

1. $(-1)^n + (-1)^{n+1}$ 의 값은? (n 은 자연수)

- ① 0 ② -1 ③ 1 ④ -2 ⑤ 2

해설

$$\begin{aligned} n = 2k : & (-1)^n + (-1)^{n+1} \\ &= (-1)^{2k} + (-1)^{2k+1} \\ &= 0 \\ n = 2k - 1 : & (-1)^n + (-1)^{n+1} \\ &= (-1)^{2k-1} + (-1)^{2k} \\ &= 0 \end{aligned}$$

해설

$$\begin{aligned} n = \text{홀수일때, } n + 1 = \text{짝수,} \\ (-1)^n + (-1)^{n+1} &= -1 + 1 = 0 \\ n = \text{짝수일때, } n + 1 = \text{홀수,} \\ (-1)^n + (-1)^{n+1} &= 1 + (-1) = 0 \end{aligned}$$

2. x 의 값에 관계없이 등식 $x^2 + 13x - 18 = a(x+2)(x-3) + bx(x+2) + cx(x-3)$ 이 항상 성립할 때, 상수 a, b, c 의 합 $a+b+c$ 의 값을 구하면?

① 1 ② 3 ③ 6 ④ 9 ⑤ 12

해설

준식에

$x=0$ 을 대입하면 $-18 = -6a$ 에서 $a=3$

$x=3$ 을 대입하면 $30 = 15b$ 에서 $b=2$

$x=-2$ 을 대입하면 $-40 = 10c$ 에서 $c=-4$

$\therefore a+b+c = 3+2+(-4) = 1$

3. 다항식 $f(x) = x^3 - x^2 - x + 1$ 을 인수분해하면?

- ① $(x-1)^2(x+1)$ ② $(x+1)^2(x-1)$
③ $(x-1)(x+1)$ ④ $(x-1)^3$
⑤ $(x+1)^3$

해설

$$\begin{aligned}x^3 - x^2 - x + 1 &= x^2(x-1) - (x-1) \\&= (x-1)(x^2-1) \\&= (x-1)^2(x+1) \\ \therefore f(x) &= (x-1)(x^2-1) = (x-1)^2(x+1)\end{aligned}$$

해설

인수정리를 이용하여 인수분해할 수 있다.
 $f(1) = 0$,
즉 $x-1$ 로 나누어 떨어지므로
조립제법을 써서 인수분해하면 된다.

4. 두 다항식 $x^2 + ax - 2$, $x^2 + 3x + b$ 의 최대공약수가 $x - 1$ 일 때, 두 실수 a, b 의 합 $a + b$ 의 값은?

① -3 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 3

해설

최대공약수가 $x - 1$ 이므로 각각의 식에 $x = 1$ 을 대입하면 0이 된다.

$$\therefore 1 + a - 2 = 0, 1 + 3 + b = 0 \text{에서 } a = 1, b = -4$$

$$\therefore a + b = -3$$

5. 이차방정식 $(x-1)(x+3)=7$ 의 해는?

① $\frac{-2 \pm \sqrt{11}}{2}$

② $\frac{-1 \pm \sqrt{11}}{2}$

③ $-2 \pm \sqrt{11}$

④ $-1 \pm \sqrt{11}$

⑤ $1 \pm \sqrt{11}$

해설

$$(x-1)(x+3)=7, x^2+2x-3-7=0,$$

$$x^2+2x-10=0$$

$$\text{근의 공식에 의해 } x = -1 \pm \sqrt{1^2+10} = -1 \pm \sqrt{11}$$

6. 다음 이차함수의 최댓값이 3 인 것은?

① $y = -x^2 + 3$

② $y = -\frac{1}{3}x^2 - \frac{1}{2}$

③ $y = -(x-1)^2$

④ $y = -\frac{4}{3}(x+5)^2$

⑤ $y = -x^2$

해설

① $x = 0$ 일 때, 최댓값 3을 갖는다.

