

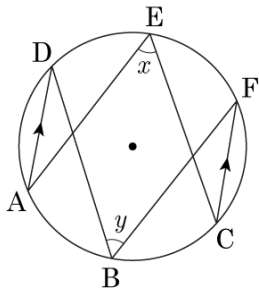
1. 다음 한 원과 직선에 대한 설명 중 잘못된 것은?

- ① 크기가 같은 두 중심각에 대한 현의 길이와 호의 길이는 각각 같다.
- ② 중심에서 현에 내린 수선은 그 현을 이등분한다.
- ③ 길이가 같은 현은 원의 중심에서 같은 거리에 있다.
- ④ 중심으로부터 같은 거리에 있는 현의 길이는 같다.
- ⑤ 현의 이등분선은 그 원의 중심을 지난다.

해설

이등분선이 그 현의 수직이등분선일 때, 원의 중심을 지날 수 있다.

2. 다음 그림에서 $\overline{AD} \parallel \overline{CF}$ 이고 $\angle ADB = 20^\circ$, $\angle BFC = 22^\circ$ 일 때, $\angle x + \angle y$ 의 크기는?



① 65°

② 73°

③ 80°

④ 84°

⑤ 90°

해설

$\overline{EB}$ 를 연결하면

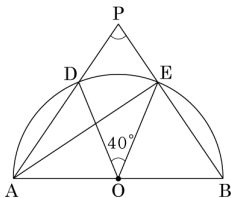
$$\angle ADB = \angle AEB = 20^\circ, \angle BFC = \angle CEB = 22^\circ$$

$$\therefore x = 42^\circ$$

$$\angle y = \angle ADB + \angle BFC = 42^\circ (\because \text{엇각의 성질을 이용})$$

따라서 $\angle x + \angle y = 84^\circ$ 이다.

3. 다음 그림에서 $\overline{AB}$ 는 원 O 의 지름이고, 점 P 는 $\overline{AD}$ 와 $\overline{BE}$ 의 연장선의 교점이다. $\angle APE$ 의 크기는?



① 50°

② 60°

③ 70°

④ 80°

⑤ 90°

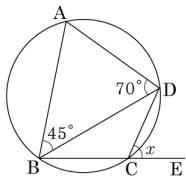
해설

$$\angle DAE = \frac{1}{2} \angle DOE = \frac{1}{2} \times 40^\circ = 20^\circ$$

$\angle AEB = 90^\circ$ 이므로 $\angle AEP = 90^\circ$ 이다.

따라서 $\angle APE = 90^\circ - 20^\circ = 70^\circ$ 이다.

4. 다음 그림에서 $\angle x$ 의 크기는?



① 50°

② 55°

③ 60°

④ 65°

⑤ 70°

해설

$$\angle BAD = 180^\circ - 45^\circ - 70^\circ = 65^\circ$$

$$\therefore \angle x = \angle DCE = \angle BAD = 65^\circ$$

5. 다음 그림에서 점 T가 원 O의 접점일 때,
 $\angle x$ 의 크기는?

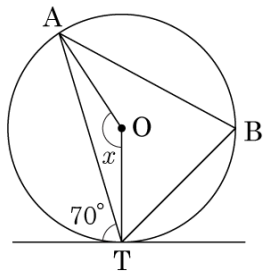
① 110°

② 120°

③ 130°

④ 140°

⑤ 150°



해설

$$\angle ABT = 70^\circ$$

$$\angle AOT = 2\angle ABT$$

$$\therefore x = 140^\circ$$

6. 3회에 걸친 영어 시험 성적이 84점, 82점, 90점이다. 4회의 시험에 몇 점을 받아야 4회까지의 평균이 86점이 되겠는가?

① 80 점

② 82 점

③ 84 점

④ 86 점

⑤ 88 점

해설

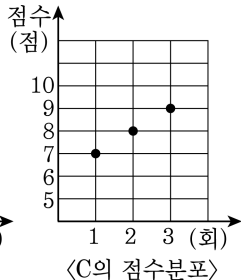
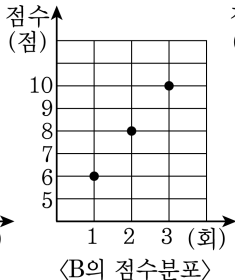
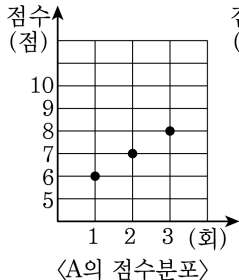
4회의 성적을 x 점이라 하면

$$\frac{84 + 82 + 90 + x}{4} = 86$$

$$256 + x = 344$$

$$\therefore x = 88(\text{ 점})$$

7. 다음은 양궁선수 A, B, C 가 3 회에 걸쳐 활을 쏜 기록을 나타낸 그래프이다.



