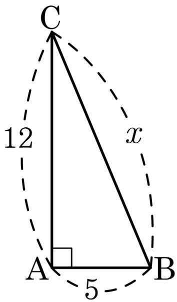
1. 다음은 피타고라스 정리를 이용하여 삼각형의 빗변의 길이를 구하는 과정이다. 빈칸에 알맞은 것을 순서대로 나열한 것은?



$\overline{AC}^2 + \overline{AB}^2 = \overline{\boxed{\quad ㄱ \quad}}^2$

$x^2 = 5^2 + 12^2 = \boxed{\quad ㄴ \quad}$

$x > 0$ 이므로, $x = \boxed{\quad ㄷ \quad}$

① $\overline{AB}$, 144 , -13

② $\overline{AB}$, 144 , 13

③ $\overline{BC}$, 169 , -13

④ $\overline{BC}$, 169 , 13

⑤ $\overline{BC}$, 196 , -13

해설

$\overline{AC}^2 + \overline{AB}^2 = \overline{BC}^2, x^2 = 5^2 + 12^2 = 169$

$x > 0$ 이므로, $x = 13$

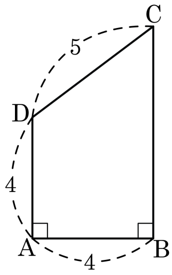
2. 직각삼각형 ABC 에서 $\angle B = 90°$, $\overline{AC} = 15\text{cm}$, $\overline{BC} = 12\text{cm}$ 일 때, $\overline{AB}$ 의 길이는?

① 5cm　② 6cm　③ 7cm　④ 8cm　⑤ 9cm

해설

$\angle B = 90°$ 이므로 $\overline{AC}$ 가 빗변이다.
따라서 피타고라스 정리에 따라
$\overline{AC}^2 = \overline{AB}^2 + \overline{BC}^2$
$15^2 = x^2 + 12^2$
$x^2 = 81$
$x > 0$ 이므로 $x = 9(\text{cm})$ 이다.

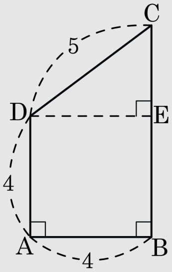
3. 다음 그림에서 $\overline{BC}$ 의 길이는?



① 7 ② 8 ③ 9 ④ 10 ⑤ 11

해설

점 D를 지나면서 $\overline{AB}$에 평행한 보조선을 긋고 $\overline{BC}$와의 교점을 E라고 하자.
$\triangle$DEC에 피타고라스 정리를 적용하면 $\overline{EC} = 3$
따라서 $\overline{BC} = 4 + 3 = 7$이다.



4. 세 변의 길이가 6 , 8 ,a 인 삼각형이 둔각삼각형일 때, a 의 값의 범위는? (단, $a > 8$)

① $8 < a < 14$ ② $9 < a < 14$ ③ $10 < a < 14$

④ $a > 9$ ⑤ $a > 10$

해설

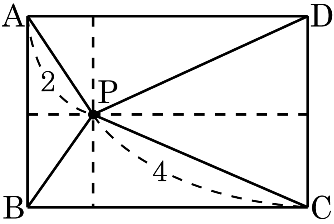
$a^2 > 8^2 + 6^2$

$a^2 > 100$

$a > 0$ 이므로 $a > 10$

따라서 $10 < a < 14$ 이다.

5. 정사각형 ABCD 의 내부의 한 점 P 를 잡아 A, B, C, D 와 연결할 때, $\overline{\mathrm{AP}}=2$, $\overline{\mathrm{CP}}=4$ 이면, $\overline{\mathrm{BP}}^2+\overline{\mathrm{DP}}^2$ 의 값은?

