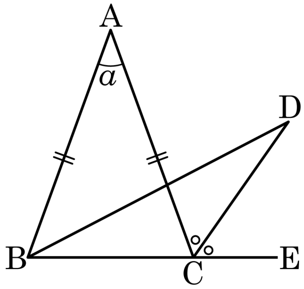
1. 다음 그림에서 $\triangle ABC$ 는 이등변삼각형이다.
$\angle ACD = \angle DCE$, $\angle ABD = 2\angle DBC$, $\angle A = a$ 일 때, $\angle BDC$ 의 크기를 a 로 나타내면?



① $15° - \frac{5}{12}a$ ② $15° + \frac{5}{12}a$ ③ $-15° + \frac{5}{12}a$
④ $15° + \frac{5}{14}a$ ⑤ $15° - \frac{5}{14}a$

해설

$\angle DBC = y$ 라고 하면 $\angle ABD = 2\angle DBC = 2y$
$\triangle ABC$ 가 이등변삼각형이므로 $\angle ACB = \angle ABC = 3y$ 이고
내각의 합은 $180°$ 이므로 $a + 6y° = 180°$

$\therefore y° = 30° - \frac{1}{6}a$

또한 $\angle ACD = \frac{1}{2}(180° - 3y) = 90° - \frac{3}{2}y$ 이고

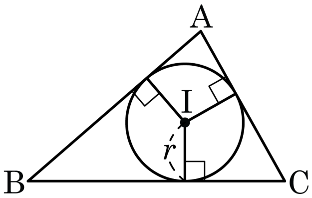
$\triangle BCD$ 의 내각의 합은 $180°$ 이므로

$$\begin{aligned} 180° &= \angle BDC + \angle DCB + \angle CBD \\ &= \angle BDC + \left(3y + 90° - \frac{3}{2}y\right) + y \end{aligned}$$

$180° = \angle BDC + 90° + \frac{5}{2}y$ 이므로

$$\begin{aligned} \therefore \angle BDC &= 90° - \frac{5}{2}y \\ &= 90° - \frac{5}{2}\left(30° - \frac{1}{6}a\right) \\ &= 15° + \frac{5}{12}a \end{aligned}$$

2. 다음 그림에서 점 I 는 $\triangle ABC$ 의 내심이다. $\triangle ABC$ 의 둘레의 길이가 40cm 이고 $\triangle ABC$ 의 넓이가 60cm^2 일 때, 내접원의 반지름의 길이는?



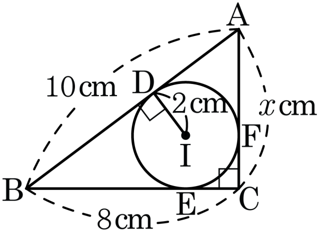
① 1cm ② 2cm ③ 3cm ④ 4cm ⑤ 5cm

해설

$$\frac{1}{2} \times r \times 40 = 60$$

따라서 반지름의 길이는 3cm 이다.

3. 다음 그림에서 점 I 가 삼각형 ABC 의 내심이고, 점 D, E, F 가 내접원의 접점일 때, x 값을 구하여라.



▶ 답 : ______ cm

▷ 정답 : 6 cm

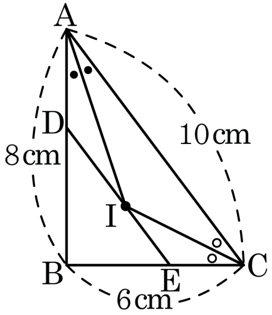
해설

점 I 가 삼각형의 내심이므로 $\overline{AD} = \overline{AF}, \overline{BE} = \overline{BD}, \overline{CE} = \overline{CF}$ 이다.

내심의 반지름이 2 이므로 $\overline{CE} = \overline{CF} = 2$ 이다.

$\overline{BE} = 6 = \overline{BD}, \overline{AD} = 4 = \overline{AF}$ 이므로 $\overline{AC} = \overline{AF} + \overline{FC} = 2 + 4 = 6(\mathrm{cm})$ 이다.

4. 다음 그림과 같이 $\triangle ABC$ 에서 $\angle A$ 와 $\angle C$ 의 이등분선의 교점을 점 I 라고 하고 점 I 를 지나고 $\overline{AC}$ 에 평행한 직선과 $\overline{AB}$, $\overline{BC}$ 와의 교점을 각각 D, E 라 할 때, $\triangle BDE$ 의 둘레의 길이를 구하여라.



▶ 답 : cm

▷ 정답 : 14 cm

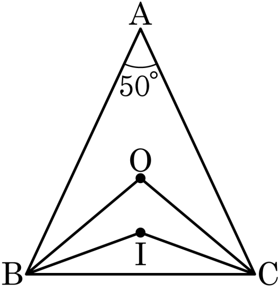
해설

점 I 가 내심이고 $\overline{DE}//\overline{AC}$ 일 때,

($\triangle BED$ 의 둘레의 길이) $= \overline{BC} + \overline{BA}$

따라서 $\triangle BED$ 의 둘레의 길이는 14cm 이다.

5. 점 O 는 $\triangle ABC$ 의 외심이고 점 I 는 $\triangle OBC$ 의 내심일 때, $\angle IBC$ 의 크기는?

