

1. 두 방정식 $x^2 + 5y^2 = z^2 + 9$, $2x^2 - y^2 - z^2 = 10$ 을 동시에 만족하는 서로 다른 정수 x, y, z 의 순서쌍 (x, y, z) 의 개수를 구하여라.

▶ 답: 개

▷ 정답: 8 개

해설

$$x^2 + 5y^2 - z^2 = 9 \dots \textcircled{1}$$

$$2x^2 - y^2 - z^2 = 10 \dots \textcircled{2}$$

$$\textcircled{1} - \textcircled{2} \text{ 하면 } x^2 - 6y^2 = 1$$

이때 x, y 는 정수이므로

$$x^2 = 25, y^2 = 4 \text{ 이고 이를 } \textcircled{1} \text{ 에 대입하면}$$

$$z^2 = 36$$

따라서 $x = 5$ 또는 -5 , $y = 2$ 또는 -2 , $z = 6$ 또는 -6 이 된다.

따라서 구하는 순서쌍은 $(5, 2, 6), (5, 2, -6), \dots, (-5, -2, -6)$ 으로 8개 이다.

2. 영지와 아란이는 가위, 바위, 보를 하여 이긴 사람은 3 계단씩 올라가고, 진 사람은 2 계단씩 내려가는 게임을 한다. 게임을 시작하여 한참 후에 게임을 시작한 지점에서 영지는 처음위치 그대로이고, 아란이는 15개의 계단을 올라가 있었다. 영지가 이긴 횟수를 구하여라.(단, 비기는 경우는 없다.)



답 :

회



정답 : 6 회

해설

영지가 이긴 횟수를 x , 진 횟수를 y 라 하면, 아란이가 이긴 횟수는 y , 진 횟수는 x 이다.

$$\begin{cases} 3x - 2y = 0 \\ 3y - 2x = 15 \end{cases}$$

연립해서 풀면 $x = 6, y = 9$ 이다.

3. 배를 타고 강을 30 km 거슬러 올라가는 데 3 시간, 내려오는 데 1 시간 30 분이 걸렸다고 한다. 이때 배의 속력을 x , 강물의 속력을 y 라고 할 때, 다음 중 x, y 를 구하기 위한 연립방정식으로 옳은 것은? (정답 2 개)

①
$$\begin{cases} \frac{30}{x-y} = 3 \\ \frac{30}{x+y} = 1.5 \end{cases}$$

③
$$\begin{cases} 3(x+y) = 30 \\ 1.5(x+y) = 30 \end{cases}$$

⑤
$$\begin{cases} 3(x-y) = 30 \\ 1.5(x+y) = 30 \end{cases}$$

②
$$\begin{cases} \frac{30}{x+y} = 3 \\ \frac{30}{x-y} = 1.5 \end{cases}$$

④
$$\begin{cases} 3(x+y) = 30 \\ 1.5(x-y) = 30 \end{cases}$$

해설

배의 속력을 x , 강물의 속력을 y 라고 하면 거슬러 올라갈 때의 속력은 $x-y$,

내려올 때의 속력은 $x+y$ 이므로

$$\frac{30}{x-y} = 3 \rightarrow 3(x-y) = 30$$

$$\frac{30}{x+y} = 1.5 \rightarrow 1.5(x+y) = 30$$

4. 연립방정식
$$\begin{cases} \frac{4}{x} - \frac{3}{y} = 1 \\ \frac{x}{8} + \frac{y}{9} = 7 \end{cases}$$
 의 해를 구하여라

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $x = 2$

▷ 정답 : $y = 3$

해설

$\frac{1}{x} = X, \frac{1}{y} = Y$ 라 하면

주어진 식은
$$\begin{cases} 4X - 3Y = 1 \cdots \textcircled{A} \\ 8X + 9Y = 7 \cdots \textcircled{B} \end{cases}$$
 이므로

$\textcircled{A} \times 3 + \textcircled{B}$ 하면 $X = \frac{1}{2}, Y = \frac{1}{3}$

$\therefore x = 2, y = 3$

5. 다음 보기 중에서 두 일차방정식을 한 쌍으로 하는 연립방정식을 만들었을 때, 해가 무수히 많은 것은?