A, B, C 의 활을 쏜 점수의 표준편차를 각각 a , b , c 라고 할 때, a , b , c 의 대소 관계는?

① $a = b = c$

② $a = c < b$

③ $a < b = c$

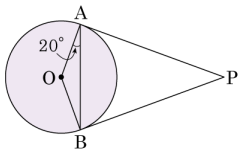
④ $a = b > c$

⑤ $a < b < c$

해설

표준편차는 자료가 흩어진 정도를 나타내므로 A, C 의 표준편차는 같고, B 의 표준편차는 A, C 의 표준편차보다 크다.
따라서 $a = c < b$ 이다.

8. 다음 그림의 원 O 에서 $\overline{PA}$, $\overline{PB}$ 은 접선이고, 두 점 A, B 은 접점이다.
 $\angle OAB = 20^\circ$ 일 때, $\angle APB$ 의 크기는?



① 30°

② 40°

③ 45°

④ 50°

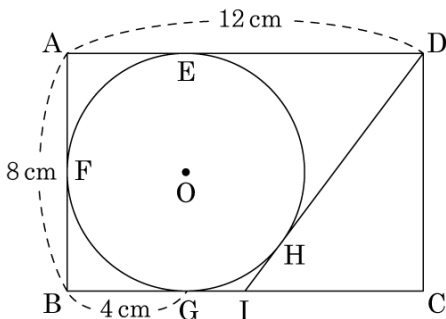
⑤ 20°

해설

$$\angle PAO = \angle PBO = 90^\circ, \angle PAB = 90^\circ - 20^\circ = 70^\circ$$

$$\triangle PAB \text{ 는 이등변삼각형이므로 } \angle APB = 180^\circ - (70^\circ \times 2) = 40^\circ$$

9. 다음 그림과 같이 직사각형 ABCD 의 세 변의 접하는 원 O 가 있다. $\overline{DI}$ 가 원의 접선이고 네 점 E, F, G, H 가 접점일 때, 다음 중 옳지 않은 것은?



- ① $\overline{AE}$ 의 길이는 4 cm 이다.
- ② $\overline{DH}$ 의 길이는 8 cm 이다.
- ③ $\overline{GI} = 2$ cm 이다.
- ④ $\overline{CI} = 4$ cm 이다.
- ⑤ $\triangle CDI$ 의 넓이는 24 cm^2 이다.

해설

③ $\overline{GI} = x$ 라 할 때, $\overline{CI}$ 의 길이는 $\overline{CI} = (8 - x) \text{ cm}$, $\overline{DI} = (8 + x) \text{ cm}$ 이므로

피타고라스의 성질에 의해

$$(8 + x)^2 = 8^2 + (8 - x)^2$$

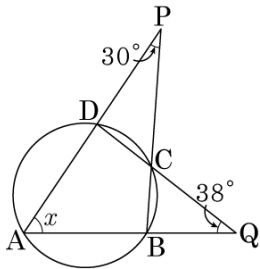
$$\therefore x = 2 \text{ cm}$$

$$\textcircled{4} \overline{CI} = 8 - x = 6$$

$$\textcircled{5} \frac{1}{2} \times 6 \times 8 = 24 (\text{cm}^2)$$

10. 다음 그림에서 $\square ABCD$ 는 원에 내접하고 $\angle P = 30^\circ$, $\angle Q = 38^\circ$ 일 때, $\angle PAQ$ 의 크기는?

- ① 38° ② 50° ③ 54°
 ④ 56° ⑤ 68°



해설

$\triangle PAB$ 에서

$$\angle BCQ = \angle A = x$$

$$\angle CBQ = x + 30^\circ (\because \text{삼각형의 외각})$$

$$\triangle CBQ \text{ 에서 } x + x + 30^\circ + 38^\circ = 180^\circ$$

$$\therefore x = 56^\circ$$

11. 다음 그림에서 $\overline{PT}$ 는 원의 접선이고,
 $\angle APT = \angle ABT$ 라고 할 때, $\overline{PT}$ 의 길
 이는 얼마인가?

