

1. 다음 그림에서 $\overline{PT}$ 는 원의 접선이고, $\angle APT = \angle ABT$ 라고 할 때, $\overline{PT}$ 의 길이는 얼마인가?

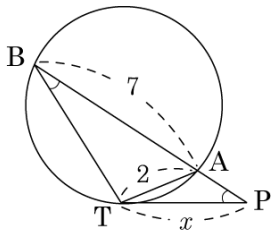
① $\sqrt{2}$

② $2\sqrt{2}$

③ $3\sqrt{2}$

④ $4\sqrt{2}$

⑤ $5\sqrt{2}$



해설

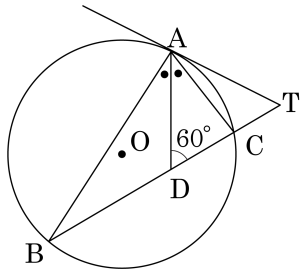
$\angle PTA = \angle ABT$ 이므로 $\triangle PAT$ 는 이등변삼각형이다.

$$\overline{PA} = \overline{AT} = 2, \quad x^2 = 2 \times 9$$

$$x^2 = 18$$

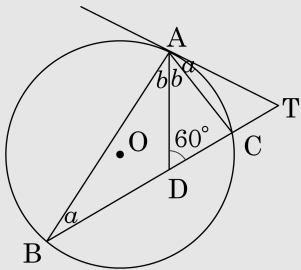
$$\therefore x = 3\sqrt{2} (\because x > 0)$$

2. 다음 그림에서 $\overline{AD}$ 는 $\angle BAC$ 의 이등분선이고, 선분 BC 의 연장선과 점 A 를 접점으로 하는 접선과의 교점을 T 라 한다. $\angle TDA = 60^\circ$ 일 때, $\angle TAD$ 의 크기는?



- ① 30° ② 40° ③ 50°
 ④ 60° ⑤ 70°

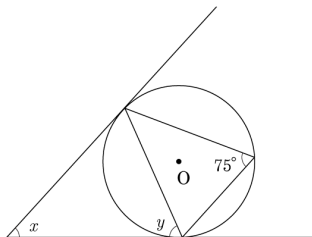
해설



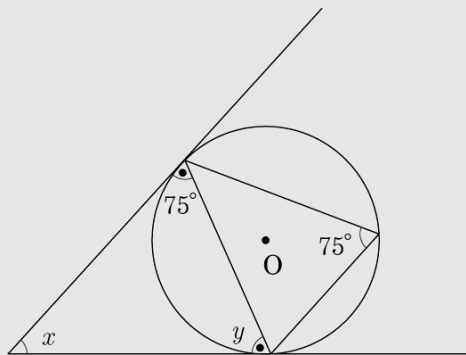
$$\begin{aligned}\angle TAC &= \angle ABC = a \\ \angle CAD &= \angle BAD = b \\ \triangle ABD \text{에서 } a + b &= 60^\circ \\ \therefore \angle TAD &= a + b = 60^\circ\end{aligned}$$

3. 다음 그림에서 $\angle x + \angle y$ 의 크기는?

- ① 105° ② 110° ③ 120°
 ④ 125° ⑤ 135°



해설



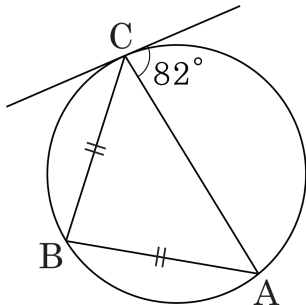
접선과 현이 이루는 각의 크기는 그 각의 내부에 있는 호에 대한
 원주각의 크기와 같으므로 $\angle y = 75^\circ$

두 접선의 길이가 같으므로

$$\angle x = 180^\circ - 75^\circ \times 2 = 30^\circ$$

따라서 $\angle x + \angle y = 105^\circ$ 이다.

4. 다음 그림에서 현 AC 와 점 C 를 지나는 접선이 이루는 각의 크기가 82° 이고 $\overline{AB} = \overline{BC}$ 일 때, $\angle BCA$ 의 크기로 옳은 것은?