② $x = 0$ 일 때, 최댓값 $-\frac{1}{2}$ 을 갖는다.

③ $x = 1$ 일 때, 최댓값 0을 갖는다.

④ $x = -5$ 일 때, 최댓값 0을 갖는다.

⑤ $x = 0$ 일 때, 최댓값 0을 갖는다.

7. 두 점 A(2, 3), B(-1, -3) 에 대하여 $\overline{AB}$ 를 2 : 1 로 외분하는 점 P 의 좌표는?

① P(4, 9)

② P(4, -9)

③ P(-4, -9)

④ P(-4, 9)

⑤ P(9, 4)

해설

P(a, b) 라 하면,

$$a = \frac{2 \cdot (-1) - 1 \cdot 2}{1} = -4,$$

$$b = \frac{2 \cdot (-3) - 1 \cdot 3}{1} = -9$$

$$\therefore P(-4, -9)$$

8. 세 점 A(1, -1), B(2, 1), C(3, 3)를 꼭짓점으로 하는 $\triangle ABC$ 의 무게 중심의 좌표는?

① (1, 1)

② (2, 1)

③ (3, 1)

④ (0, 1)

⑤ (2, 2)

해설

$$\text{무게중심 } G\left(\frac{1+2+3}{3}, \frac{-1+1+3}{3}\right) = (2, 1)$$

9. B(4, 2), C(0, 5)인 $\triangle ABC$ 의 무게중심의 좌표가 (1, 1)일 때, 꼭짓점 A의 좌표를 구하면?

- ① A(-2, -3) ② A(-2, -4) ③ A(-1, -4)
④ A(-1, -3) ⑤ A(-1, 4)

해설

A(x, y)라 하면

$$\frac{x+4+0}{3} = 1, \frac{y+2+5}{3} = 1$$

$$\therefore x = -1, y = -4$$

10. 직선 $y = -2x + 4$ 에 평행하고, 한 점 $(2, -3)$ 을 지나는 직선의 방정식은?

① $y = \frac{1}{2}x + 1$

② $y = -2x - \frac{1}{2}$

③ $y = -2x - 2$

④ $y = -2x + 1$

⑤ $y = 2x - 1$

해설

두 직선이 평행하므로 기울기가 같고 구하고자 하는 직선의 기울기는 -2

따라서 기울기가 -2 이고, 한 점 $(2, -3)$ 을 지나는 직선의 방정식은

$$y + 3 = -2(x - 2)$$

$$\therefore y = -2x + 1$$

11. 중심이 $(2, -1)$ 이고, 반지름의 길이가 $\sqrt{5}$ 인 원의 방정식은?

① $(x+2)^2 + (y-1)^2 = 5$

② $(x+2)^2 + (y-1)^2 = \sqrt{5}$

③ $(x-2)^2 + (y+1)^2 = 5$

④ $(x-2)^2 + (y+1)^2 = \sqrt{5}$

⑤ $(x-2)^2 + (y+1)^2 = 5^2$

해설

중심이 $(2, -1)$, $r : \sqrt{5}$ 인 원

$$\Rightarrow (x-2)^2 + (y+1)^2 = 5$$

12. x 에 대한 일차방정식 $(a^2 + 3)x + 1 = a(4x + 1)$ 의 해가 무수히 많을 때, a 의 값은?

① 0 ② 1 ③ 2 ④ 3 ⑤ 4

해설

$(a^2 + 3 - 4a)x = a - 1$
모든 x 에 대해 성립하려면
 $a^2 - 4a + 3 = 0$, $a - 1 = 0$
공통근 : $a = 1$

13. 연립부등식 $\begin{cases} 5(x-9) < 4x-7 \\ 4x-7 \leq 5(x-8) \end{cases}$ 을 만족하는 해집합 중에서 가장 작은 정수는?