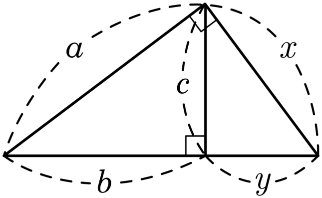


① 15 ② 20 ③ 25 ④ 30 ⑤ 35

해설

$\overline{\mathrm{BP}^2}+\overline{\mathrm{DP}^2}=2^2+4^2=20$

6. 각 변의 길이가 다음과 같을 때, 다음 중 옳은 것을 모두 고른 것은?



㉠ $a^2-b^2=x^2-y^2$	㉡ $a\times y=x\times b$
㉢ $a-c+b=x-y$	㉣ $a^2+y^2=x^2+b^2$

① ㉠,㉡　② ㉠, ㉣　③ ㉡,㉢　④ ㉡,㉣　⑤ ㉢,㉣

해설

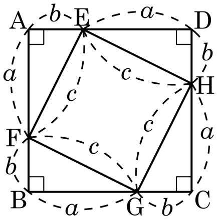
㉠ 피타고라스 정리에 따라 $a^2=b^2+c^2$, $c^2=a^2-b^2$ 이고 $x^2=c^2+y^2$, $c^2=x^2-y^2$ 이므로 $a^2-b^2=x^2-y^2$ 이다.

㉣

㉠에서 $c^2-b^2=x^2-y^2$ 에서 이항하면 $a^2+y^2=x^2+b^2$ 이다.

따라서 옳은 것은 ㉠,㉣이다.

7. 다음 그림은 한 변의 길이가 $a+b$ 인 정사각형을 나타낸 것이다. 다음 중 옳지 <u>않은</u> 것은?



① $\angle \mathrm{EHG} = 90°$

② □EFGH 는 정사각형이다.

③ □ABCD 와 □EFGH 의 넓이의 비는 $a+b : c$ 이다.

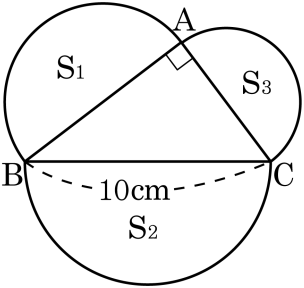
④ $\triangle \mathrm{BGF} \equiv \triangle \mathrm{CHG}$

⑤ $\angle \mathrm{FEA} + \angle \mathrm{GHC} = 90°$

해설

□ABCD 와 □EFGH 는 정사각형이므로 넓이의 비는 한 변의 비의 제곱과 비례한다.
따라서 $(a+b)^2 : c^2$ 이다.

8. 그림과 같이 빗변의 길이가 10cm 인 $\triangle ABC$ 의 각 변을 지름으로 하는 반원의 넓이를 각각 S_1 , S_2 , S_3 라고 할 때, $S_1 + S_2 + S_3$ 의 값을 구하면?



① $10\pi \mathrm{cm}^2$ ② $15\pi \mathrm{cm}^2$ ③ $20\pi \mathrm{cm}^2$

④ $25\pi \mathrm{cm}^2$ ⑤ $30\pi \mathrm{cm}^2$

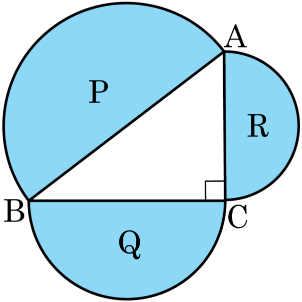
해설

$S_1 + S_3 = S_2$

$S_1 + S_2 + S_3 = 2S_2$

$\therefore 2 \times \pi \times 5^2 \times \frac{1}{2} = 25\pi(\mathrm{cm}^2)$

9. 다음 직각삼각형 ABC 에서 $\overline{AB}, \overline{BC}, \overline{CA}$ 를 지름으로 하는 반원의 넓이를 각각 P, Q, R 라 할 때, 다음 중 옳은 것은?