- ① 49° ② 50° ③ 52° ④ 53° ⑤ 55°

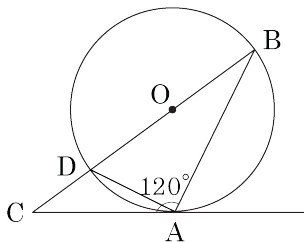
해설

$$\angle ABC = 82^\circ$$

$\triangle ABC$ 는 이등변삼각형이므로 두 밑각의 크기가 같다.

$$\therefore \angle BCA = (180^\circ - 82^\circ) \div 2 = 49^\circ$$

5. 다음 그림에서 점 O는 원의 중심, 직선 AC는 원의 접선이다. $\angle BAC = 120^\circ$ 일 때, $\overline{CD} : \overline{DB}$ 를 간단한 비로 바르게 나타낸 것은?



- ① 3 : 2 ② 1 : 2 ③ 4 : 5
④ 6 : 4 ⑤ 3 : 8

해설

$\angle BAD = 90^\circ$ 이므로 $\angle DAC = 30^\circ$

$\therefore \angle ABD = 30^\circ, \angle ADB = 60^\circ$

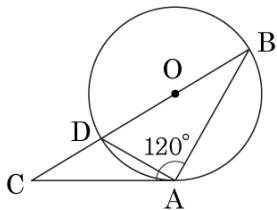
$\angle ADB = \angle DAC + \angle ACD$ 에서

$$60^\circ = 30^\circ + \angle ACD$$

$$\therefore \angle ACD = 30^\circ, \overline{DC} = \overline{DA}$$

$$\therefore \overline{CD} : \overline{DB} = \overline{DA} : \overline{DB} = 1 : 2$$

6. 다음 그림에서 점 O는 원의 중심 직선 AC는 원의 접선이다. $\angle BAC = 120^\circ$ 일 때, $\overline{CD} : \overline{DB}$ 를 간단한 비로 바르게 나타낸 것은?



① 3 : 2

② 1 : 2

③ 4 : 5

④ 3 : 4

⑤ 3 : 8

해설

$$\angle BAD = 90^\circ \text{ 이므로 } \angle DAC = 30^\circ$$

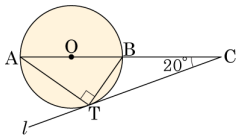
$$\therefore \angle ABD = 30^\circ, \angle ADB = 60^\circ$$

$$\angle ADB = \angle DAC + \angle ACD \text{ 에서 } 60^\circ = 30^\circ + \angle ACD$$

$$\therefore \angle ACD = 30^\circ, \overline{DC} = \overline{DA}$$

$$\therefore \overline{CD} : \overline{DB} = \overline{DA} : \overline{DB} = 1 : 2$$

7. 다음 그림에서 원 O의 지름 AB의 연장선이 접선 l 과 이루는 각의 크기가 20° 일 때, $\angle ABT$ 의 크기는?



① 52.5°

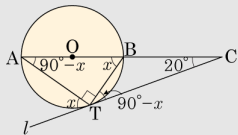
② 55°

③ 57.5°

④ 60°

⑤ 62.5°

해설



그림에서

$$90^\circ - x + 20^\circ = x$$

$$2x = 110^\circ$$

$$\therefore x = 55^\circ$$

8. 다음 그림을 보고 옳지 않은 것을 고르면?

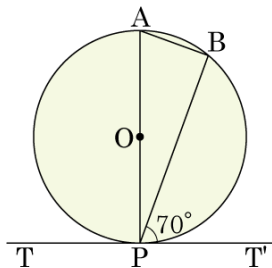
① $\angle ABP$ 는 직각이다.

② $\overline{AP} \perp \overleftrightarrow{TT'}$

③ $\overline{AP} = \overline{AB} + \overline{BP}$

④ 점 O와 B를 이르면
 $\overline{OB} = \overline{OA} = \overline{OP}$ 이다.

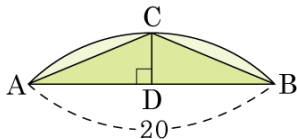
⑤ $\angle A = 70^\circ$



해설

$\triangle ABP$ 는 $\angle B = 90^\circ$ 인 직각삼각형이므로
 피타고라스 정리를 이용하면
 $\overline{AP}^2 = \overline{AB}^2 + \overline{BP}^2$ 이다.