① 33 ② 34 ③ 35 ④ 36 ⑤ 37

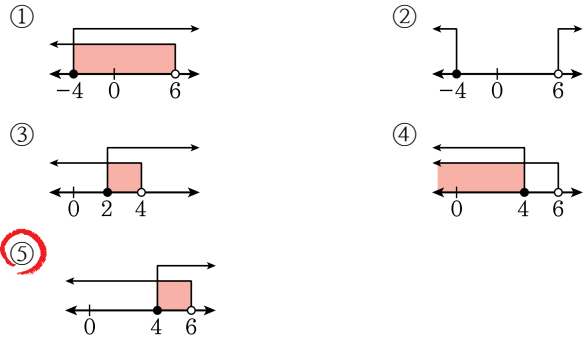
해설

$$\begin{aligned} 5x - 45 &< 4x - 7, & x &< 38 \\ 4x - 7 &\leq 5x - 40, & 33 &\leq x \\ \therefore 33 &\leq x < 38 \end{aligned}$$

14. 연립부등식

$$\begin{cases} 2(x-3) < x \\ x+5 \leq 3(x-1) \end{cases}$$

의 해를 수직선 위에 바르게 나타낸 것은?



해설

1. $2(x-3) < x$, $x < 6$
2. $x+5 \leq 3(x-1)$, $x \geq 4$
공통된 해를 찾으려면 $4 \leq x < 6$

15. x 의 범위가 0, 1, 2, 3, 4, 5일 때, 부등식 $\frac{1}{2}x - \frac{4}{3} \geq -\frac{1}{3}$ 의 해는?

① 0, 1, 2, 3, 4, 5

② 1, 2, 3, 4, 5

③ 2, 3, 4, 5

④ 3, 4, 5

⑤ 4, 5

해설

분모의 최소공배수 6을 곱하면

$$3x - 8 \geq -2$$

$$3x \geq 6$$

$$\therefore x \geq 2$$

16. 연립부등식 $x - 5 \leq 2(x - 4) < 4x - 10$ 을 만족하는 가장 작은 자연수는?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

$$x - 5 \leq 2(x - 4), x - 5 \leq 2x - 8, 3 \leq x$$

$$2(x - 4) < 4x - 10, 2x - 8 < 4x - 10, 2 < 2x, 1 < x$$

$$\therefore x \geq 3$$

17. 다음 부등식을 동시에 만족하는 정수 x 의 개수는?

$x^2 < 3x + 40, \ 3x^2 - 7x \geq 40$

- ① 4개 ② 5개 ③ 6개 ④ 7개 ⑤ 8개

해설

$x^2 < 3x + 40, \ x^2 - 3x - 40 < 0,$
 $(x - 8)(x + 5) < 0, \ -5 < x < 8$
 $3x^2 - 7x \geq 40, \ 3x^2 - 7x - 40 \geq 0$
 $(3x + 8)(x - 5) \geq 0,$
 $x \geq 5 \text{ 또는 } x \leq -\frac{8}{3} \rightarrow$
공통범위는 $-5 < x \leq -\frac{8}{3}, \ 5 \leq x < 8$
정수는 $-4, -3, 5, 6, 7 : 5$ 개이다.

18. 연립부등식 $\begin{cases} x^2 + 3x - 4 < 0 \\ (x - a)(x + 2) > 0 \end{cases}$ 의 해가 $-2 < x < 1$ 이 될 때, 실수 a 의 최댓값은?

① 0 ② -2 ③ -4 ④ -6 ⑤ -8

해설

$x^2 + 3x - 4 < 0$ 의 해가
 $-4 < x < 1$ 이므로
연립부등식의 해가 $-2 < x < 1$ 가 되려면
 $(x - a)(x + 2) > 0$ 의 해는
 $x < a, x > -2$ 이고, $a \leq -4$ 이다.