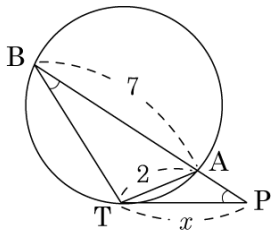
① $\sqrt{2}$

② $2\sqrt{2}$

③ $3\sqrt{2}$

④ $4\sqrt{2}$

⑤ $5\sqrt{2}$



해설

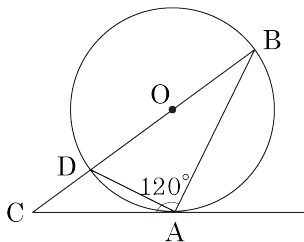
$\angle PTA = \angle ABT$ 이므로 $\triangle PAT$ 는 이등변삼각형이다.

$$\overline{PA} = \overline{AT} = 2, \quad x^2 = 2 \times 9$$

$$x^2 = 18$$

$$\therefore x = 3\sqrt{2} (\because x > 0)$$

12. 다음 그림에서 점 O는 원의 중심, 직선 AC는 원의 접선이다. $\angle BAC = 120^\circ$ 일 때, $\overline{CD} : \overline{DB}$ 를 간단한 비로 바르게 나타낸 것은?



- ① 3 : 2 ② 1 : 2 ③ 4 : 5
④ 6 : 4 ⑤ 3 : 8

해설

$\angle BAD = 90^\circ$ 이므로 $\angle DAC = 30^\circ$

$\therefore \angle ABD = 30^\circ, \angle ADB = 60^\circ$

$\angle ADB = \angle DAC + \angle ACD$ 에서

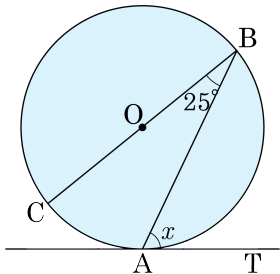
$$60^\circ = 30^\circ + \angle ACD$$

$\therefore \angle ACD = 30^\circ, \overline{DC} = \overline{DA}$

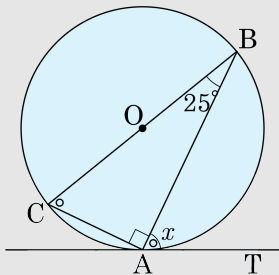
$$\therefore \overline{CD} : \overline{DB} = \overline{DA} : \overline{DB} = 1 : 2$$

13. 다음 그림에서 직선 AT가 원 O의 접선 일 때, $\angle x$ 의 크기는?

- ① 25° ② 40° ③ 55°
 ④ 60° ⑤ 65°

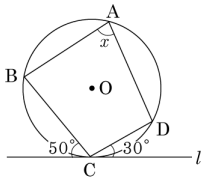


해설



$$x = 180^\circ - (90^\circ + 25^\circ) = 65^\circ$$

14. 다음 그림에서 직선 l 이 원의 접선일 때, $\angle x$ 의 크기는?



① 50°

② 60°

③ 70°

④ 80°

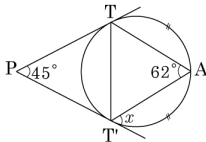
⑤ 90°

해설

$\overline{AC}$ 를 그으면

$$\therefore \angle x = \angle BAC + \angle DAC = 50^\circ + 30^\circ = 80^\circ$$

15. 다음 그림에서 $\overline{PT}$, $\overline{PT'}$ 은 원의 접선이고 $5.0\text{pt}\widehat{AT} = 5.0\text{pt}\widehat{AT'}$ 일 때, $\angle x$ 의 값은?



① 51°

② 53°

③ 55°

④ 57°

⑤ 59°

해설

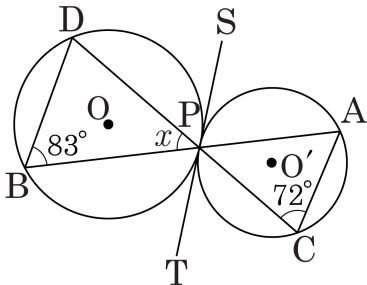
$\angle TT'A = \angle T'TA = \angle x$ 이므로

$$180^\circ - 2\angle x = 62^\circ$$

$$2\angle x = 118^\circ$$

$$\therefore \angle x = 59^\circ$$

16. 직선 ST가 두 원 O와 O'의 접선이고 접점 P를 지나는 두 직선이 원과 점 A, B, C, D에서 만날 때, $\angle x$ 의 크기로 옳은 것은?



① 25°

② 26°

③ 27°

④ 28°

⑤ 29°

해설

$$\angle APS = \angle ACP = 72^\circ$$

$$\angle SPD = \angle DBP = 83^\circ$$

$$\therefore \angle x = 180^\circ - (72^\circ + 83^\circ) = 25^\circ$$

17. 다음은 중학교 3 학년 학생 20 명의 100m 달리기 기록에 대한 도수 분포표이다. 학생 20 명의 100m 달리기 기록의 평균이 17.7 초일 때, $3x - y$ 의 값은?