9. 다음 그림에서 $5.0\text{pt}\widehat{AB}$ 는 반지름의 길이가 26 인 원의 일부분이다. $\overline{AB} = 20$ 일 때, $\triangle ABC$ 의 넓이는?



① 10

② $20\sqrt{2}$

③ 20

④ 25

⑤ $24\sqrt{5}$

해설

원의 중심 O와 점 C, 점 D를 연결한다.

$$\triangle AOD \text{ 에서 } \overline{OD} = \sqrt{\overline{AO}^2 - \overline{AD}^2} = \sqrt{26^2 - 10^2} = 24$$

$$\therefore \overline{CD} = \overline{OC} - \overline{OD} = 26 - 24 = 2$$

따라서 넓이는 $\frac{1}{2} \times 20 \times 2 = 20$ 이다.

10. 원의 중심에서 3cm 떨어져 있는 현의 길이가 8cm 일 때, 이 원의 넓이는?

① $25\pi \text{ cm}^2$

② $28\pi \text{ cm}^2$

③ $32\pi \text{ cm}^2$

④ $36\pi \text{ cm}^2$

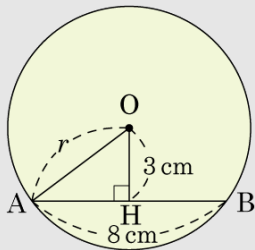
⑤ $38\pi \text{ cm}^2$

해설

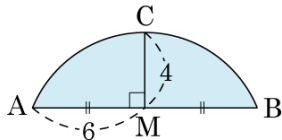
그림에서 $\overline{AH} = 4(\text{cm})$ 이므로 $r =$

$$\sqrt{3^2 + 4^2} = 5(\text{cm})$$

따라서, 원 O 의 넓이는 $\pi \times 5^2 = 25\pi(\text{cm}^2)$



11. 다음 그림에서 원의 반지름의 길이는?



① 5

② $\frac{11}{2}$

③ 6

④ $\frac{13}{2}$

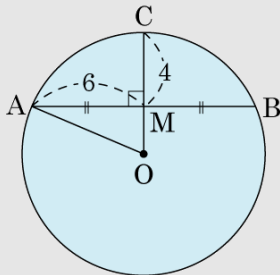
⑤ 7

해설

반지름을 x 라 하면

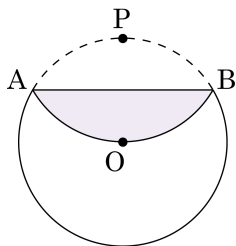
$$\overline{OM} = x - 4, x^2 = (x - 4)^2 + 6^2 \quad \therefore$$

$$x = \frac{13}{2}$$

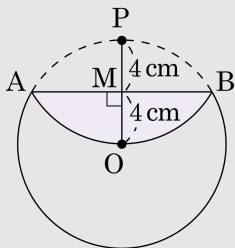


12. 다음 그림과 같이 반지름의 길이가 8cm 인 원 위의 점 P 를 중심 O 에 닿도록 접었을 때 생기는 현 AB 의 길이는?

- ① $5\sqrt{3}$ cm ② $6\sqrt{3}$ cm
 ③ $7\sqrt{3}$ cm ④ $8\sqrt{3}$ cm
 ⑤ $9\sqrt{3}$ cm



해설



$\overline{OP}$ 와 $\overline{AB}$ 가 만나는 점을 M 이라 하면 $\overline{AB} \perp \overline{OM}$, $\overline{OM} = \overline{PM} = 4(\text{cm})$ 이다.

$$\overline{AM} = \overline{BM}$$

$$= \sqrt{\overline{OA}^2 - \overline{OM}^2}$$

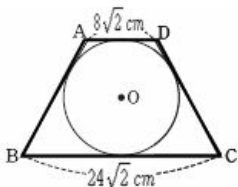
$$= \sqrt{8^2 - 4^2}$$

$$= \sqrt{64 - 16}$$

$$= \sqrt{48} = 4\sqrt{3}(\text{cm}) \text{ 이다.}$$

따라서 $\overline{AB} = 2\overline{AM} = 8\sqrt{3}(\text{cm})$ 이다.