19. 두 점 A(1,3) B(4,0) 을 잇는 선분 AB 를 2 : 1 로내분하는 점 P 와
외분하는 점 Q라 할 때 선분 PQ의 거리를 구하면?

① $\sqrt{2}$ ② $2\sqrt{2}$ ③ $3\sqrt{2}$ ④ $4\sqrt{2}$ ⑤ $5\sqrt{2}$

해설

내분점, 외분점을 구하는 공식을 이용한다.

$$P = \left(\frac{2 \times 4 + 1 \times 1}{2 + 1}, \frac{2 \times 0 + 1 \times 3}{2 + 1} \right) = (3, 1) \quad Q =$$

$$\left(\frac{2 \times 4 - 1 \times 1}{2 - 1}, \frac{2 \times 0 - 1 \times 3}{2 - 1} \right) = (7, -3)$$

$$\therefore \overline{PQ} = \sqrt{4^2 + 4^2} = 4\sqrt{2}$$

20. 원 $x^2 + y^2 + 4x - 10y + 28 = 0$ 의 중심과 점 $(4, -1)$ 을 지름의 양 끝점으로 하는 원의 방정식을 $(x - a)^2 + (y - b)^2 = r^2$ 이라고 할 때, $a + b + r^2$ 의 값은?

- ① 13
- ② 15
- ③ 17
- ④ 19
- ⑤ 21

해설

$x^2 + y^2 + 4x - 10y + 28 = 0$
 $\Rightarrow (x + 2)^2 + (y - 5)^2 = 1$
 $\therefore$ 구하는 원은 $(-2, 5)$ 와 $(4, -1)$ 을 지름의 양 끝으로 하는 원이다.
이 원은 중심이 $\left(\frac{-2+4}{2}, \frac{5-1}{2}\right) = (1, 2)$
반지름이 $\frac{1}{2}\sqrt{(4+2)^2 + (-1-5)^2} = 3\sqrt{2}$
이므로 원의 방정식은
 $(x - 1)^2 + (y - 2)^2 = (3\sqrt{2})^2 = 18$
 $\therefore a = 1, b = 2, r^2 = 18$
 $\therefore a + b + r^2 = 21$

21. 서로 다른 두 점에서 만나는 두 원 O, O'이 있다. 이 두 원의 반지름을 각각 r , r' 이라 하고 두 원의 중심 간의 거리를 d 라 할 때, 이 두 원의 성질을 옳게 나타낸 것은?
- ① $d > r + r'$
 - ② $d < |r - r'|$
 - ③ 공통외접선은 1개이다.
 - ④ 공통내접선은 2개이다.
 - ⑤ 두 원의 공통현은 1개이다.

해설

- ① $d < r + r'$
- ② $d > |r - r'|$
- ③ 공통외접선은 2개이다.
- ④ 공통내접선은 없다.

22. 두 원 $x^2 + y^2 - 2x - 2y + 1 = 0$, $x^2 + y^2 - 6x - 8y = 0$ 의 위치관계 중 옳은 것은?
- ① 서로 외부에 있다
 - ② 외접한다
 - ③ 두 점에서 만난다
 - ④ 내접한다
 - ⑤ 한 원이 다른 원의 내부에 있다

해설

$x^2 + y^2 - 2x - 2y + 1 = 0$ 을 정리하면
 $(x - 1)^2 + (y - 1)^2 = 1$
 $x^2 + y^2 - 6x - 8y = 0$ 을 정리하면
 $(x - 3)^2 + (y - 4)^2 = 5^2$
 $\sqrt{3 - 1^2 + (4 - 1)^2} < 5 - 1$
따라서 한 원이 다른 원의 내부에 있다.

23. 원 $x^2 + y^2 = 5$ 위의 점 A(1,2)에서 그은 접선의 방정식은?