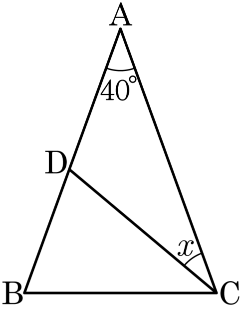


① $15°$ ② $20°$ ③ $25°$ ④ $30°$ ⑤ $32°$

해설

$\angle BOC = 2\angle A = 2 \times 50° = 100°$ 이고,
$\overline{OB} = \overline{OC}$ 이므로 $\angle OBC = (180° - 100°) \div 2 = 40°$
점 I 가 $\triangle OBC$ 의 내심이므로 $\angle OBI = \angle IBC = 20°$

6. 다음 $\triangle ABC$에서 $\overline{AB} = \overline{AC}$, $\overline{CB} = \overline{CD}$, $\angle A = 40°$일 때, $\angle x$의 크기는?



① $20°$ ② $25°$ ③ $30°$ ④ $35°$ ⑤ $40°$

해설

$\triangle ABC$에서

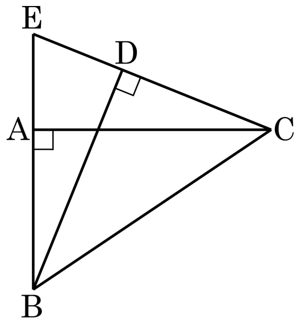
$\angle ABC = \angle ACB = \frac{1}{2}(180° - 40°) = 70°$

$\triangle CDB$에서

$\angle BCD = 180° - (2 \times 70°) = 40°$

따라서 $\angle x = 70° - 40° = 30°$이다.

7. 다음 그림에서 두 개의 삼각형 ABC 와 DBC 는 $\angle A = \angle D = 90°$ 인 직각삼각형이다. $\overline{AB}$ 의 연장선과 $\overline{CD}$ 의 연장선이 만나는 점을 E 라 하고 $\overline{AB} = \overline{CD}$, $\angle ACB = 34°$ 일 때, $\angle E$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답 : ____ °

▷ 정답 : 68 °

해설

$\triangle ABC$ 과 $\triangle DCB$ 에서 $\angle A = \angle D = 90°$,
$\overline{BC}$ 는 공통빗변, $\overline{AB} = \overline{CD}$ 이므로
$\triangle ABC \equiv \triangle DCB$ (RHS 합동)
$\angle ABC = 90° - 34° = 56°$, $\angle DBC = \angle ACB = 34°$
$\angle ABD = \angle ABC - \angle DBC = 56° - 34° = 22°$
$\triangle EBD$ 에서
$\angle E + \angle ABD = 90°$
$\therefore\ \angle E = 90° - 22° = 68°$

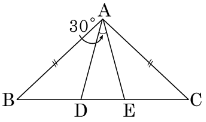
8. 어떤 직각삼각형 ABC의 외접원의 원의 넓이가 36π cm^2이라고 할 때, 이 직각삼각형의 빗변의 길이는?

① 4cm ② 6 cm ③ 9cm ④ 12cm ⑤ 18cm

해설

직각삼각형의 외심은 빗변의 중심에 위치하므로
$\triangle ABC$의 외접원의 중심은 빗변의 중점이다.
외접원의 넓이가 $36\pi cm^2$이므로 반지름의 길이는 6cm이다.
따라서 이 삼각형의 빗변의 길이는 외접원의 지름의 길이와 같으므로 12cm이다.

9. 다음 그림과 같이 $\overline{AB} = \overline{AC}$ 인 이등변삼각형 ABC 의 $\overline{BC}$ 위에 $\overline{AB} = \overline{BE}$, $\overline{AC} = \overline{CD}$ 가 되도록 두 점 E, D 를 잡고 $\angle DAE = 30°$ 일 때, $\angle CAE$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답 : ______ °

▷ 정답 : 45 °

해설

$\overline{AC} = \overline{CD}$, $\angle DAC = \angle ADE$

$\overline{AB} = \overline{BE} = \overline{AC} = \overline{CD}$ 이므로 $\angle B = \angle C$

$\triangle ABE \equiv \triangle ACD$ (SAS 합동)

$\overline{AD} = \overline{EA}$, $\triangle ADE$는 이등변삼각형

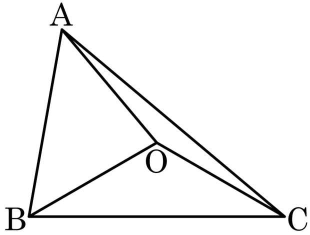
$\therefore \angle ADE = (180° - 30°) \times \dfrac{1}{2} = 75°$

$\overline{AC} = \overline{CD}$ 이므로

$\angle CAD = \angle ADC = 75°$

$\angle CAE = 75° - 30° = 45°$

10. 다음 그림에서 점 O는 $\triangle ABC$의 외심이고, $\angle AOB : \angle BOC : \angle COA = 2 : 3 : 4$일 때, $\angle BAC$의 크기를 구하면?



① 45 °　② 50 °　③ 55 °　④ 60 °　⑤ 65 °

해설

$\angle BOC = 360° \times \dfrac{3}{9} = 120°$이므로

$\angle BAC = \dfrac{1}{2} \times \angle BOC = 60°$