13. 다음 그림과 같이 원 O에 외접하는 등변사다리꼴 ABCD가 있다.
 $\overline{AD} = 8\sqrt{2}\text{cm}$, $\overline{BC} = 24\sqrt{2}\text{cm}$ 일 때, 내접원 O의 넓이는?



- ① $69\pi\text{cm}^2$ ② $69\sqrt{2}\pi\text{cm}^2$ ③ $96\pi\text{cm}^2$
 ④ $96\sqrt{2}\pi\text{cm}^2$ ⑤ $8\sqrt{6}\pi\text{cm}^2$

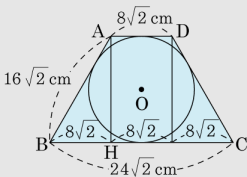
해설

$$\overline{AD} + \overline{BC} = \overline{AB} + \overline{CD} = 2\overline{AB} \therefore \overline{AB} = 16\sqrt{2}(\text{cm})$$

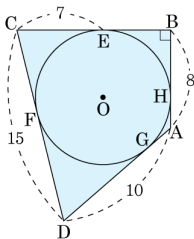
$$\overline{AH} = \sqrt{(16\sqrt{2})^2 - (8\sqrt{2})^2} = 8\sqrt{6}(\text{cm})$$

$\therefore$ 원의반지름은 $4\sqrt{6}(\text{cm})$

$$(\text{원의 넓이}) = \pi \times (4\sqrt{6})^2 = 96\pi(\text{cm}^2)$$



14. 다음 그림과 같이 사각형 ABCD는 원 O의 외접사각형이고 점 E, F, G, H는 접점이다. 이 때, $\angle B = 90^\circ$ 이고 $\overline{AB} = 8$, $\overline{CD} = 15$, $\overline{AD} = 10$ 일 때, 원 O의 반지름은?



① 2

② 3

③ 4

④ 5

⑤ 6

해설

외접사각형의 성질에 의해 $15 + 8 = 10 + \overline{BC} \therefore \overline{BC} = 13$

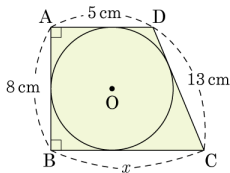
따라서 $\overline{BE} = 6$ 이다.

이 때, 원의 중심에서 두 접점 E, H에 선을 그으면 원의 반지름과 접선은 수직으로 만나므로

사각형 BEOH는 정사각형이 된다.

그러므로 원의 반지름은 6 이다.

15. 다음 그림에서 □ABCD 는 원 O 의 외접사각형일 때, x 의 길이는?



① 12cm

② 13cm

③ 14cm

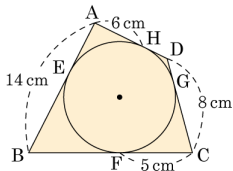
④ 15cm

⑤ 16cm

해설

$$\overline{AD} + \overline{BC} = \overline{AB} + \overline{CD} \text{ 이므로 } 5 + x = 13 + 8 \therefore x = 16 \text{ (cm)}$$

16. 다음 그림에서 $\square ABCD$ 는 원 O 에 외접하고, 점 E, F, G, H 는 각각 원 O 의 접점이다. 이때, $\overline{BC} - \overline{AD}$ 의 값은?



① 2cm

② 3cm

③ 4cm

④ 5cm

⑤ 6cm

해설

$$\overline{AH} = \overline{AE} = 6(\text{cm}),$$

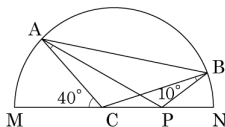
$$\overline{BE} = \overline{BF} = 14 - 6 = 8(\text{cm}),$$

$$\overline{CF} = \overline{CG} = 5(\text{cm}),$$

$$\overline{DG} = \overline{DH} = 8 - 5 = 3(\text{cm})$$

$$\therefore \overline{BC} - \overline{AD} = 13 - 9 = 4(\text{cm})$$

17. A, B 는 지름이 $\overline{MN}$, 중심이 C 인 반원 위의 점이고, P 는 반지름 $\overline{CN}$ 위의 점이다. $\square ACPB$ 가 반원에 내접할 때, $\angle CAP = \angle CBP = 10^\circ$, $\angle APC = 30^\circ$ 일 때, $\angle BCN$ 는?