① $-2x + y + 5 = 0$

② $-2x + y - 3 = 0$

③ $x - y + 5 = 0$

④ $x + 2y + 5 = 0$

⑤ $x + 2y - 5 = 0$

해설

접점이 주어졌을 때 접선의 방정식 구하는 공식

$x_1x + y_1y = r^2$ 을 이용하면,

$$1 \cdot x + 2 \cdot y = 5 \quad \therefore x + 2y - 5 = 0$$

24. 다항식 $f(x)$ 를 $x-1$ 로 나누었을 때의 나머지가 5이고, $x+2$ 로 나누었을 때의 나머지가 -4 이다. 이때, $f(x)$ 를 $(x-1)(x+2)$ 로 나누었을 때의 나머지를 $R(x)$ 라 할 때, $R(2)$ 의 값은?

① 6

② 7

③ 8

④ 9

⑤ 10

해설

$$\begin{aligned}f(x) &= (x-1)Q_1(x) + 5 \\&= (x+2)Q_2(x) - 4 \\&= (x-1)(x+2)Q_3(x) + R(x)\end{aligned}$$

$R(x) = ax + b$ 라 하면

$f(1) = 5$ 이므로

$$R(1) = a + b = 5 \cdots \textcircled{1}$$

$f(-2) = -4$ 이므로

$$R(-2) = -2a + b = -4 \cdots \textcircled{2}$$

①, ②에 의해 $a = 3$, $b = 2$ 이다.

$$\therefore R(x) = 3x + 2 \Rightarrow R(2) = 8$$

25. 두 다항식의 최대공약수가 $x - 1$ 이고, 곱이 $2x^3 + ax^2 + bx + 3$ 일 때,

$a - b$ 의 값은?(단, a, b 는 상수)

- ① -3
- ② 3
- ③ -1
- ④ 1
- ⑤ 0

해설

두 다항식은 $(x - 1)p, (x - 1)q(p, q$ 은 서로 소)라 할 수 있다.
두 다항식의 곱은 $(x - 1)^2 pq = 2x^3 + ax^2 + bx + 3$
즉, $2x^3 + ax^2 + bx + 3$ 는 $x - 1$ 로 나눌 때 연속으로 나누어 떨어진다.
조립제법을 사용하면
$$\begin{array}{r|rrrr} 1 & 2 & a & b & 3 \\ & & 2 & a+2 & a+b+2 \\ \hline 1 & 2 & a+2 & a+b+2 & a+b+5=0 \\ & & 2 & a+4 & \\ \hline & 2 & a+4 & a+b+6=0 \end{array}$$

 $a + b = -5, 2a + b = -6$ 을 연립하여 풀면
 $a = -1, b = -4$
 $\therefore a - b = 3$

해설

$(x - 1)^2(2x + k) = 2x^3 + ax^2 + bx + 3$
 $(x^2 - 2x + 1)(2x + k) = 2x^3 + ax^2 + bx + 3$
상수항을 비교하면 $k = 3$
이차항의 계수를 비교하면 $3x^2 - 4x^2 = ax^2$
 $\therefore a = -1$
일차항의 계수를 비교하면
 $-6x + 2x = bx \therefore b = -4$
 $\therefore a - b = 3$

26. 최대공약수가 $x - 1$, 최소공배수가 $x^3 - 7x + 6$ 인 두 이차다항식의 합은?

① $2x^2 + x + 3$

② $2x^2 + 3x - 1$

③ $x^2 - x - 2$

④ $2x^2 - x - 1$

⑤ $x^2 - 3x - 2$

해설

최대공약수가 $x - 1$ 이므로

두 다항식을 $A(x - 1)$, $B(x - 1)$

(A , B 는 서로소인 일차식)으로 놓으면

$$x^3 - 7x + 6 = AB(x - 1)$$

$$(x - 1)(x - 2)(x + 3) = AB(x - 1)$$

$$\therefore AB = (x - 2)(x + 3)$$

A , B 는 일차식이어야 하므로

$$\begin{cases} A = x - 2 \\ B = x + 3 \end{cases} \quad \text{또는} \quad \begin{cases} A = x + 3 \\ B = x - 2 \end{cases}$$

