ 56

해설

$\overline{PB^2} + \overline{PD^2} = 4^2 + 6^2 = 52$ 이다.

3. 다음 그림은 직각삼각형 ABC 의 각 변을 한 변으로 하여 정사각형을 그린 것이다. $\overline{AB} = 10$, $\overline{AC} = 7$ 일 때, $\overline{BC}$ 를 포함하는 정사각형의 넓이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 149

해설

$\overline{AB} = 10$ 을 한 변으로 하는 정사각형의 넓이는 100
$\overline{AC} = 7$ 을 한 변으로 하는 정사각형의 넓이는 49 이므로 $\overline{BC}$ 를 한 변으로 하는 정사각형의 넓이는 $100 + 49 = 149$ 이다.

4. $\angle A > 90°$ 인 $\triangle ABC$ 에서 $\angle A$, $\angle B$, $\angle C$ 의 대변의 길이를 각각 a , b , c 라 할 때, 다음 중 옳은 것을 모두 고르면? (정답 2 개)

① $c > a - b$ ② $a > c + b$ ③ $c^2 > b^2 + a^2$

④ $b^2 < c^2 + a^2$ ⑤ $a^2 < c^2 + b^2$

해설

①, ② 삼각형이 되려면

$c > a - b$, $a < c + b$

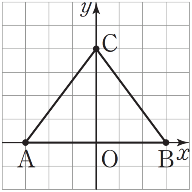
③ $\angle C < 90°$ 이므로 $c^2 < b^2 + a^2$

④ $\angle B < 90°$ 이므로 $b^2 < c^2 + a^2$

⑤ $\angle A > 90°$ 이므로 $a^2 > c^2 + b^2$

5.

오른쪽 그림과 같이 좌표평면 위에 $\overline{AC}=\overline{BC}$인 이등변삼각형 ABC가 있다. $A(-3,\ 0)$, $B(3,\ 0)$, $C(0,\ 4)$일 때, $\triangle ABC$의 둘레의 길이를 구하시오.



▶ 답 :

▷ 정답 : 16

해설

$\overline{AO}=\overline{BO}=3$, $\overline{CO}=4$이므로

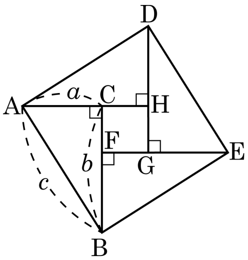
$\triangle AOC$에서

$\overline{AC}^2=3^2+4^2=25$ $\quad\therefore\ \overline{AC}=\overline{BC}=5$

$\therefore$ ($\triangle ABC$의 둘레의 길이)$=\overline{AC}+\overline{AB}+\overline{BC}$

$=5+6+5=16$

6. 다음 그림은 직각삼각형 ABC와 합동인 삼각형을 붙여 정사각형 ABED를 만든 것이다. 다음 중 옳지 <u>않은</u> 것은?



① $\triangle ABC \equiv \triangle EDG$

② $\overline{AC} = \overline{DH} = \overline{GE} = \overline{CF}$

③ $\overline{FG} = b - a$

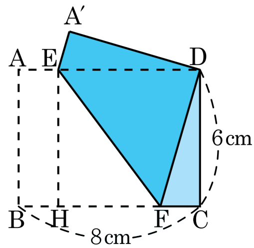
④ $\square ABED = \square CFGH + \triangle AHD + \triangle ABC + \triangle EFB + \triangle GDE$

⑤ $\square CFGH$는 정사각형

해설

② $\overline{AC} = \overline{DH} = \overline{GE} = \overline{BF}$, $\overline{CF} = \overline{BC} - \overline{BF}$

7. 다음 그림은 직사각형 ABCD 를 점 B 가 점 D 에 오도록 접었다. $\overline{CD} = 6\,\text{cm}$, $\overline{BC} = 8\,\text{cm}$, 점 H 는 점 E 에서 $\overline{BC}$ 에 내린 수선의 발일 때, 다음 중 옳지 않은 것은?



① $\overline{A'E} = \frac{7}{4}\,\text{cm}$ ② $\angle DEF = \angle EFH$

③ $\overline{EF} = \frac{17}{2}\,\text{cm}$ ④ $\overline{BF} = \overline{DE}$

⑤ $\overline{HF} = \frac{9}{2}\,\text{cm}$

해설

$\triangle A'ED$ 에서 $\overline{A'E}$ 를 x 로 잡으면 피타고라스 정리에 따라

$x^2 + 6^2 = (8-x)^2$, $x = \frac{7}{4} = \overline{A'E} = \overline{FC}$

$\therefore\ \overline{ED} = 8 - \frac{7}{4} = \frac{25}{4}(\,\text{cm})$ 이고, $\overline{HF} = \overline{CH} - \overline{CF} = \frac{25}{4} - \frac{7}{4} = \frac{18}{4} = \frac{9}{2}(\,\text{cm})$

$\triangle EHF$ 에서 피타고라스 정리에 따라

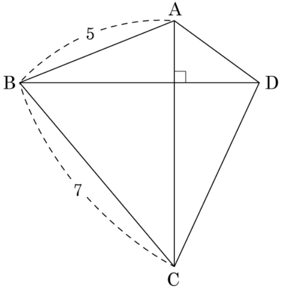
$$\overline{EF}^2 = 6^2 + \left(\frac{9}{2}\right)^2 = \frac{225}{4}$$

$\overline{EF}$ 는 변이므로 양수이다. 따라서 $\overline{EF} = \frac{15}{2}(\,\text{cm})$ 이다.