① 10°

② 15°

③ 20°

④ 25°

⑤ 30°

해설

네 점 A, C, P, B 는 한 원 O 위에 있고,

$$\angle APC = 30^\circ,$$

$$\angle AOC = 2\angle APC = 60^\circ \text{ (원주각과 중심각),}$$

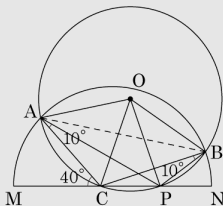
$$\angle COP = 2\angle CAP = 20^\circ \text{ (원주각과 중심각)}$$

$\overline{CA} = \overline{CB}$ (반지름) 이므로 현의 길이가 같으면 중심각의 크기도 같고,

$$\therefore \angle AOC = \angle COB = 60^\circ,$$

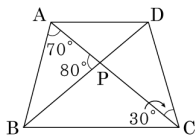
$$\therefore \angle BOP = 60 - 20 = 40^\circ$$

$$\therefore \angle BCN = \angle BCP = \frac{1}{2}\angle BOP = \frac{1}{2} \times 40^\circ = 20^\circ$$

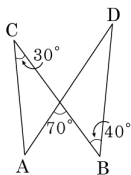


18. 다음에서 네 점 A, B, C, D 가 한 원 위에 있지 않은 것을 모두 고르면?

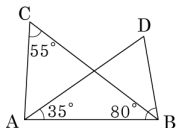
①



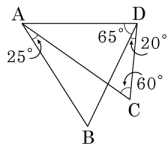
②



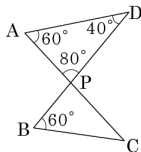
③



④



⑤

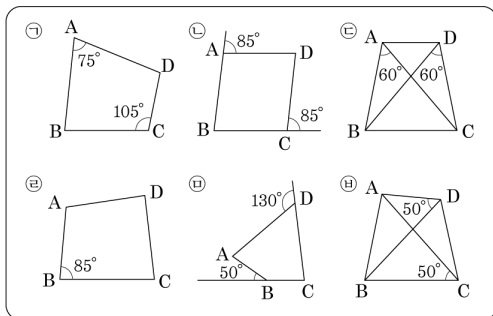


해설

③ $\angle ACB \neq \angle ADB$

④ $\angle ACD \neq \angle ABD$

19. 다음 중 원에 내접하는 사각형을 모두 고른 것은?



① ㉠, ㉡

② ㉠, ㉢

③ ㉠, ㉡, ㉣, ㉤

④ ㉠, ㉢, ㉣, ㉤

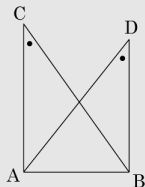
⑤ ㉢, ㉣, ㉤

해설

한 쌍의 대각의 합이 180°

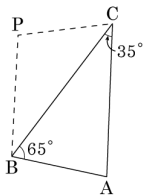
따라서, ㉠, ㉢은 원에 내접한다.

또, 다음의 경우 네 점이 한 원 위에 있게 된다.



따라서 ㉢, ㉤가 원에 내접한다.

20. 다음에서 삼각형 ABC 의 밖에 한 점 P 를 잡아 원에 내접하는 사각형 ABPC 를 만들려고 할 때, $\angle BPC$ 의 크기로 바른 것은?



- ① 100° ② 101° ③ 102° ④ 103° ⑤ 104°

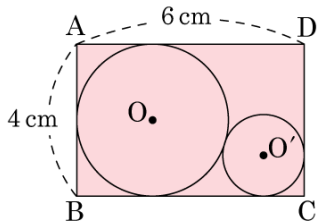
해설

$$\angle A = 180^\circ - 65^\circ - 35^\circ = 80^\circ$$

$$\square ABPC \text{ 에서 } \angle A + \angle BPC = 180^\circ$$

$$\therefore \angle BPC = 180^\circ - 80^\circ = 100^\circ$$

21. 가로 세로 길이가 6cm, 4cm 인 직사각형에서 가능한 한 큰 원을 그려내고, 남은 부분에서 또 가능한 한 큰 원을 그려낼 때 두 번째 원의 반지름의 길이는?