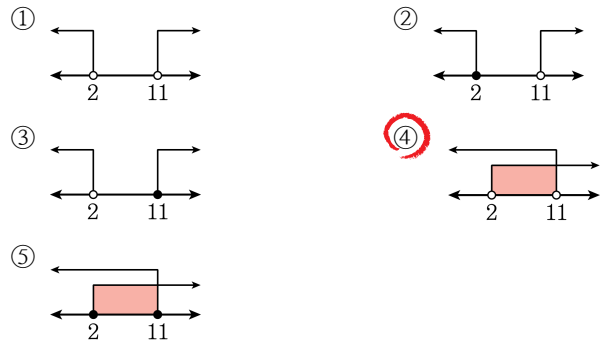
따라서 두 다항식은 $(x - 1)(x - 2)$, $(x - 1)(x + 3)$ 이다.

$\therefore$ (두 다항식의 합)

$$= (x - 1)(x - 2) + (x - 1)(x + 3) = 2x^2 - x - 1$$

27. 다음 연립부등식의 해를 수직선으로 바르게 나타낸 것은?

$$\begin{cases} 0.2x + 0.1 > 0.5 \\ \frac{x+5}{2} > x-3 \end{cases}$$



해설

$0.2x + 0.1 > 0.5$ 의 양변에 10을 곱하면
 $2x + 1 > 5$
 $x > 2$
 $\frac{x+5}{2} > x-3$ 의 양변에 2를 곱하면
 $x+5 > 2x-6$
 $x < 11$
 $\therefore 2 < x < 11$

28. 연립부등식 $\begin{cases} \frac{3}{2}x < 5 + \frac{2}{3}x \\ 0.1x - 4.4 \leq 2.8 - 0.8x \end{cases}$ 을 만족시키는 정수 중 가장 큰 수는?

- ① 3 ② 5 ③ 7 ④ 8 ⑤ 9

해설

(i) $\frac{3}{2}x < 5 + \frac{2}{3}x$ 에서 $9x < 30 + 4x$

$\therefore x < 6$

(ii) $0.1x - 4.4 \leq 2.8 - 0.8x$ 에서 $x - 44 \leq 28 - 8x$

$\therefore x \leq 8$

따라서 해는 $x < 6$ 이므로 가장 큰 정수는 5이다.

29. 세 점 A(2, 1), B(-4, 3), C(-1, -3) 을 꼭지점으로 하는 삼각형 ABC 의 외심의 좌표를 (a, b) 라고 할 때, a + b 를 구하면?

- ① -2
- ② 3
- ③ 4
- ④ -1
- ⑤ -3

해설

외심은 외접원의 중심이므로 외심을 O 라하면
 $\overline{OA} = \overline{OB} = \overline{OC}$ 이다.
 $\sqrt{(a-2)^2 + (b-1)^2} = \sqrt{(a+4)^2 + (b-3)^2}$
 $\Rightarrow 3a - b = -5 \cdots \textcircled{㉠}$
 $\sqrt{(a-2)^2 + (b-1)^2} = \sqrt{(a+1)^2 + (b+3)^2}$
 $\Rightarrow 6a + 8b = -5 \cdots \textcircled{㉡}$
 $\textcircled{㉠}, \textcircled{㉡}$ 를 연립하면,
 $a = -\frac{3}{2}, b = \frac{1}{2} \Rightarrow a + b = -1$

30. 두 원 $x^2 + y^2 - 2ax + 8a - 25 = 0$ 과 $x^2 + y^2 = 1$ 이 외접하도록 실수 a 의 값을 정하면?