계급 (점)	도수 (명)
13 ^{이상} ~ 15 ^{미만}	x
15 ^{이상} ~ 17 ^{미만}	6
17 ^{이상} ~ 19 ^{미만}	7
19 ^{이상} ~ 21 ^{미만}	y
21 ^{이상} ~ 23 ^{미만}	2
합계	20

① 2

② 3

③ 4

④ 5

⑤ 6

해설

13 초 이상 15 초 미만의 도수를 x 명, 19 초 이상 21 초 미만의 도수를 y 명이라고 하면 전체 학생 수가 20 명이므로 $x + 6 + 7 + y + 2 = 20$

$$\therefore x + y = 5 \cdots \textcircled{㉠}$$

또한, 평균이 17.7 초이므로

$$\frac{14 \times x + 16 \times 6 + 18 \times 7 + 20 \times y + 22 \times 2}{20} = 17.7,$$

$$14x + 96 + 126 + 20y + 44 = 354$$

$$\therefore 7x + 10y = 44 \cdots \textcircled{㉡}$$

㉠, ㉡을 연립하여 풀면 $x = 2$, $y = 3$

$$\therefore 3x - y = 3 \times 2 - 3 = 3$$

18. 5개의 변량 3, 5, 9, 6, x 의 평균이 6일 때, 분산은?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

주어진 변량의 평균이 6이므로

$$\frac{3 + 5 + 9 + 6 + x}{5} = 6$$

$$23 + x = 30$$

$$\therefore x = 7$$

변량의 편차는 -3, -1, 3, 0, 1이므로 분산은

$$\frac{(-3)^2 + (-1)^2 + 3^2 + 0^2 + 1^2}{5} = \frac{9 + 1 + 9 + 1}{5} = \frac{20}{5} = 4$$

19. 다음 표는 어느 중학교 2학년 학생들의 2학기 중간고사 영어 시험의 결과이다. 다음 설명 중 옳은 것은?

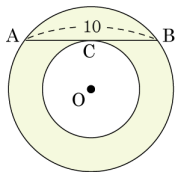
학급	1반	2반	3반	4반
평균(점)	70	73	80	76
표준편차(점)	5.2	4.8	6.9	8.2

- ① 각 반의 학생 수를 알 수 있다.
- ② 90점 이상인 학생은 4반이 3반 보다 많다.
- ③ 3반에는 70점 미만인 학생은 없다.
- ④ 2반 학생의 성적이 가장 고르다.
- ⑤ 4반이 평균 가까이에 가장 밀집되어 있다.

해설

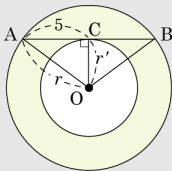
표준편차가 가장 작은 반이 2반이므로 성적 분포가 가장 고른 반은 2반이다.

20. 다음 그림과 같이 두 개의 동심원이 있다. 큰 원의 현 AB가 작은 원에 접하고, $\overline{AB} = 10$ 일 때, 색칠한 부분의 넓이는?



- ① 10π ② 15π ③ 20π ④ 25π ⑤ 30π

해설



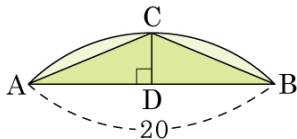
큰 원의 반지름의 길이를 r , 작은 원의 반지름의 길이를 r' 라고 하자.

$\overline{AB}$ 는 작은 원의 접선이므로 $\overline{OC} \perp \overline{AB}$, $\overline{AC} = \frac{1}{2}\overline{AB} = 5$ 이다.

직각삼각형 $\triangle ACO$ 에서 $r^2 - r'^2 = 5^2$ 이다.

색칠한 부분의 넓이 $= \pi r^2 - \pi r'^2 = \pi(r^2 - r'^2) = 25\pi$ 이다.

21. 다음 그림에서 $5.0\text{pt}\widehat{AB}$ 는 반지름의 길이가 26 인 원의 일부분이다. $\overline{AB} = 20$ 일 때, $\triangle ABC$ 의 넓이는?



① 10

② $20\sqrt{2}$

③ 20

④ 25

⑤ $24\sqrt{5}$

해설

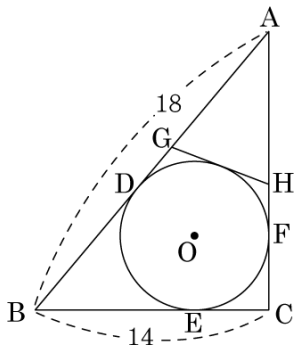
원의 중심 O와 점 C, 점 D를 연결한다.

$$\triangle AOD \text{ 에서 } \overline{OD} = \sqrt{\overline{AO}^2 - \overline{AD}^2} = \sqrt{26^2 - 10^2} = 24$$

$$\therefore \overline{CD} = \overline{OC} - \overline{OD} = 26 - 24 = 2$$

따라서 넓이는 $\frac{1}{2} \times 20 \times 2 = 20$ 이다.