① $(6 - 4\sqrt{3})\text{cm}$

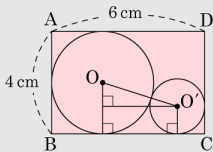
② $(4 - 4\sqrt{3})\text{cm}$

③ $(8 - 4\sqrt{3})\text{cm}$

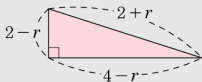
④ $(6 - \sqrt{3})\text{cm}$

⑤ $(8 - \sqrt{3})\text{cm}$

해설



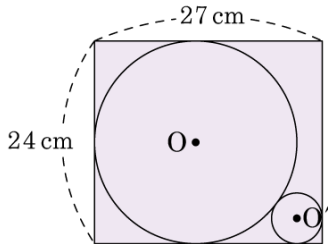
작은 원의 반지름을 $r\text{ cm}$ 라고 하면 큰 원의 반지름은 2 cm 이므로



$$(2 - r)^2 + (4 - r)^2 = (2 + r)^2$$

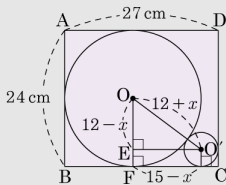
$$\therefore r = 8 - 4\sqrt{3} (\because 0 < r < 2)$$

22. 다음 그림과 같이 가로와 세로의 길이가 27 cm, 세로의 길이가 24 cm 인 직사각형에 서로 접하는 두 원이 있다. 이때 작은 원의 반지름은?



- ① 3 cm ② 4 cm ③ 5 cm ④ 6 cm ⑤ 7 cm

해설



큰 원의 반지름은 12 cm

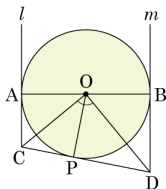
작은 원의 반지름을 x cm 라 하면

$\overline{OO'} = 12 + x$, $\overline{OE} = 12 - x$, $\overline{O'E} = \overline{CF} - x = 15 - x$ 이므로

$$(12 + x)^2 = (12 - x)^2 + (15 - x)^2$$

$$x = 3$$

23. 다음 그림과 같이 원 O 의 지름 AB 의 양 끝점에서 그은 접선과 원 O 위의 점 P 에서 그은 접선이 만나는 점을 각각 C, D 라고 할 때, 옳지 않은 것은?



① $\triangle AOC \equiv \triangle POC$

② $\angle AOC = \angle POC$

③ $\triangle BOD \equiv \triangle POD$

④ $\angle BOD = \angle POD$

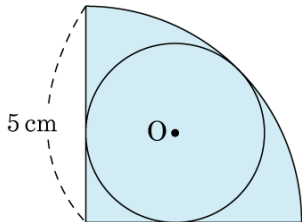
⑤ $\angle COP = \angle DOP$

해설

$\triangle AOC \equiv \triangle POC$ 이므로 $\angle AOC = \angle POC$

$\triangle BOD \equiv \triangle POD$ 이므로 $\angle BOD = \angle POD$

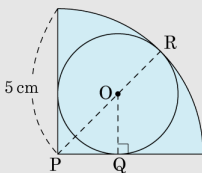
24. 다음 그림과 같이 반지름의 길이가 5cm 인 사분원에 내접하는 원 O가 있다. 원 O의 반지름의 길이는?



- ① $(5\sqrt{2} - 5)\text{cm}$ ② $(4\sqrt{2} - 5)\text{cm}$ ③ $(3\sqrt{2} - 5)\text{cm}$
 ④ $(2\sqrt{2} - 5)\text{cm}$ ⑤ $(\sqrt{2} - 5)\text{cm}$

해설

원 O의 반지름을 $x\text{cm}$ 라 한다.
 그림과 같이 보조선을 그으면



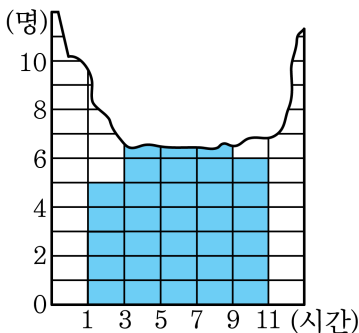
$$\overline{PR} = \overline{PO} + \overline{OR}$$

$$\sqrt{2}x + x = 5$$

$$(\sqrt{2} + 1)x = 5$$

$$x = 5(\sqrt{2} - 1)$$

25. 다음은 영웅이네 반 학생 40 명의 일주일 동안의 운동 시간을 조사하여 나타낸 히스토그램인데 일부가 찢어졌다. 이때, 3 시간 이상 5 시간 미만인 학생이 전체의 25 % 이고, 7 시간 미만인 학생은 모두 26 명이다. 이 반 학생 40 명의 평균 운동시간은 ?