- ① 0
- ② 1
- ③ 2
- ④ 3
- ⑤ 4

해설

$x^2 + y^2 - 2ax + 8a - 25 = 0$
 $(x - a)^2 + y^2 = a^2 - 8a + 25 \dots\dots\textcircled{\tiny{㉠}}$
 $x^2 + y^2 = 1 \dots\dots\textcircled{\tiny{㉡}}$
 $\textcircled{\tiny{㉠}}$ 의 중심은 $(a, 0)$, 반지름의 길이는 $\sqrt{a^2 - 8a + 25}$ 이고,
 $\textcircled{\tiny{㉡}}$ 의 중심은 $(0, 0)$, 반지름의 길이는 1이다.
 $\textcircled{\tiny{㉠}}$ 과 $\textcircled{\tiny{㉡}}$ 이 외접하므로
 $\sqrt{a^2 - 8a + 25} + 1 = \sqrt{a^2 + 0},$
 $\sqrt{a^2 - 8a + 25} = |a| - 1$
 $a^2 - 8a + 25 = a^2 - 2|a| + 1, -8a + 2|a| = -24$
i) $a \geq 0$ 일 때, $-8a + 2a = -24$
 $\therefore a = 4$
ii) $a < 0$ 일 때, $-8a - 2a = -24$
 $\therefore a = \frac{12}{5}$
이것은 $a < 0$ 임에 모순이다.
따라서 i), ii)에 의하여 $a = 4$

31. x^2 의 계수가 1인 두 이차 다항식 $f(x)$, $g(x)$ 의 합이 $2x^2 + 5x - 3$ 이고
최소공배수가 $x^3 + 2x^2 - 5x - 6$ 이다. $f(0) = 3$, $g(0) = -6$ 일 때,
 $f(2) + g(-1)$ 의 값은?

㉠ 9

㉡ 11

㉢ 13

㉣ 14

㉤ 15

해설

$$f(x) + g(x) = 2x^2 + 5x - 3$$

$$f(x) = Ga, g(x) = Gb \quad (a, b \text{는 서로소})$$

$$G(a+b) = (2x-1)(x+3)$$

$$\text{최소공배수 } Gab = (x+3)(x-2)(x+1)$$

$$f(x) = (x+3)(x+1) \quad (\Leftarrow f(0) = 3)$$

$$g(x) = (x+3)(x-2) \quad (\Leftarrow g(0) = -6)$$

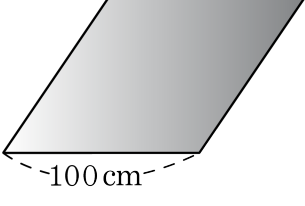
$$\therefore f(2) + g(-1) = 15 + (-6) = 9$$

- 32.** 복소수 $z = a + bi$ (단, a, b 는 실수, $i = \sqrt{-1}$)를 좌표평면 위의 점 $P(a, b)$ 에 대응시킬 때, $(2 - 3i)z$ 가 실수가 되게 하는 점 P가 그리는 도형은?
- ① 원 ② 아래로 볼록한 포물선
③ 위로 볼록한 포물선 ④ 기울기가 음인 직선
⑤ 기울기가 양인 직선

해설

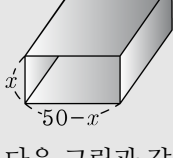
$$\begin{aligned}(2-3i)z &= (2-3i)(a+bi) \\ &= (2a+3b) + (2b-3a)i \\ \therefore 2b-3a &= 0 \quad \therefore b = \frac{3}{2}a \Rightarrow \text{기울기가 양인 직선}\end{aligned}$$

33. 다음 그림과 같은 철판을 구부려서 직사각형의 철판 S를 만들고자 한다. S의 단면적의 최댓값은?