③ $\overline{EF} \neq \frac{17}{2}\,\text{cm}$

8. 다음 그림과 같이 □ABCD 에서 두 대각선이 서로 직교하고, $\overline{AB} = 5$, $\overline{BC} = 7$ 일 때,

$\overline{CD}^2 - \overline{AD}^2$ 의 값을 구하여라.



▶ **답 :**

▷ **정답 :** 24

해설

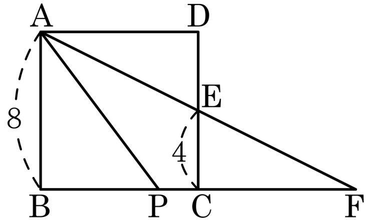
□ABCD 의 두 대각선이 서로 직교하므로

$\overline{AB}^2 + \overline{CD}^2 = \overline{BC}^2 + \overline{AD}^2$

$5^2 + \overline{CD}^2 = 7^2 + \overline{AD}^2$

$\therefore \overline{CD}^2 - \overline{AD}^2 = 24$

9. 한 변의 길이가 8인 정사각형 ABCD에서 $\overline{\mathrm{BC}}$ 위에 임의의 점 P를 잡고 점 A와 점 P를 잇고 $\angle\mathrm{PAD}$의 이등분선이 $\overline{\mathrm{AE}}$, $\overline{\mathrm{AE}}$의 연장선과 $\overline{\mathrm{BC}}$의 연장선과의 교점을 F라 하자. $\overline{\mathrm{EC}} = 4$일 때, $\overline{\mathrm{AP}}$의 길이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 10

해설

$\triangle\mathrm{ECF} \backsim \triangle\mathrm{ABF}$ 이므로

$8 : 4 = (\overline{\mathrm{CF}} + 8) : \overline{\mathrm{CF}}$

$\therefore \overline{\mathrm{CF}} = 8$

$\angle\mathrm{DAE} = \angle\mathrm{CFE}$ (엇각)

$\triangle\mathrm{APF}$ 는 이등변삼각형

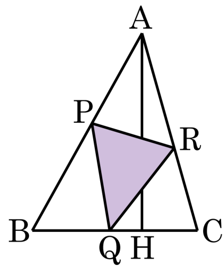
$\overline{\mathrm{AP}} = \overline{\mathrm{PF}} = x$ 라 하면 $\overline{\mathrm{BP}} = 16 - x$

$\triangle\mathrm{ABP}$ 에서

$x^2 = 8^2 + (16 - x)^2$

$\therefore x = 10$

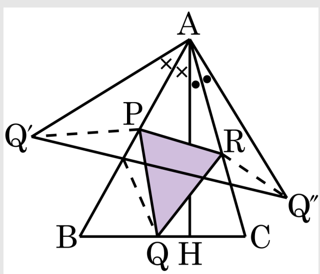
10. 다음과 같이 $\angle A = 45°$ 인 예각삼각형 ABC 의 점 A 에서 변 BC 에 내린 수선의 발을 H 라 할 때, $\overline{AH} = 8$ 이다. 삼각형 ABC 에 내접하는 삼각형 PQR 의 둘레의 길이가 최소일 때, $\angle AQB$ 의 값을 구하여라.



▶ 답 : $\underline{\qquad\qquad\qquad\quad °}$

▷ 정답 : $\underline{90°}$

해설



위의 그림과 같이 점 Q 의 $\overline{AB}$, $\overline{AC}$ 에 대한 대칭점을 각각 Q', Q'' 라 하면

$\overline{PQ} = \overline{PQ'}$, $\overline{RQ} = \overline{RQ''}$

$\angle Q'AQ'' = 2(\bullet + \times) = 90°$ 이고,

$\triangle PQR$ 의 둘레의 길이는

$\overline{PQ} + \overline{QR} + \overline{RP} = \overline{PQ'} + \overline{Q''R} + \overline{RP} \geq \overline{Q'Q''}$

그런데 $\overline{AQ'} = \overline{AQ''} = \overline{AQ}$ 이므로 $\overline{AQ}$ 가 최소일 때, 즉 $\overline{AQ}$ 가 점 A 에서 변 BC 에 내린 수선일 때, $\overline{Q'Q''}$ 가 최소가 된다.

따라서 $\angle AQB = \angle AHB = 90°$ 이다.