- ① 2 시간 ② 4 시간 ③ 6 시간
④ 8 시간 ⑤ 10 시간

해설

3 시간 이상 5 시간 미만인 학생이 전체의 25 % 이므로 $40 \times \frac{25}{100} =$

10(명)

7 시간 미만인 학생은 26 명이므로 $5 + 10 + x = 26$, $x = 11$

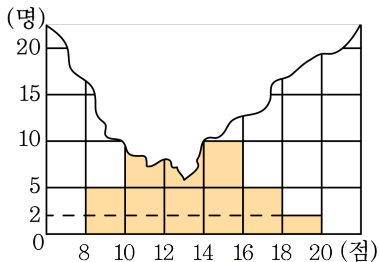
7 시간 이상 9 시간 미만의 도수는 $40 - (5 + 10 + 11 + 6) = 8$ (명)

∴ (평균)

$$= \frac{2 \times 5 + 4 \times 10 + 6 \times 11 + 8 \times 8 + 10 \times 6}{40}$$

$$= \frac{240}{40} = 6(\text{시간})$$

26. 다음 히스토그램은 어느 반 학생 40 명의 미술 실기 점수를 나타낸 것인데, 일부가 찢어져 보이지 않는다. 미술 실기 점수가 10 점 이상 12 점 미만인 학생이 전체의 25 % 일 때, 전체 학생의 평균은?



- ① 13 점 ② 13.1 점 ③ 13.2 점
 ④ 13.3 점 ⑤ 13.4 점

해설

$$10 \text{ 점 이상 } 12 \text{ 점 미만} : 40 \times \frac{25}{100} = 10(\text{명})$$

$$12 \text{ 점 이상 } 14 \text{ 점 미만} : 40 - (5 + 10 + 10 + 5 + 2) = 8(\text{명})$$

$$\frac{9 \times 5 + 11 \times 10 + 13 \times 8 + 15 \times 10}{40}$$

$$+ \frac{17 \times 5 + 19 \times 2}{40} = \frac{532}{40} = 13.3(\text{점})$$

27. 자연수 a, b, c 에 대하여 가로, 세로, 높이가 각각 $\sqrt{a}, \sqrt{b}, \sqrt{c}$ 인 직육면체의 부피가 $6\sqrt{5}$ 일 때, 이 직육면체의 겉넓이의 최댓값을 구하여라. (단, $a \leq b \leq c$)

① $1 + 2\sqrt{5}$

② $2 + \sqrt{3}$

③ $2 + 12\sqrt{3}$

④ $2 + 21\sqrt{5}$

⑤ $2 + 24\sqrt{5}$

해설

부피는 $\sqrt{abc} = 6\sqrt{5} = \sqrt{180}$

$$\therefore abc = 180 = 2^2 \times 3^2 \times 5$$

한편 직육면체의 겉넓이는

$2(\sqrt{ab} + \sqrt{bc} + \sqrt{ca})$ 이고

$\sqrt{ab} + \sqrt{bc} + \sqrt{ca}$ 가 최댓값을 갖기 위한 자연수 a, b, c 의 순서쌍은 $(1, 1, 180)$ 이므로

$$\begin{aligned} \therefore (\text{직육면체의 겉넓이}) &= 2(\sqrt{ab} + \sqrt{bc} + \sqrt{ca}) \\ &= 2(1 + \sqrt{180} + \sqrt{180}) \\ &= 2(1 + 6\sqrt{5} + 6\sqrt{5}) \\ &= 2(1 + 12\sqrt{5}) \\ &= 2 + 24\sqrt{5} \end{aligned}$$

28. 세 수 a, b, c 의 평균이 2, 분산이 4 일 때, 변량 $a+3, b+3, c+3$ 의 평균과 분산을 차례대로 나열한 것은?