- ① 695 cm²
- ② 710 cm²
- ③ 625 cm²
- ④ 525 cm²
- ⑤ 410 cm²

해설



다음 그림과 같이 단면적이 직사각형이 되도록 철판으로 구부리면 단면적 S는

$$S = x(50 - x) = -x^2 + 50x$$

$$= -(x - 25)^2 + 625$$

∴ x = 25일 때, S의 최댓값은 625 cm²

34. 이차방정식 $x^2 - 2ax + 4 = 0$ 의 서로 다른 두 근이 -3 과 3 사이에 있도록 하는 정수 a 의 개수는?(단, $f(x) = x^2 - 2ax + 4$ 로 두고 풀어라.)

- ① 0개 ② 1개 ③ 2개 ④ 3개 ⑤ 4개

해설

$x^2 - 2ax + 4 = 0$ 의 서로 다른 두 근이

-3 과 3 사이에 있으면

(i) $D > 0$, (ii) $f(-3) > 0$, (iii) $f(3) > 0$, (iv) 대칭축이 -3 과 3 사이에 있다.

(i) $D > 0$ 에서 $\frac{D}{4} = a^2 - 4 > 0$

$(a - 2)(a + 2) > 0$

$\therefore a < -2, a > 2$

(ii) $f(-3) > 0$ 에서

$f(-3) = 9 + 6a + 4 > 0, 6a > -13$

$\therefore a > -\frac{13}{6}$

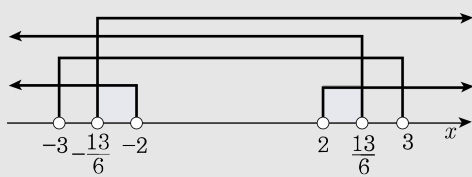
(iii) $f(3) > 0$ 에서

$f(3) = 9 - 6a + 4 > 0, 13 > 6a, \therefore \frac{13}{6} > a$

(iv) 대칭축의 방정식 $x = -\frac{(-2a)}{2} = a$ 에서

$-3 < a < 3$

(i), (ii), (iii), (iv)에서 a 값의 범위를 수직선으로 나타내면 다음 그림과 같다.



$\therefore -\frac{13}{6} < a < -2, 2 < a < \frac{13}{6}$ 이고 이 범위에 있는 정수는 없다.

35. $|p| < 2$ 를 만족하는 모든 실수 p 에 대하여 부등식 $x^2 + px + 1 > 2x + p$ 가 성립하도록 하는 x 의 값의 범위는?

- ① $x \leq -3, x = -1, x \geq 1$
- ② $x \leq -1, x = 1, x \geq 3$
- ③ $x \leq -3, x \geq 1$
- ④ $x \leq -1, x \geq 3$
- ⑤ $-3 \leq x \leq -1$

해설

$x^2 + px + 1 > 2x + p, (x - 1)p + x^2 - 2x + 1 > 0$
 $f(p) = (x - 1)p + x^2 - 2x + 1$ 이라 하면, $f(p) > 0$ 이다.
 $-2 < p < 2$ 에서 $f(p) > 0$ 이기 위한 조건은 $f(-2) \geq 0$ 이고 $f(2) \geq 0$ 이어야 한다.
 $f(-2) \geq 0$ 에서 $x^2 - 4x + 3 \geq 0$
 $\therefore (x - 1)(x - 3) \geq 0$
 $\therefore x \leq 1, x \geq 3 \cdots \cdots \textcircled{\text{㉠}}$
 $f(2) \geq 0$ 에서 $x^2 - 1 \geq 0$
 $\therefore (x + 1)(x - 1) \geq 0$
 $\therefore x \leq -1, x \geq 1 \cdots \cdots \textcircled{\text{㉡}}$
 $\textcircled{\text{㉠}}, \textcircled{\text{㉡}}$ 에서 $\therefore x \leq -1, x = 1, x \geq 3$
그런데 $x = 1$ 일 때 $f(p) = 0 \cdot p + 1^2 - 2 \cdot 1 + 1 = 0$ 이므로
주어진 조건을 만족하지 않는다.
따라서 구하는 x 값의 범위는 $x \leq -1, x \geq 3$