22. 다음 그림에서 원 O 는 $\triangle ABC$ 의 내접원이고, 세 점 D, E, F 는 접점이다.
 $\overline{AB} = 18$, $\overline{BC} = 14$, $\triangle AGH$ 의 둘레의 길이가 20 일 때, $\overline{AC}$ 의 길이는?



① 10

② 12

③ 16

④ 17

⑤ 18

해설

접선의 성질에 따라 $\overline{AD} = \overline{AF}$

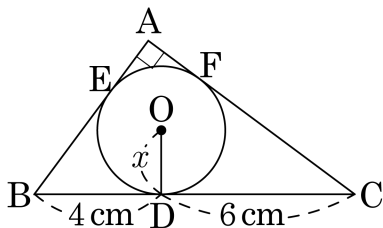
$\triangle AGH$ 의 둘레는 $\overline{AD} + \overline{AF} = 2 \times \overline{AD}$

$\triangle AGH$ 의 둘레가 20 이므로 $\overline{AD} = \overline{AF} = 10$

$\therefore \overline{BD} = \overline{BE} = 8$, $\overline{EC} = \overline{CF} = 6$

$\therefore \overline{AC} = \overline{AF} + \overline{CF} = 10 + 6 = 16$

23. 다음 그림에서 점 D, E, F는 직각삼각형 ABC와 내접원 O의 접점일 때, 원 O의 넓이는?



- ① πcm^2 ② $2\pi\text{cm}^2$ ③ $3\pi\text{cm}^2$
 ④ $4\pi\text{cm}^2$ ⑤ $5\pi\text{cm}^2$

해설

$\overline{BD} = 4\text{cm}$, $\overline{CD} = 6\text{cm}$ 이므로

$\overline{AB} = (4 + x)\text{cm}$, $\overline{AC} = (6 + x)\text{cm}$ 이다.

$$(4 + x)^2 + (6 + x)^2 = 10^2$$

$$2x^2 + 20x + 52 = 100$$

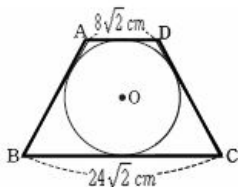
$$x^2 + 10x - 24 = 0$$

$$(x - 2)(x + 12) = 0$$

따라서 $x = 2$ ($x > 0$) 이므로

원 O의 넓이는 $2^2\pi = 4\pi$ (cm^2)

24. 다음 그림과 같이 원 O에 외접하는 등변사다리꼴 ABCD가 있다.
 $\overline{AD} = 8\sqrt{2}\text{cm}$, $\overline{BC} = 24\sqrt{2}\text{cm}$ 일 때, 내접원 O의 넓이는?



- ① $69\pi\text{cm}^2$ ② $69\sqrt{2}\pi\text{cm}^2$ ③ $96\pi\text{cm}^2$
 ④ $96\sqrt{2}\pi\text{cm}^2$ ⑤ $8\sqrt{6}\pi\text{cm}^2$

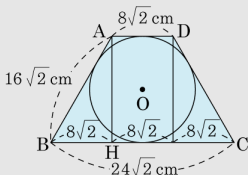
해설

$$\overline{AD} + \overline{BC} = \overline{AB} + \overline{CD} = 2\overline{AB} \therefore \overline{AB} = 16\sqrt{2}(\text{cm})$$

$$\overline{AH} = \sqrt{(16\sqrt{2})^2 - (8\sqrt{2})^2} = 8\sqrt{6}(\text{cm})$$

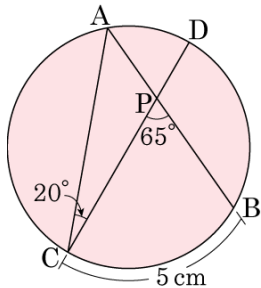
$\therefore$ 원의반지름은 $4\sqrt{6}(\text{cm})$

$$(\text{원의 넓이}) = \pi \times (4\sqrt{6})^2 = 96\pi(\text{cm}^2)$$



25. 다음 그림에서 점 P는 두 현 AB, CD의 교점이고 $5.0\text{pt}\widehat{BC} = 5\text{cm}$, $\angle ACD = 20^\circ$, $\angle BPC = 65^\circ$ 일 때, 이 원의 둘레의 길이를 구하면?