① 2, 5

② 3, 5

③ 4, 4

④ 5, 4

⑤ 6, 5

해설

세 수 a, b, c 의 평균이 2 이므로

$$\frac{a+b+c}{3} = 2$$

$$\therefore a+b+c = 6 \dots\dots \textcircled{7}$$

또한, a, b, c 의 분산이 4 이므로

$$\frac{(a-2)^2 + (b-2)^2 + (c-2)^2}{3} = 4$$

$$(a-2)^2 + (b-2)^2 + (c-2)^2 = 12$$

$$a^2 - 4a + 4 + b^2 - 4b + 4 + c^2 - 4c + 4 = 12$$

$$a^2 + b^2 + c^2 - 4(a+b+c) + 12 = 12$$

위의 식에 $\textcircled{7}$ 을 대입하면

$$a^2 + b^2 + c^2 - 4 \times 6 + 12 = 12$$

$$\therefore a^2 + b^2 + c^2 = 24$$

한편, $a+3, b+3, c+3$ 의 평균은

$$\frac{(a+3) + (b+3) + (c+3)}{3} = \frac{(a+b+c) + 9}{3}$$

$$= \frac{6+9}{3} = 5$$

따라서 분산은

$$\frac{(a+3-5)^2 + (b+3-5)^2 + (c+3-5)^2}{3}$$

$$= \frac{(a-2)^2 + (b-2)^2 + (c-2)^2}{3}$$

$$= \frac{a^2 + b^2 + c^2 - 4(a+b+c) + 4 \times 3}{3}$$

$$= \frac{24 - 4 \times 6 + 12}{3} = \frac{12}{3} = 4$$

29. 3개의 변량 x, y, z 의 변량 x, y, z 의 평균이 8, 표준편차가 5일 때, 변량 $2x, 2y, 2z$ 의 평균이 m , 표준편차가 n 이라 한다. 이 때, $m+n$ 의 값은?

① 22

② 24

③ 26

④ 28

⑤ 30

해설

x, y, z 의 평균과 표준편차가 8, 5이므로

$$\frac{x+y+z}{3} = 8$$

$$\frac{(x-8)^2 + (y-8)^2 + (z-8)^2}{3} = 5^2 = 25$$

이 때, $2x, 2y, 2z$ 의 평균은

$$m = \frac{2x+2y+2z}{3} = \frac{2(x+y+z)}{3} = 2 \cdot 8 = 16$$

분산은

$$\begin{aligned} m^2 &= \frac{(2x-16)^2 + (2y-16)^2 + (2z-16)^2}{3} \\ &= \frac{4\{(x-8)^2 + (y-8)^2 + (z-8)^2\}}{3} \\ &= 4 \cdot 25 = 100 \end{aligned}$$

$$n = \sqrt{100} = 10$$

$$\therefore m+n = 16+10 = 26$$

30. 세 개의 변량 a, b, c 의 평균을 M , 표준편차를 S 라고 할 때, $a + 1, b + 1, c + 1$ 의 평균과 분산을 차례대로 나열한 것은?

① M, S^2

② $M, S^2 + 1$

③ $M + 1, S^2$

④ $M + 1, S^2 + 1$

⑤ $M + 1, (S + 1)^2$

해설

세 개의 변량 a, b, c 의 평균과 분산이 각각 M, S^2 이므로

$$M = \frac{a + b + c}{3}$$

$$S^2 = \frac{(a - M)^2 + (b - M)^2 + (c - M)^2}{3}$$

$a + 1, b + 1, c + 1$ 의 평균을 M_1 과 분산을 S_1^2 이라고 하면

$$M_1 = \frac{(a + 1) + (b + 1) + (c + 1)}{3}$$

$$= \frac{(a + b + c) + 3}{3} = \frac{a + b + c}{3} + 1 = M + 1$$

$$S_1^2 = \frac{1}{3} \{ (a + 1 - M - 1)^2 + (b + 1 - M - 1)^2 + (c + 1 - M - 1)^2 \}$$

$$= \frac{1}{3} \{ (a - M)^2 + (b - M)^2 + (c - M)^2 \} = S^2$$

따라서 $a + 1, b + 1, c + 1$ 의 평균과 분산은 각각 $M + 1, S^2$ 이다.