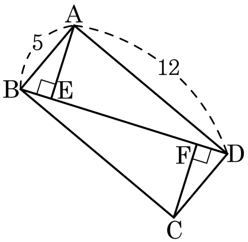


① $P = Q + R$ ② $P = QR$ ③ $Q^2 + R^2 = P^2$
④ $P = 2Q - R$ ⑤ $P = Q - R$

해설

작은 두 반원의 넓이의 합은 가장 큰 반원의 넓이와 같다.
① $P = Q + R$

10. 다음 그림과 같은 직사각형 ABCD 에서 점 A 와 점 C 가 대각선 BD에 이르는 거리의 합을 구하면?



① $\dfrac{118}{13}$ ② $\dfrac{119}{13}$ ③ $\dfrac{120}{13}$ ④ $\dfrac{121}{13}$ ⑤ $\dfrac{122}{13}$

해설

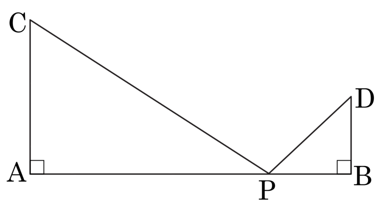
$\triangle ABD$ 에서 $\overline{BD}=13$

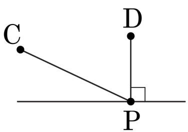
$5\times 12=13\times\overline{AE}$, $\overline{AE}=\dfrac{60}{13}$

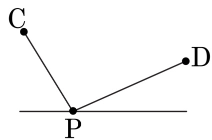
따라서 $\overline{AE}=\overline{CF}$ 이므로

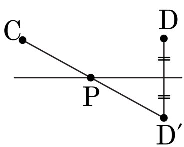
$\overline{AE}+\overline{CF}=\dfrac{60}{13}+\dfrac{60}{13}=\dfrac{120}{13}$ 이다.

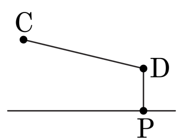
11. 다음 그림에서 $\overline{CA} \perp \overline{AB}$, $\overline{DB} \perp \overline{AB}$ 이고, 점 P 는 $\overline{AB}$ 위를 움직일 때 $\overline{CP} + \overline{PD}$ 의 최단 거리를 구하는 방법으로 옳은 것은?

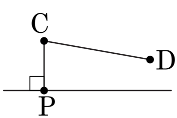


①


②


③


④


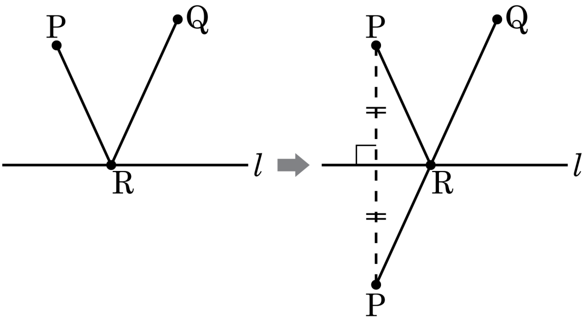
⑤


해설

AB 에 대한 점 D 의 대칭점 D′ 을 잡고 선분 CD′ 가 $\overline{AB}$ 와 만나는 점을 P 로 잡는다.

12. 다음 그림과 같이 점 P, Q가 있을 때, $\overline{PR}+\overline{RQ}$의 값이 최소가 되도록 직선 l위에 점 R를 잡는 과정이다. 빈칸에 알맞은 것은?

직선 $\boxed{}$에 대한 점 P의 대칭점 P′ 을 잡고 선분 $\boxed{}$가 직선 l과 만나는 점을 $\boxed{}$로 잡는다.

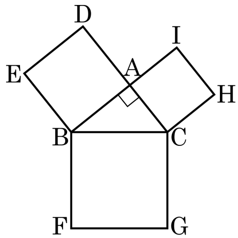


① l, PQ, Q　② l, PQ, R　③ l, P′Q, R
④ Q, PQ, Q　⑤ Q, P′Q, R

해설

l에 대한 점 P의 대칭점 P′을 잡고 선분 P′Q가 직선 l과 만나는 점을 R로 잡는다.