- ① 20 cm ② 22 cm ③ 24 cm
④ 26 cm ⑤ 28 cm



해설

$$\angle PAC = 65^\circ - 20^\circ = 45^\circ$$

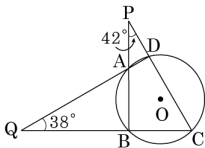
$$\angle COB = 2\angle CAB = 90^\circ$$

둘레의 길이를 x 라 하면

$$90^\circ : 5 = 360^\circ : x$$

$$\therefore x = 20 \text{ (cm)}$$

26. 다음 그림과 같이 원 O 에 내접하는 $\square ABCD$ 에서 $\overline{DA}$ 와 $\overline{CB}$ 의 연장선의 교점을 Q , $\overline{BA}$ 와 $\overline{CD}$ 의 연장선의 교점을 P 라 하자. $\angle P = 42^\circ$, $\angle Q = 38^\circ$ 일 때, $\angle BCD$ 의 크기는?



① 50°

② 52°

③ 54°

④ 56°

⑤ 58°

해설

$\angle BCD = x$ 라고 하면

$$\angle CBP = 180^\circ - 42^\circ - x = 138^\circ - x$$

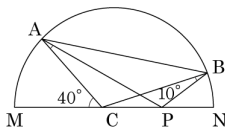
$$\angle QDC = 180^\circ - 38^\circ - x = 142^\circ - x$$

$\square ABCD$ 가 원에 내접하므로

$$138^\circ - x + 142^\circ - x = 180^\circ - 2x = -100^\circ$$

$$\therefore \angle x = 50^\circ$$

27. A, B 는 지름이 $\overline{MN}$, 중심이 C 인 반원 위의 점이고, P 는 반지름 $\overline{CN}$ 위의 점이다. $\square ACPB$ 가 반원에 내접할 때, $\angle CAP = \angle CBP = 10^\circ$, $\angle APC = 30^\circ$ 일 때, $\angle BCN$ 는?



① 10°

② 15°

③ 20°

④ 25°

⑤ 30°

해설

네 점 A, C, P, B 는 한 원 O 위에 있고,

$$\angle APC = 30^\circ,$$

$$\angle AOC = 2\angle APC = 60^\circ \text{ (원주각과 중심각),}$$

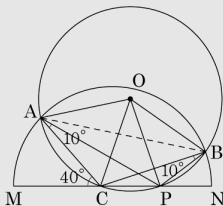
$$\angle COP = 2\angle CAP = 20^\circ \text{ (원주각과 중심각)}$$

$\overline{CA} = \overline{CB}$ (반지름) 이므로 현의 길이가 같으면 중심각의 크기도 같고,

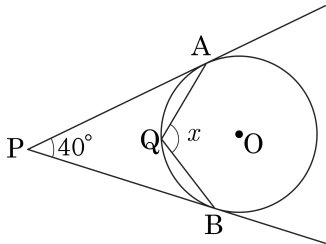
$$\therefore \angle AOC = \angle COB = 60^\circ,$$

$$\therefore \angle BOP = 60 - 20 = 40^\circ$$

$$\therefore \angle BCN = \angle BCP = \frac{1}{2}\angle BOP = \frac{1}{2} \times 40^\circ = 20^\circ$$



28. 다음 그림과 같이 원 위의 두 점 A, B에서 그은 접선의 교점을 P 라 하자.
 $\angle APB = 40^\circ$ 일 때, $\angle x$ 의 크기는?



① 90°

② 95°

③ 105°

④ 110°

⑤ 120°

해설

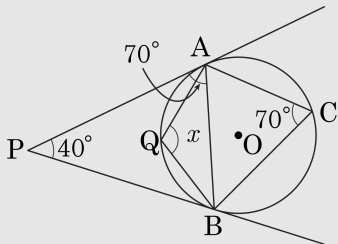
다음 그림과 같이 보조선을 이용하면

$\angle PAB = \angle PBA = 70^\circ (\because \overline{PA} = \overline{PB})$ 이고

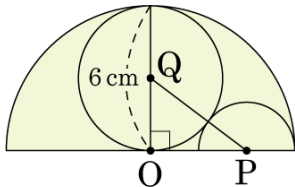
또한, 접선과 현이 이루는 각의 크기는 그 내부의 호에 대한 원주각의 크기와 같으므로

$\angle PAB = \angle ACB = 70^\circ$

따라서, 사각형이 원에 내접하므로 대각의 합 $\angle x + 70^\circ = 180^\circ$
 $\therefore \angle x = 110^\circ$ 이다.