보기

㉠ $2x + 4y = 6$

㉡ $4x + 8y = 10$

㉢ $3x + 2y = 7$

㉣ $x + 2y = 3$

① ㉠, ㉡

② ㉠, ㉢

③ ㉢, ㉣

④ ㉠, ㉣

⑤ ㉡, ㉣

해설

㉣식에 $\times 2$ 를 해 주면 ㉠식과 완전히 일치하게 되므로 ㉠과 ㉣을 한 쌍으로 하는 연립방정식은 해가 무수히 많다.

6. 두 개의 미지수 x, y 를 갖는 연립방정식 $\begin{cases} 3x - 2y = 7 \\ -6x + 4y = k \end{cases}$ 에 대하여
다음 중 옳은 것을 모두 고르면?(정답 2개)

- ① $k = -14$ 일 때, 무수히 많은 해를 가진다.
② $k = -14$ 일 때, 해는 없다.
③ $k = -7$ 일 때, 무수히 많은 해를 가진다.
④ $k = -7$ 일 때, 해는 없다.
⑤ k 의 값에 관계없이 $x = 0, y = 0$ 을 해로 갖는다.

해설

$k = -14$ 이면 두 식은 일치하므로 해가 무수히 많다.

7. 미지수가 2 개인 일차방정식 $\frac{3x + 2y - 1}{4} = \frac{2x + y + 2}{3}$ 의 한 해가 $(5, k)$ 일 때, k 의 값은?

① 3

② 5

③ 7

④ 9

⑤ 11

해설

식의 양변에 12 를 곱하면

$$3(3x + 2y - 1) = 4(2x + y + 2), \quad x + 2y = 11$$

$(5, k)$ 를 대입하면

$$5 + 2k = 11, \quad \therefore k = 3$$

8. 댐으로부터 물을 받아 주변의 논에 물을 대는 작은 저수지가 있다. 이 저수지에는 현재 A 톤의 물이 들어있고 매일 댐으로부터 받는 물의 양은 2 톤이다. 이 저수지에서 주변 20 군데의 논에 하루에 0.2 톤 씩 물을 공급하면 5 일 만에 저수지의 물이 모두 공급된다. 댐으로부터 받는 물의 양을 100% 늘리고 논으로 공급하는 물의 양을 25% 줄이면 5 일 동안 몇 군데의 논에 물을 공급할 수 있는지 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 40

해설

20 군데의 논에 5 일 동안 물의 공급이 가능하므로

$$A + 5 \times 2 = 20 \times 0.2 \times 5 \quad \therefore A = 10$$

댐으로부터 공급받는 물의 양을 늘렸을 경우에는 공급받는 물의 양이 100% 증가해서 4 톤 이 되고 한군데의 논에 하루 동안 공급해주는 물의 양은 0.15 톤 이 된다.

$$10 + 5 \times 4 = x \times 0.15 \times 5 \quad \therefore x = 40$$

따라서 40 군데의 논에 물을 공급할 수 있다.

9. 거리가 18km 떨어진 두 지점 A,B 사이를 A에서 P까지는 시속 3km, P에서 B까지는 시속 4km로 걸어서 5시간이 걸렸다. P에서 B까지의 거리를 구하여라. (단, P는 A와 B 사이의 지점이다.)

▶ 답 : km

▷ 정답 : 12km

해설

A,P 사이의 거리를 x 라하고 P,B 사이의 거리를 y 라고 하면 다음 식이 성립한다.

$$\begin{cases} x + y = 18 \\ \frac{x}{3} + \frac{y}{4} = 5 \end{cases} \quad \text{에서}$$
$$\begin{cases} x + y = 18 \\ 4x + 3y = 60 \end{cases} \quad \text{이다.}$$

이것을 풀면 $x = 6, y = 12$ 이다.

10. 농도 6%의 소금물과 9%의 소금물을 섞어 8%의 소금물 600g을 만들려고 할 때, 6%의 소금물과 9%의 소금물을 각각 몇 g씩 넣어야 하는가?

① 6%의 소금물 : 320 g, 9%의 소금물 : 280 g

② 6%의 소금물 : 280 g, 9%의 소금물 : 320 g

③ 6%의 소금물 : 240 g, 9%의 소금물 : 360 g

④ 6%의 소금물 : 200 g, 9%의 소금물 : 400 g

⑤ 6%의 소금물 : 160 g, 9%의 소금물 : 440 g

해설

6% 소금물의 양을 x , 9% 소금물의 양을 y 라 하면

$$\begin{cases} x + y = 600 \\ \frac{6}{100} \times x + \frac{9}{100} \times y = \frac{8}{100} \times 600 \end{cases}$$

$$\therefore x = 200, y = 400$$