13. 다음 그림은 직각삼각형 ABC 의 각 변을 한 변으로 하는 정사각형을 그린 것이다. △ABC 의 넓이가 10 이고 □ADEB 의 넓이가 25 일 때, 두 정사각형 BFGC, ACHI 의 넓이의 차를 구하면?



① 21 ② 22 ③ 23

④ 24 ⑤ 25

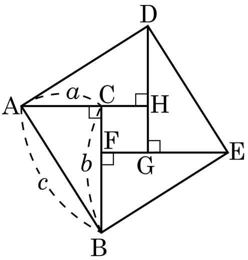
해설

□ADEB + □ACHI = □BFGC

□BFGC − □ACHI = □ADEB

따라서 구하는 넓이는 □ADEB = 25 이다.

14. 다음 그림은 직각삼각형 ABC와 합동인 삼각형을 붙여 정사각형 ABED를 만든 것이다. 다음 중 옳지 <u>않은</u> 것은?



① $\triangle ABC \equiv \triangle EDG$

② $\overline{AC} = \overline{DH} = \overline{GE} = \overline{CF}$

③ $\overline{FG} = b - a$

④ $\square ABED = \square CFGH + \triangle AHD + \triangle ABC + \triangle EFB + \triangle GDE$

⑤ $\square CFGH$는 정사각형

해설

② $\overline{AC} = \overline{DH} = \overline{GE} = \overline{BF}$, $\overline{CF} = \overline{BC} - \overline{BF}$

15. 빗변의 길이가 m^2+n^2 이고, 다른 한 변의 길이가 m^2-n^2 인 직각삼각형의 나머지 한 변의 길이는? (단, $m>0$, $n>0$)

① $m+n$ ② $2m+n$ ③ $m+2n$

④ $2(m+n)$ ⑤ $2mn$

해설

나머지 한 변의 길이를 X 라 하면

$(m^2+n^2)^2=(m^2-n^2)^2+X^2$

$m^4+2m^2n^2+n^4=m^4-2m^2n^2+n^4+X^2$

$X^2=4m^2n^2=(2mn)^2$

$X>0$, $m>0$, $n>0$ 이므로 $X=2mn$ 이다.

16. $\triangle ABC$ 에서 $\overline{BC} = a$, $\overline{CA} = b$, $\overline{AB} = c$ 라고 할 때, 다음 중 옳지 않은 것은?

① $a^2 > b^2 + c^2$ 이면 $\angle A > 90°$ 이다.

② $a - b < c < a + b$

③ $c^2 > a^2 + b^2$ 이면 둔각삼각형이다.

④ $b^2 < a^2 + c^2$ 이면 예각삼각형이다.

⑤ $a^2 = b^2 + c^2$ 이면 직각삼각형이다.

해설

④ $\angle B$ 는 예각이라 할 수 있지만 예각삼각형은 세 각이 모두 예각이어야 한다. 즉 b가 가장 긴 변이라는 조건이 있어야한다.

17. 세 변의 길이가 a, b, c 일 때, 다음 보기의 설명중 옳은 것은?

보기

㉠ $a - b < c < a + b$

㉡ $c^2 < a^2 + b^2$ 이면 둔각삼각형

㉢ $a^2 = b^2 + c^2$ 이면 직각삼각형

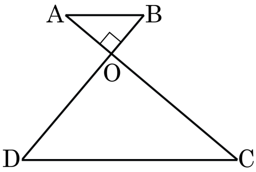
㉣ $a^2 > b^2 + c^2$ 이면 $\angle B > 90°$

① ㉠, ㉡ ② ㉠, ㉢ ③ ㉠, ㉣ ④ ㉡, ㉢ ⑤ ㉡, ㉣

해설

㉡ $c^2 > a^2 + b^2$ 일 때, 둔각삼각형이다.
㉣ $a^2 > b^2 + c^2$ 일 때, a 가 가장 긴 변이면 $\angle A > 90°$ 이다.