29. 다음 그림과 같이 반원 P 와 원 Q 가 외부에서 접하고 원 Q 가 반원 O 의 내부에서 접하고 있다. 원 Q 의 지름의 길이가 6 cm 일 때, 반원 P 의 반지름의 길이는?



① 1 cm

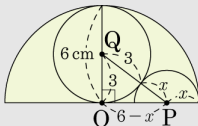
② 2 cm

③ 2.5 cm

④ 3 cm

⑤ 4 cm

해설



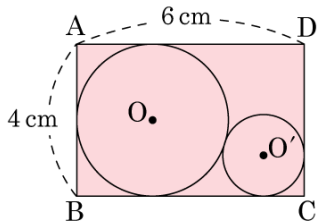
작은 반원의 반지름을 x cm 라 하면 $\triangle QOP$ 에서

$$\overline{PQ} = 3 + x, \overline{OQ} = 3, \overline{OP} = 6 - x$$

$$\therefore (x + 3)^2 = 3^2 + (6 - x)^2, 18x = 36$$

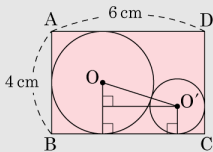
$$\therefore x = 2$$

30. 가로 세로 길이가 6cm, 4cm 인 직사각형에서 가능한 한 큰 원을 그려내고, 남은 부분에서 또 가능한 한 큰 원을 그려낼 때 두 번째 원의 반지름의 길이는?

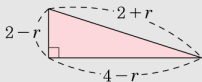


- ① $(6 - 4\sqrt{3})\text{cm}$ ② $(4 - 4\sqrt{3})\text{cm}$ ③ $(8 - 4\sqrt{3})\text{cm}$
 ④ $(6 - \sqrt{3})\text{cm}$ ⑤ $(8 - \sqrt{3})\text{cm}$

해설



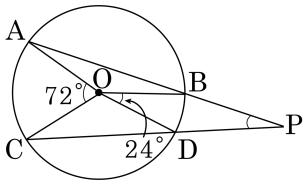
작은 원의 반지름을 $r\text{ cm}$ 라고 하면 큰 원의 반지름은 2 cm 이므로



$$(2 - r)^2 + (4 - r)^2 = (2 + r)^2$$

$$\therefore r = 8 - 4\sqrt{3} (\because 0 < r < 2)$$

31. 다음 그림에서 점 P는 원 O의 두 현 AB, CD의 연장선의 교점이다. $\angle AOC = 72^\circ$, $\angle BOD = 24^\circ$ 일 때, $\angle BPD$ 의 크기는?



① 20°

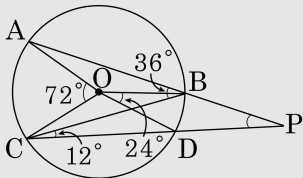
② 22°

③ 23°

④ 24°

⑤ 25°

해설



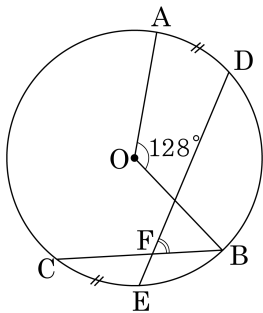
$$\angle ABC = \frac{1}{2} \times 72^\circ = 36^\circ, \angle BCD = \frac{1}{2} \times 24^\circ = 12^\circ$$

$$\angle ABC = \angle BCP + \angle BPC \text{ 이므로}$$

$$36^\circ = 12^\circ + \angle BPC$$

$$\therefore \angle BPC = 24^\circ$$

32. 다음 그림에서 $5.0\text{pt}\widehat{AD} = 5.0\text{pt}\widehat{CE}$ 이고,
 $\angle AOB = 128^\circ$ 일 때, $\angle DFB$ 의 크기는?



① 52°

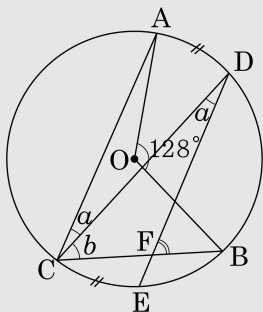
② 56°

③ 60°

④ 64°

⑤ 68°

해설



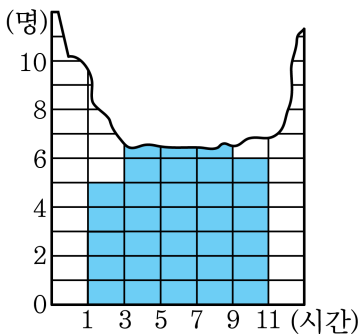
$\angle ACD = a$, $\angle DCB = b$ 라고 하면,

$$a + b = \angle ACB = \frac{1}{2} \angle AOB = 64^\circ$$

$\angle ACD = \angle CDE = a$ 이므로

$\triangle CDF$ 에서 $\angle DFB = a + b = 64^\circ$

33. 다음은 영웅이네 반 학생 40 명의 일주일 동안의 운동 시간을 조사하여 나타낸 히스토그램인데 일부가 찢어졌다. 이때, 3 시간 이상 5 시간 미만인 학생이 전체의 25 % 이고, 7 시간 미만인 학생은 모두 26 명이다. 이 반 학생 40명의 평균 운동시간은 ?