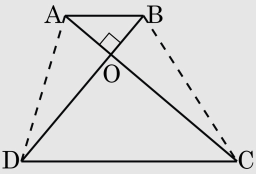
18. 다음 그림과 같이 $\overline{AC} \perp \overline{BD}$ 이고 $\overline{AB} = 4$, $\overline{CD} = 11$ 일 때, $\overline{AD}^2 + \overline{BC}^2$ 의 값을 구하여라.



① 127 ② 130 ③ 137

④ 140 ⑤ 157

해설



$\triangle OAD$ 에서 $\overline{OA}^2 + \overline{OD}^2 = \overline{AD}^2 \cdots$ ①

$\triangle ODC$ 에서 $\overline{OD}^2 + \overline{OC}^2 = \overline{CD}^2 \cdots$ ②

$\triangle OBC$ 에서 $\overline{OB}^2 + \overline{OC}^2 = \overline{BC}^2 \cdots$ ③

$\triangle OAB$ 에서 $\overline{OA}^2 + \overline{OB}^2 = \overline{AB}^2 \cdots$ ④

①과 ③을 변변 더하면

$\overline{OA}^2 + \overline{OB}^2 + \overline{OC}^2 + \overline{OD}^2 = \overline{AD}^2 + \overline{BC}^2 \cdots$ ⑤

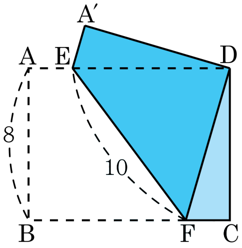
②와 ④를 변변 더하면

$\overline{OA}^2 + \overline{OB}^2 + \overline{OC}^2 + \overline{OD}^2 = \overline{AB}^2 + \overline{CD}^2 \cdots$ ⑥

⑤와 ⑥에서 $\overline{AD}^2 + \overline{BC}^2 = \overline{AB}^2 + \overline{CD}^2$ 이므로

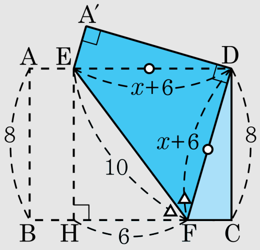
$\overline{AD}^2 + \overline{BC}^2 = 4^2 + 11^2 = 16 + 121 = 137$

19. 다음 그림은 직사각형 ABCD 의 점 B 가 점 D 에 오도록 접은 것이다. $\overline{BC}$ 의 길이는?



① $\frac{32}{3}$ ② $\frac{28}{3}$ ③ $\frac{26}{3}$
④ $\frac{22}{3}$ ⑤ $\frac{20}{3}$

해설



E 에서 $\overline{BC}$ 에 내린 수선의 발을 H 라 하면 $\overline{HF} = 6$

$\overline{CF} = x$ 라 하면 $\overline{CH} = \overline{DE} = 6 + x$

접은 각과 엇각에 의해 $\angle DEF = \angle DFE$ 이므로

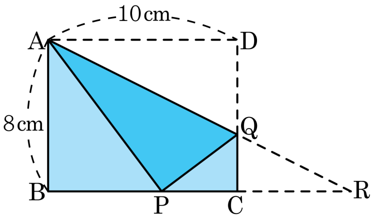
$\overline{DF} = \overline{DE} = 6 + x$

$\triangle DFC$ 에서 $(6+x)^2 = 8^2 + x^2$, $12x = 28$ $\therefore x = \frac{7}{3}$

또한 $\overline{BH} = \overline{AE} = \overline{A'E} = \overline{CF}$

$\therefore \overline{BC} = \frac{7}{3} \times 2 + 6 = \frac{32}{3}$

20. 다음 그림과 같이 □ABCD 의 꼭짓점 D 가 $\overline{BC}$ 위의 점 P 에 오도록 접는다. $\overline{AD}=10\,cm$, $\overline{AB}=8\,cm$ 일 때, △APR 의 넓이는?



① $36\,cm^2$　② $38\,cm^2$　③ $40\,cm^2$

④ $42\,cm^2$　⑤ $44\,cm^2$

해설

$\overline{AP}=10(cm)$ 이므로 $\overline{BP}=6(cm)$

따라서, $\overline{PC}=4(cm)$ 이고 $\overline{PQ}=\overline{DQ}=x(cm)$ 로 놓으면

$\overline{CQ}=(8-x)\,cm$

△PQC 에서 $x^2=(8-x)^2+4^2$ 이므로

$x^2=64-16x+x^2+16$

$\therefore\ x=5(cm)$

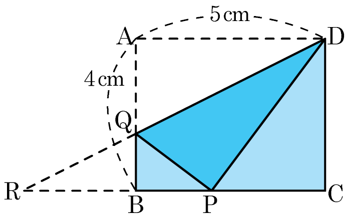
△ADQ ∽ △RCQ (AA 닮음) 이므로

$10:\overline{CR}=5:3$

$\therefore \overline{CR}=6(cm)$

$\therefore\ \triangle APR=\dfrac{1}{2}\times 10\times 8=40(cm^2)$

21. 다음 그림과 같이 □ABCD 를 꼭짓점 A 가 $\overline{BC}$ 위의 점 P 에 오도록 접는다. $\overline{AD} = 5\text{cm}$, $\overline{AB} = 4\text{cm}$ 일 때, △DPR 의 넓이는?



① 10cm^2　② 20cm^2　③ 30cm^2

④ 40cm^2　⑤ 50cm^2

해설

$\overline{DP} = 5(\text{cm})$ 이므로 $\overline{CP} = 3(\text{cm})$

따라서, $\overline{BP} = 2(\text{cm})$ 이고 $\overline{PQ} = \overline{AQ} = x(\text{cm})$ 로 놓으면

$\overline{BQ} = (4 - x)\text{cm}$

△QBP 에서 $x^2 = (4 - x)^2 + 2^2$ 이므로

$8x = 20$

$\therefore\ x = 2.5(\text{cm})$

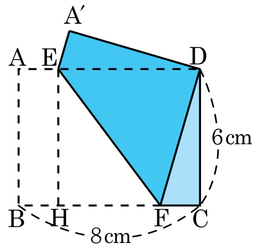
△DAQ ∽ △RBQ (AA 닮음)이므로

$5 : \overline{RB} = 2.5 : 1.5$

$\therefore \overline{RB} = 3(\text{cm}),\ \overline{RP} = 3 + 2 = 5(\text{cm})$

$\therefore\ \triangle DPR = \dfrac{1}{2} \times 5 \times 4 = 10(\text{cm}^2)$

22. 다음 그림은 직사각형 ABCD 를 점 B 가 점 D 에 오도록 접었다. $\overline{CD} = 6\,\text{cm}$, $\overline{BC} = 8\,\text{cm}$, 점 H 는 점 E 에서 $\overline{BC}$ 에 내린 수선의 발일 때, 다음 중 옳지 않은 것은?



① $\overline{A'E} = \dfrac{7}{4}\,\text{cm}$　② $\angle DEF = \angle EFH$

③ $\overline{EF} = \dfrac{17}{2}\,\text{cm}$　④ $\overline{BF} = \overline{DE}$

⑤ $\overline{HF} = \dfrac{9}{2}\,\text{cm}$

해설

$\triangle A'ED$ 에서 $\overline{A'E}$ 를 x 로 잡으면 피타고라스 정리에 따라

$x^2 + 6^2 = (8-x)^2$, $x = \dfrac{7}{4} = \overline{A'E} = \overline{FC}$

$\therefore\ \overline{ED} = 8 - \dfrac{7}{4} = \dfrac{25}{4}(\text{cm})$ 이고, $\overline{HF} = \overline{CH} - \overline{CF} = \dfrac{25}{4} - \dfrac{7}{4} = \dfrac{18}{4} = \dfrac{9}{2}(\text{cm})$