- ① 2 시간 ② 4 시간 ③ 6 시간
④ 8 시간 ⑤ 10 시간

해설

3 시간 이상 5 시간 미만인 학생이 전체의 25 % 이므로 $40 \times \frac{25}{100} =$

10(명)

7 시간 미만인 학생은 26명이므로 $5 + 10 + x = 26$, $x = 11$

7 시간 이상 9 시간 미만의 도수는 $40 - (5 + 10 + 11 + 6) = 8$ (명)

∴ (평균)

$$= \frac{2 \times 5 + 4 \times 10 + 6 \times 11 + 8 \times 8 + 10 \times 6}{40}$$

$$= \frac{240}{40} = 6(\text{시간})$$

34. 다섯 개의 변량 5, 6, x , y , 7 의 평균이 8 이고, 분산이 5 일 때,
2, 3, $\frac{1}{5}x^2$, $\frac{1}{5}y^2$ 의 평균은?

① 5

② 7

③ 9

④ 11

⑤ 13

해설

다섯 개의 변량 5, 6, x , y , 7 의 평균이 8 이므로

$$\frac{5 + 6 + x + y + 7}{5} = 8, \quad x + y + 18 = 40$$

$$\therefore x + y = 22 \quad \cdots \cdots \textcircled{㉠}$$

또, 분산이 5 이므로

$$\frac{(5-8)^2 + (6-8)^2 + (x-8)^2 + (y-8)^2}{5} + \frac{(7-8)^2}{5} = 5$$

$$\frac{9 + 4 + x^2 - 16x + 64 + y^2 - 16y + 64 + 1}{5} = 5$$

$$\frac{x^2 + y^2 - 16(x+y) + 142}{5} = 5$$

$$x^2 + y^2 - 16(x+y) + 142 = 25$$

$$\therefore x^2 + y^2 - 16(x+y) = -117 \quad \cdots \cdots \textcircled{㉡}$$

㉡의 식에 ㉠을 대입하면

$$x^2 + y^2 = 16(x+y) - 117 = 16 \times 22 - 117$$

$$\therefore x^2 + y^2 = 235$$

따라서 1, 2, $\frac{1}{5}x^2$, $\frac{1}{5}y^2$ 의 평균은

$$\frac{1}{4} \left(2 + 3 + \frac{x^2}{5} + \frac{y^2}{5} \right) = \frac{1}{4} \left\{ 5 + \frac{1}{5}(x^2 + y^2) \right\} = 13 \text{ 이다.}$$

35. 자연수 a, b, c 에 대하여 가로, 세로, 높이가 각각 $\sqrt{a}, \sqrt{b}, \sqrt{c}$ 인 직육면체의 부피가 $6\sqrt{5}$ 일 때, 이 직육면체의 겉넓이의 최댓값을 구하여라. (단, $a \leq b \leq c$)

① $1 + 2\sqrt{5}$

② $2 + \sqrt{3}$

③ $2 + 12\sqrt{3}$

④ $2 + 21\sqrt{5}$

⑤ $2 + 24\sqrt{5}$

해설

부피는 $\sqrt{abc} = 6\sqrt{5} = \sqrt{180}$

$$\therefore abc = 180 = 2^2 \times 3^2 \times 5$$

한편 직육면체의 겉넓이는

$2(\sqrt{ab} + \sqrt{bc} + \sqrt{ca})$ 이고

$\sqrt{ab} + \sqrt{bc} + \sqrt{ca}$ 가 최댓값을 갖기 위한 자연수 a, b, c 의 순서쌍은 $(1, 1, 180)$ 이므로

$$\begin{aligned} \therefore (\text{직육면체의 겉넓이}) &= 2(\sqrt{ab} + \sqrt{bc} + \sqrt{ca}) \\ &= 2(1 + \sqrt{180} + \sqrt{180}) \\ &= 2(1 + 6\sqrt{5} + 6\sqrt{5}) \\ &= 2(1 + 12\sqrt{5}) \\ &= 2 + 24\sqrt{5} \end{aligned}$$