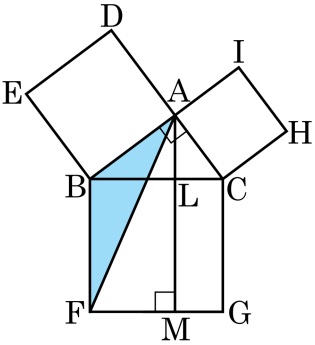
$\triangle EHF$ 에서 피타고라스 정리에 따라

$\overline{EF}^2 = 6^2 + \left(\dfrac{9}{2}\right)^2 = \dfrac{225}{4}$

$\overline{EF}$ 는 변이므로 양수이다. 따라서 $\overline{EF} = \dfrac{15}{2}(\text{cm})$ 이다.

③ $\overline{EF} \neq \dfrac{17}{2}\,\text{cm}$

23. 다음 그림은 $\angle A = 90°$인 직각삼각형 ABC에서 세변을 각각 한 변으로 하는 정사각형을 그린 것이다. $\triangle ABF$와 넓이가 같지 않은 삼각형은?



① $\triangle EBC$　　② $\triangle BLF$　　③ $\triangle AFM$

④ $\triangle EAB$　　⑤ $\triangle FMB$

해설

① $\triangle EBC$, SAS 합동

② $\triangle BLF$, 밑변과 높이가 같은 삼각형

④ $\triangle EAB$, $\triangle BLF$와 넓이가 같다.

⑤ $\triangle FMB$, 밑변과 높이가 같은 삼각형

24. 6, 7, 8, 9, 10 의 숫자가 적힌 5 장의 카드가 있다. 이 중에서 3 장을 뽑아 그것을 세 변의 길이로 하는 삼각형을 만들 때, 이 삼각형이 둔각삼각형이 될 확률은 ?

① $\frac{1}{8}$ ② $\frac{1}{9}$ ③ $\frac{1}{10}$ ④ $\frac{1}{11}$ ⑤ $\frac{1}{12}$

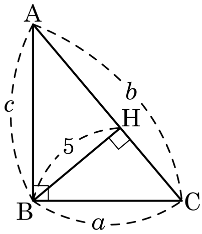
해설

전체 경우의 수는 $\frac{5\times4\times3}{3\times2\times1}=10$,

둔각삼각형이 되는 경우는 $(6,7,10)$

$\therefore$ (확률) $=\frac{1}{10}$

25. 다음 그림과 같이 $\angle B = 90°$ 인 직각삼각형 ABC 의 점 B 에서 $\overline{AC}$ 에 내린 수선의 발을 H 라 하고, $a+b+c=10$, $\overline{BH}=5\,\text{cm}$ 일 때, 삼각형 ABC 의 넓이를 구하면?



① $25\,\text{cm}^2$　② $\dfrac{25}{2}\,\text{cm}^2$　③ $\dfrac{25}{3}\,\text{cm}^2$

④ $5\,\text{cm}^2$　⑤ $10\,\text{cm}^2$

해설

$(a+c)=10-b$ 이므로 양변 제곱을 하면 $(a+c)^2=(10-b)^2$

$a^2+2ac+c^2 = b^2-20b+100$ 피타고라스 정리에 의해서

$b^2=a^2+c^2$ 을 이용하면

$b^2+2ac=b^2-20b+100$ 이므로

$2ac+20b=100\cdots(1)$

또한 $\overline{AB}\times\overline{BC}=\overline{AC}\times\overline{BH}$ 에서

$5b=ac\cdots(2)$

(1) 에 (2) 를 대입하면

$30b=100$ 에서

$b=\dfrac{100}{30}$

따라서 $\triangle ABC$ 의 넓이는

$\dfrac{1}{2}\times5b=\dfrac{50}{6}=\dfrac{25}{3}(\text{cm}^2)$